Zusatz zu

Die mathematischen Irrtümer von Isaac NEWTON

Ekkehard FRIEBE, 81737 München, Holzwiesenstr. 26, Tel: 089/67 27 24
(Regierungsdirektor i. R. des Deutschen Patentamtes)
Internet: http://www.ekkehard-friebe.de

a) Zusammenfassung

In dem Vortrag von FRIEBE „Die mathematischen Irrtümer von Isaac Newton“ (DPG-Frühjahrstagung, Berlin 1997) wurde zu dem Werk von NEWTON: „Mathematische Principien der Naturlehre“, deutschsprachige Fassung, herausgegeben von Prof. Dr. J. Ph. WOLFERS, Berlin 1872, kritisch Stellung genommen. Speziell wurde auf den sogenannten *zweiten Beweis* in § 29 im dritten Abschnitt des ersten Buches eingegangen. In diesem *Zusatz* soll nun der *erste Beweis* des § 29 näher analysiert werden.

b) Analyse des *ersten Beweises*

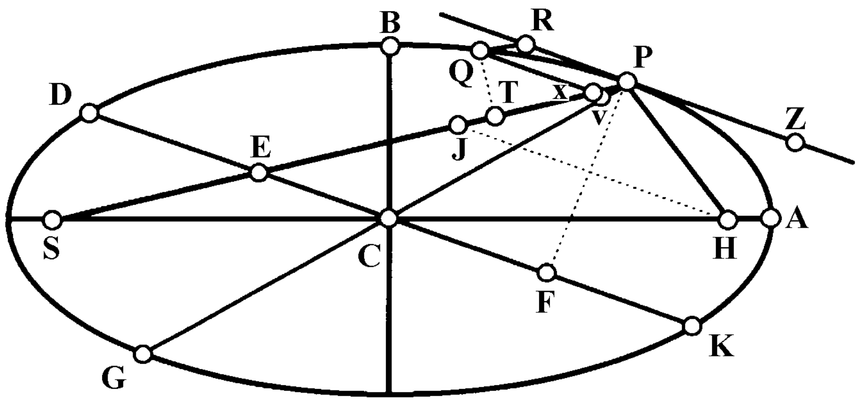
Es folgt nachstehend die auszugsweise Wiedergabe des dritten Abschnittes des ersten Buches des oben genannten Werkes. Dabei sind in den Zeilen links die Zahlen [101] [102] [103] . . usw. ergänzt, die auf die nachfolgenden Anmerkungen verweisen.

<u>Zitat:</u>

Abschnitt III.

Von der Bewegung der Körper in excentrischen Kegelschnitten

§. 29.



Aufgabe. Ein Körper bewegt sich in einer Ellipse; man sucht das Gesetz der nach ihrem Brennpunkt gerichteten Centripetalkraft.

Es sei S der Brennpunkt der Ellipse. Man ziehe SP, welche den Durchmesser DK in E und die Ordinate Qv in x schneidet und vollende das Parallelogramm QxPR.

Offenbar ist

[101] EP = AC.

Zieht man nämlich aus dem zweiten Brennpunkte H

[102] HJ parallel EC,

so wird, weil

[103] $CH = CS$

auch

[104] $EJ = ES,$

und

[105] $EP = EJ + JP = \frac{1}{2}(2EJ + 2JP)$

[106] $= \frac{1}{2}(ES + EJ + JP + JP)$

[107] $EP = \frac{1}{2}(SP + JP).$

Da aber

[108] HJ parallel RP,

so wird

[109] Winkel $PJH = JPR = HPZ = PHJ,$

also

[110] $JP = PH$

und

[111] 1. $EP = \frac{1}{2}(SP + PH) = AC.$

Fällt man nun auf SP das Perpendikel QT, und setzt man den Parameter der Ellipse

[112] 2. $(2 \cdot BC^2) / (AC) = L,$

so hat man

[113] $L \cdot QR : L \cdot Pv = PE : PC = AC : PC$

ferner

[114] $L \cdot Pv : Gv \cdot Pv = L : Gv,$

also durch Verbindung beider Proportionen

[115] 3. $L \cdot QR : Gv \cdot Pv = L \cdot AC : Gv \cdot PC.$

Da aber auch

[116] $Gv \cdot Pv : Qv^2 = PC^2 : CD^2$

so wird

[117] 4. $L \cdot QR : Qv^2 = L \cdot AC \cdot PC : Gv \cdot CD^2$

Nach §. 8. wird beim Zusammenfallen der Punkte Q und P

[118] $Qv^2 = Qx^2,$

daher auch

[119] 5. $L \cdot QR : Qx^2 = L \cdot AC \cdot PC : Gv \cdot CD^2.$

Ferner ist

[120] $Qx^2 : QT^2 = PE^2 : PF^2,$ wo PF auf CK vertikal,

und nach §. 26.

