Homepage

published December 1999, September 2001, June 2002, August 2003, October 2004, October 2005, May 2007, December 2007, May 2008
by

Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
(retired professor, mathematician)

Tel. 0049/30/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

The homepage contains the following papers on inverse problems and medical diagnostics.

1. Gottfried Anger (2007), *Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft.* In: Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät (www.leibniz-sozietaet.de), 13 pages.
2. Gottfried Anger (2005), *Zum Verhältnis von Mathematik zu Physik.* In: Was von moderner Physik bleibt und was fällt, Band 1, Verlag Kritische Wissenschaft, D-51556 Windeck/Sieg, 2 pages.
3. Gottfried Anger (2005), *On the Power of a Mathematical Model.* Paper presented at the Einstein Conference of the Leibniz Sozietaet and the Archenhold -Sternwarte Berlin-Treptow on 17 March 2005, see www.leibniz-sozietaet.de , 3 pages.
4. Gotfried Anger (2005), *Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur.* In www.izf-group.de/Verlag/Index_Group_Verlag_publ_art12.htm, 2 pages.
5. Gottfried Anger (2005), *Die Komplexität der Natur und ihre Interpretation*. In. Was von moderner Physik bleibt und fällt, Band 6, Verlag Kritische Wissenschaft, D-51556 Windeck/Sieg, 12 pages.
6. Gottfried Anger (2003), *Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften*, *der Technik und der Medizin*. In: Festband zum 70. Geburtstag des Geodäten Helmut Moritz, 5 - 20 (2003), Institut für Geodäsie, TU Graz (one can read the basic ideas and results in English in the paper Gottfried Anger and Helmut Moritz, see no. 9). See also www.ekkehard-friede.de (Literatur) und www.interdis-wis.de (Links), 12 pages.
7. Gottfried Anger (2002), *Curriculum Vitae* (Lebenslauf), 11 pages.
8. Gottfried Anger (2002), *The contributions of Ch.-J. de La Vallée Poussin (14.8.1866 - 2.3.1962) to potential theory - The power of theory*. In: Collected Works of Charles-Jean de La Vallée Poussin, Academie Royale de Belgique and Circolo Matematica di Palermo (36 pages, to appear). In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.
9. Gottfried Anger and Helmut Moritz (2003), *Inverse problems and uncertainties in science and medicine* (38 pages). In: Festband für den Physiker H.-J. Treder aus Anlaß seines 75. Geburtstages, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, vol. 61 (2003), 171 - 212 (sitzungsberichte@leibniz-sozietaet.de), see also the homepage *Gottfried Anger and Helmut Moritz: Inverse Problems and Stability - Basic Ideas and Applications,* in: http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

10. Gottfried Anger (1999), *Zum Verhältnis Mensch – Natur. Grundlegende Prinzipien der messenden Physik: Science is patchwork* (28 pages, personal manuscript, unpublished).

11. Gottfried Anger (1999), *Die diagnostische Qualität ärztlicher Wahrnehmung und physiko-chemischer Meßwerte. Relevanz für die Bezahlbarkeit unseres Gesundheitssystems aus mathematisch-physikalischer Sicht* (unpublished, 5 pages).

12. Gottfried Anger (1998), *Basic principles of inverse problems in natural sciences and medicine.* Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78**, S189 – S192. In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.

13. Gottfried Anger (1998), *Inverse problems: Regularization of ill-posed problems.* Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78,** S235 – S237. In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.

14. Gottfried Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria.* Arzt und Krankenhaus **12/97**, 354 – 357.

15. Gottfried Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin* (On the power of theory in natural sciences, technology and medicine). Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20**. 19 – 36. In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.

16. Gottfried Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik unter besonderer Berücksichtigung der Röntgendiagnostik* (Vortrag am 12. Juli 1995 im Rahmen der Feiern zum 100jährigen Jubiläum der Entdeckung der Röntgenstrahlung im Jahre 1895 durch W. C. Röntgen, Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität Würzburg, 9 pages, (unpublished).

17. Gottfried Anger (1997), *Does there exist a systems theory for technical systems, the systems of nature and the universe?* In: H. G. Natke and Y. Ben-Haim, Uncertainty: Models and Measures, pp. 109 – 123. Mathematical Research 99, Akademie-Verlag Berlin, 1997. In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.

