

$$(4) \quad x_1(t) = \int v_1 dt = v_1 \int dt = v_1 \cdot t + K_1$$

$$(5) \quad x_2(t) = \int v_2 dt = v_2 \int dt = v_2 \cdot t + K_2$$

$x_1(t)$ bzw. $x_2(t)$ ist die analytische Beschreibung des jeweiligen Bewegungsvorgangs, wobei K_1 und K_2 vieldeutige Integrations-Konstanten sind, die nur durch Festlegung der Integrations-Grenzen ermittelt werden können. Ohne diese Festlegung spricht man von einem „unbestimmten Integral“.

Zur Bestimmung der Integrations-Konstanten betrachten wir **Bild 2** und denken beispielsweise an einen sportlichen Wettlauf, bei dem zum Zeitpunkt t_{10} ein Überholvorgang stattfindet. Der Soll-Startpunkt (Startschuß) liege bei $t = 0$ (Festsetzung). Die beiden tatsächlichen Start-Zeitpunkte werden mit t_{10} und t_{20} angenommen. Wir erhalten als analytische Beschreibung (bestimmtes Integral):

$$(6) \quad x_1(t) = \int_{t_{10}}^t v_1 dt = v_1 \int_{t_{10}}^t dt = \left| v_1 \cdot t \right|_{t_{10}}^t$$

$$(7) \quad x_1(t) = v_1 \cdot t - v_1 \cdot t_{10}$$

und in analoger Weise:

$$(8) \quad x_2(t) = \int_{t_{20}}^t v_2 dt = v_2 \int_{t_{20}}^t dt = \left| v_2 \cdot t \right|_{t_{20}}^t$$

$$(9) \quad x_2(t) = v_2 \cdot t - v_2 \cdot t_{20}$$

Dabei entsprechen $v_1 \cdot t_{10} = K_1$ und $v_2 \cdot t_{20} = K_2$ den oben eingeführten Integrations-Konstanten. Bei diesen Integrationen ist die obere Integrations-Grenze - und nur diese - **variabel**.

Die vorstehende Methode zur Bestimmung der Integrations-Konstanten wird in zahlreichen Lehrbüchern richtig dargestellt. Es erübrigt sich deshalb, hier eine weitere Erläuterung. Sie gilt anerkanntermaßen für alle klassischen Bewegungsvorgänge ganz unabhängig davon, ob ein Wettlauf, ein ballistisches Problem (Gewehr-Geschoß), ein Schallausbreitungs-Problem (Medium Luft in Verbindung mit bewegtem Sender und Empfänger) o.ä. betrachtet wird. Dennoch werden die Integrations-Konstanten bei der Behandlung von Problemen mit mehr als einem Koordinaten-System oftmals irrtümlich außer acht gelassen.

3. Mehr als ein Koordinaten-System

Betrachten wir zunächst zwei relativ zueinander ruhende Koordinaten-Systeme S_A und S_B