[121] $PE^2 : PF^2 = DC^2 : CB^2$

demnach

[122] $L \cdot QR : QT^2 = L \cdot AC \cdot PC : Gv \cdot CB^2$

oder da

[123] $L \cdot AC = 2 \cdot BC^2$ (Gl. 2.)

[124] 6. $L \cdot QR : QT^2 = 2 \cdot PC : Gv.$

Fallen die Punkte Q und P zusammen, so wird

[125] $2 \cdot PC = Gv,$

mithin (nach Gl. 6.) in diesem Falle

[126] 7. $L \cdot QR = QT^2$

und indem man auf beiden Seiten mit $(SP^2) / (QR)$ multiplicirt.

[127] 8. $(SP^2 \cdot QT^2) / (QR) = L \cdot SP^2.$

Nach §. 21., Zusatz 1. und 5. ist daher die Centripetalkraft

[128] $L \cdot SP^2,$

oder weil L constant ist,

[129] SP^2

indirect proportional. <u>Ende des Zitats</u>

Anmerkungen:

zu [101]: dies ist zunächst eine *Behauptung,* die anschließend abgeleitet und in Zeile [111] als Ergebnis angegeben wird

zu [102]: Festsetzung der Parallelität

zu [103]: Brennpunkte H und S liegen symmetrisch zum Mittelpunkt C

zu [104]: Strahlensatz in Bezug auf Punkt S

zu [105]: Summe zweier Strecken: EJ + JP = EP (siehe Figur)

zu [106]: Zusammenfassung von [104] und [105] mit Umformung

zu [107]: Summe dreier Strecken: ES + EJ + JP = SP (siehe Figur)

zu [108]: Festsetzung (vgl. [102])

zu [109]: Wechselwinkel (siehe auch Anmerkung zu [110])

zu [110]: Ellipsenlehrsatz: „Tangente und Normale halbieren die Winkel der Leitstrahlen". Das Dreieck JPH ist deshalb gleichschenklig.

zu [111]: Ellipsenlehrsatz: „Die Summe der Leitstrahlen ist gleich dem großen Durchmesser." (siehe hierzu auch die Anmerkung zu [101])

zu [112]: der Parameter L der Ellipse ist eine gängige Festsetzung (Definition), die jedoch *nicht* das Ergebnis irgendeiner mathematischen Ableitung ist

zu [113]: Strahlensatz in Bezug auf Punkt P; es gilt QR = Px , da QxPR voraussetzungsgemäß ein Parallelogramm ist

zu [114]: dieser Ausdruck ist identisch zur Beziehung L = L

zu [115]: Zusammenfassung von [113] und [114]

zu [116]: diese Beziehung ist aus § 27, Gleichung A., übernommen

zu [117]: Zusammenfassung von [115] und [116]

zu [118]: Hier wird auf § 8 Bezug genommen, wo ein *spezieller* Grenzübergang mit dem Grenzwert **1** behandelt wird. Auch vorliegend kommt ein Grenzwert **1** heraus (Zusammenfallen der Punkte Q und P), jedoch darf dieser nicht

$$[Qv^2] / [Qx^2] = \mathbf{1}$$

(was gleichbedeutend ist mit $Qv^2 = Qx^2$)

geschrieben werden, sondern **nur** als Differentialquotient:

$$d[Qv^2] / d[Qx^2] = \mathbf{1} .$$

Hierdurch wird deutlich gemacht, daß es sich bei den Ausdrücken in eckigen Klammern um Differentiale handelt, also um nach Null gehende Grenzwertgrößen.

zu [119]: Ausgehend von [117] und [118] ist diese Gleichung *formal* richtig. Sie bedeutet aber *praktisch* eine **Division durch Null**, da Qx^2 - ebenso wie Qv^2 - einen nach Null gehenden Grenzwert darstellt. Außerdem geht aber (beim Zusammenfallen der Punkte Q und P) auch QR nach Null. Entscheidend ist daher der Quotient $Qx^2 : QR$. Dieser geht aber (beim Zusammenfallen der Punkte Q und P) ebenfalls nach Null, da Qx in der zweiten Potenz, QR aber nur in der ersten Potenz eingeht. Folglich ist die Division durch Null weiterhin gegeben.