18. Gottfried Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang.* In: Inverse Problems and Applications to Geophysics, Industry, Medicine and Technology. pp. 24 - 31, Publications of The HoChiMinh City Mathematical Society, vol. 2 (1995). In order to get the final version of this article one needs the mathematical programme LATEX.

19. Gottfried Anger (1994), *Bericht über Second International Conference 'Dynamic Systems Identitication and Inverse Problems'*, St. Pteresburg (Rußland), 22. - 26. August 1994, 6 pages.

20. Gottfried Anger (1977), *Das Verhältnis Mathematik - Ingenieurwissenschaften.* Vortrag vor der Klasse Mathematik der Akademie der Wissenschaften am 17. März 1977. (Dieser Vortrag durfte nicht publiziert werden, 5 pages).

21. Gottfried Anger (1975), Stellungnahme von G. Anger zu den Anwendungen der Mathematik am Fachbereich Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg vom 9. November 1975, 2 pages.

22. Gottfried Anger (1995), Brief an den Bundesminister für Arbeit und Soziales (Dr. Norbert Blüm).

23. Gottfried Anger (1997), *Ghosts* (*phantoms, artefacts*) *- a reality of sciences using measuring data for interpretation.* In: http://www.geodesy.tu-berlin.de (3 pages).

24. Gottfried Anger.(2001), *Verzeichnis der Publikationen.* (9 pages).

25. Gottfried Anger, Rudolf Gorenflo, Horst Jochmann, Helmut Moritz and Wigor Webers (1993), *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine.* International Conference on Inverse Problems held in Potsdam, Mathematical Research vol. 74, Akademie-Verlag, Berlin.

26. Gottfried Anger (1990), *Inverse Problems in Differential Equations.* Kluwer Publishing Company.
27. Gottfried Anger (2000), Brief an den Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Prof. Dr. E.-L. Winnacker).
28. Gottfried Anger (1997, 2001), Briefe an das Nobelpreiskomitee (The Royal Swedish Academy of Sciences).
29. Gottfried Anger (2002), Brief an den Präsidenten der Humboldt-Universität zu Berlin (Prof. Dr. J. Mlynek).
30. Gottfried Anger (2002), Brief an den Präsidenten der Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle (Saale) (Prof. Dr. V. ter Meulen).
31. Gottfried Anger (2002), Brief an den Präsidenten der Technischen Universität Berlin (Prof. Dr. K. Kutzler).
32. Gotfried Anger (2003), Brief an den Direktor der McKinsey-Deutschlandzentrale Dr.J. Kluge.
33. Gottfried Anger (2004), Brief an den Bundeskanzler (Gerhard Schröder).
34. Gottfried Anger (2004), Brief an den Vorstandsvorsitzenden der Charité Berlin (Prof. Dr. Detelev Ganten).
35. Gottfried Anger (2004), Brief an den Päsidenten der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften (Prof. Dr. Dieter Simon).
36. Gottfried Anger (1998), Brief an den Bundespräsidenten (Prof. Dr. Roman Herzog).
37. Gottfried Anger (2004), Brief an den Bundespräsidenten (Prof. Dr. Horst Köhler).
38. Gottfried Anger (2004), Brief an den Präsidenten der Bundesärztekammer (Prof. Dr. J.-D. Hoppe).
39. Gottfried Anger (2004), Antwwortbrief an das Zentrum für Muskel- und Knochenforschung der Freien Universität Berlin.
40. Gottfried Anger (2004), Bemerkungen "Zur ökologischen Transformation".
41. Gottfried Anger (2005), Brief an den Direktor des Institutes für Qualität und Wirtschaftlichkeit im Gesundheitswesen, Prof.Dr. Peter T. Sawicki.
42. Brief an G. Anger vom 8. März 2004.
43. Gottfried Anger (2005), Brief an den Präsidenten der Internationalen Gesellschaft für Interdisziplinäre Wissenschaften (www.interdis-wis.de) Dr. Hans Kaegelmann, D-51556 Windeck .
44. Gottfried Anger (2006), Brief an den Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft Prof. Dr. Ernst-Ludwig Winnacker.
45. Gottfried Anger (2006), Brief an den Bundespräsidenten Prof. Dr. Horst Köhler.
46. Gottfried Anger (2007), Brief an den Rektor der TU Dresden Prof. Dr. Hermann Kokenge.
47. Gottfried Anger (2007), Brief an die Bundesministerin für Bildung und Forschung Dr. Annette Schawan.
48. Gottfried Anger (2008), Brief an den Präsidenten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft Prof. Dr. Eberhard Umbach.
49. Gottfried Anger (2008), Brief an die Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle (Saale).
50. Brief an T. Riedrich vom 20.5.2008.
51. Gottfried Anger (2008), Brief an die Französische Botschaft in Berlin.
52. Gottfried Anger (2008), Brief an Prof. Dr. med. Gert Baumann, Charité Berlin.