In Gleichung [119] (bei Newton Gleichung 5.) steht also links des Gleichheitszeichens ein **unendlicher**, rechts des Gleichheitszeichens dagegen ein **endlicher** Wert. Denn L, AC, PC und CD sind von der Lage des Punktes Q unabhängig und Gv wird (beim Zusammenfallen der Punkte Q und P) zu $Gv = GP = 2 \cdot PC$ (vgl. auch Zeile [125]). Deshalb wird der rechts des Gleichheitszeichens stehende Ausdruck in [119] zu:

$$L \cdot AC \cdot PC : 2 \cdot PC \cdot CD^2 = L \cdot AC : 2 \cdot CD^2$$

Dies ist aber - wie gesagt - ein <u>endlicher</u> Wert.

Damit werden auch <u>alle folgenden Rechenschritte fehlerhaft.</u> Zur Kontrolle soll jedoch der weitere Rechengang noch im einzelnen betrachtet werden.

zu [120]: Diese Beziehung ist *formal* richtig, da die Dreiecke QTx und PFE in zwei Winkeln übereinstimmen und daher einander ähnlich sind.

zu [121]: Diese Gleichung ergibt sich aus § 26. Dort heißt es:

„Alle um eine gegebene Ellipse beschriebenen Parallelogramme sind einander gleich. Dasselbe gilt von den Parallelogrammen, welche in der Hyperbel an ihre Durchmesser beschrieben werden. Beides ist aus der Lehre von den Kegelschnitten bekannt."

In Anwendung dieses Satzes ergibt sich zunächst (Flächeninhalt eines Parallelogramms = Grundseite mal Höhe) für ein *Viertel* des Inhaltes *jeweils einer* von zwei umschriebenen Ellipsen:

$$AC \cdot CB = DC \cdot PF$$

Einsetzen von $AC = EP$ gemäß [111] ergibt:

$$EP \cdot CB = DC \cdot PF$$

Durch Umstellen und Quadrieren ergibt sich daraus die Glg. [121].

zu [122]: Zusammenfassung von [119], [120] und [121]

zu [123]: der Parameter L gemäß [112] wird hier erneut eingeführt und ab [124] erstmals weiterverarbeitet. In den Zeilen [113] bis [122] wurde er nur unnötigerweise mitgeschleppt!

zu [124]: Zusammenfassung von [122] und [123], wobei BC^2 herausfällt

zu [125]: vergleiche hierzu Anmerkung „zu [119]", zweiter Absatz

zu [126]: Zusammenfassung von [124] und [125]

zu [127]: einfache Erweiterung

zu [128]: Hier wird auf § 21 Bezug genommen. In diesem Paragraphen ist aber ein **Irrtum** enthalten, denn es wird eine Aussage, die für den Krümmungs-Mittelpunkt eines Bogens QPA zutrifft, ohne stichhaltige Begründung auf andere Punkte, beispielsweise den Brennpunkt S, übertragen. Ein wesentliches *Indiz* dahingehend, daß nur der Krümmungs-Mittelpunkt betroffen ist, ist durch die Aussage im ersten Absatz des § 21 gegeben, wo es heißt (Unterstreichungen *von uns* ergänzt):

„Ein Körper bewegt sich in nicht widerstehendem Mittel um ein unbewegliches Centrum und in einer <u>beliebigen</u> Bahn; er beschreibt in einer sehr kurzen Zeit irgend einen eben entstehenden Bogen, dessen Pfeil Pv man gezogen hat und welcher letztere die <u>Sehne des Bogens halbiert</u> und verlängert durch das Centrum der Kräfte geht."

Wegen des genannten Irrtums ist daher die Aussage gemäß [128] **falsch!**

zu [129]: Es ist richtig, daß der Parameter L (siehe [112]) für *ein und dieselbe* Ellipse konstant ist, denn er errechnet sich ausschließlich aus den - für *ein und dieselbe Ellipse* - konstanten Längen BC und AC . Dennoch ist die Aussage nach [129] **falsch**, da sie aus der falschen Aussage nach [128] abgeleitet ist.