Abstract

In science, technology and medicine one is constantly confronted with the necessity to interpret measurements. Such an interpretation is particularly difficult in geopyhsics, medicine and astrophysics. The problem is here to determine, on the basis of measured data, internal parameters such as the mass density or the electrical conductivity, which are not capable of being measured directly. Such problems are briefly called **inverse problems**; in medicine and technology the term **diagnostics** is also frequently used. Even the process

of sensory perception in man and animals may be regarded as an inverse problem in which unequivocal knowledge may be achieved by a certain redundant (e.g. sight, hearing, and touch). Powerful instruments, together with supercomputers, enormously widen the range of human perception and require the mathematical and numerical solution of a further class of inverse problems. Inverse problems may be considered among the pressing problems of mathematical research, but the importance of inverse problems has come to be recognized rather slowly.

To solve an inverse problem the following points have to be studied:

1. Mastery of the special process both experimentally and theoretically.
2. Possibility of mathematical modelling of the process.
3. Mastery of the direct problem both theoretically and numerically.
4. Studying of the information content of the inverse problem, i.e., to find out which inner parameters of a system inaccessible to measurement can be determined in a stable and unique manner.
5. Development of algorithms for the numerical solution of an inverse problem.

The inverse problems to be solved are more difficult and more time consuming than most general problems treated in mathematics. For practical and historical reasons the way to a successful career was usually through one of the traditional domains of mathematics. From the point of view of the job market, inverse problems are those, which students normally face when they leave the university [19], p. 37. The author studied modern potential theory and functional analysis according to French mathematicians (1952 – 1970), then he applied these results relative to inverse problems of mathematical physics according to Russian mathematicians (1970 – 2003).

Generally we make the following remarks:

- Mathematics is the language of physics because, for most physical processes, allows the formulation of a meaningful description.
- Unfortunately, for the complex systems of real nature, there is no mathematical systems theory: „Science is patchwork“.
- For such systems only certain partial information can be measured, and practical experience is needed to draw at least some meaningful conclusions from the measured data: „praxis cum theoria“.
- Engineering systems are relatively well known and managable. For them, a mathematical systems theory usually exists.
- Biological systems are much more difficult: measurements may not be reliable and meaningful, and mathematical systems theories hardly exist. Thus in medicine practical experience („ars medica“) is particularly important.
- Social sciences are in between: systems theories do exist to a limited extent, and computers can be used with a certain success.

In the papers [2], [3], [4], [6], [7], [9] one can find most books on inverse problems. The book of Parker, *Geophysical inverse theory,* Princeton University Press, 1994, is correct from the mathematical point of view. But his method can be applied only to inverse problems having a uniquely determined solution. In geophysics (and medicine) most mathematical problems have infinitely many solutions, which is a consequence of very weak measuring data. We have to completely reorganize sciences using measuring data for interpretation, especially in medicine, in favour of practical experience. Many mathematical results on inverse problems are **physical nonsense**, especially the mathematical results on deep drilling. One can find further details on inverse problems in the books [18] and [19], see also the latest book of G. Ulrich and H.-J. Treder, *Im Spannungsfeld von Aletheia und Asklepios – Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik,* nexus GmbH, Düsseldorf 2000.

1.

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

Vortrag am 3. Mai 2007 vor der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz – Sozietät Berlin

Gottfried Anger (Berlin)

1. Die Komplexität der Natur

Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur, da die Materie überdurchschnittlich viele Atome enthält. Weiterhin ist in einem speziellen System der Natur die genaue Anzahl und die Lage der einzelnen Atome unbekannt [4], [5]. Zwischen den einzelnen Atomen gibt es nach den bisherigen Erfahrungen vier Wechselwirkungskräfte: die Gravitationswechselwirkung (Massen), die elektromagnetische Wechselwirkung (elektrische Ladungen), die starke Wechselwirkung (Positronen, Neutronen, Mesonen) und die schwache Wechselwirkung (Elementarteilchen) [24], [28]. Das Leben auf der Erde beruht nach unseren Erfahrungen im wesentlichen auf diesen Kräften. Das Studium der Galaxien ergab mit Hilfe mathematischer Überlegungen, dass die Gravitation der Massen allein einen Galaxienhaufen nicht zusammenhalten kann. Die sogenannte dunkle Materie, deren direkter Nachweis bisher nicht gelungen ist, spielt bei dem Zusammenhalten der Materie im Universum eine zentrale Rolle [13], [16]. Weiterhin nimmt man an, dass es im Universum eine dunkle Energie gibt [13]. Viele der physikalischen Prozesse im Universum sind uns unbekannt und werden auch unbekannt bleiben. Die Leistungsfähigkeit der dazugehörigen mathematischen Modelle ist kaum untersucht worden [4], [5]. Daher gilt auf der Erde, speziell für die biologischen Systeme wegen des Einflusses des Universums und eines sehr großen Informationsmangels, stets **praxis cum theoria**. Zur Klärung der Prozesse im Universum benötigt man leistungsfähige Informationen (Messwerte). Diese werden aber auch in Zukunft kaum zu beschaffen sein. Daher ist der Wissenschaftler beim Umgang mit der Materie im großen Umfang auf **praktische Erfahrungen** angewiesen und diese wiederholen sich vom Prinzip her, bilden also eine wesentliche Grundlage unseres Lebens [7]. Die früheren Generationen der Menschen haben sich auf praktische Erfahrungen verlassen [17] [29], [37], [38]. So verwendeten zum Beispiel vor 2.800 Jahren die Phönizier bei ihren langen Fahrten im Mittelmeer zur Ernährung das Sauerkraut als Vitaminquelle, und vor 600 Jahren die Chinesen bei ihren langen Fahrten nach Indien, Persien und nach Ostafrika zur Ernährung Sojakeime aus der Sojabohne, die man unterwegs keimen lassen konnte. Diese enthalten überdurchschnittlich viele für die Ernährung wichtige Substanzen.

Ein Kubikzentimeter Wasser enthält ca. 10^{22} Atome (das Produkt der 10 zweiundzwanzig mal), ein Festkörper ca. 10^{23} Atome [28]. Dabei sollte man beachten, dass auch andere Atome in geringer Anzahl in der Substanz vorhanden sind. Diese deuten oft auf den Fundort der Materie hin. 100 Kilogramm Wasser enthalten ca. 10^{27} Atome, was annähernd der Anzahl der Atome im menschlichen Körper entspricht. Die zwischen den Atomen möglichen Wechselwirkungsbeziehungen sind fast unendlich groß. Die Komplexität des menschlichen Körpers wird in der Medizin, speziell in der medizinischen Diagnostik, viel zu wenig beachtet [8], [17], [22], [37], [38]. Hieraus folgen viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang. Der

Biologe R. Riedl [30] schreibt in seinem Buch: *Wir haben unsere Weltsicht sträflich zerlegt und simplifiziert, unsere Lebenswelt aber gleichzeitig so kompliziert werden lassen, dass wir sie kaum mehr durchschauen. Daran sind die überwiegend analytischen Leistungen der fächerzerteilten Naturwissenschaften beteiligt, aber auch die Tendenz dieser Zivilisation zu belohnen, wo immer weiter in die Welt eingegriffen werden kann, um schließlich das, was sich gerade handhaben lässt, schrecklich zu sagen, mit der Welt zu verwechseln.* Man vergleiche hierzu auch die Bemerkungen des Neurologen Gerald Ulrich [37], [38] zur Medizin.

Nach meinen mathematischen Ergebnissen über die Komplexität der Natur und den praktischen Erfahrungen des amerikanischen Kardiologen Bernard Lown [22] zieht dieses viele Veränderungen in der medizinischen Ausbildung zugunsten praktischer Erfahrungen nach sich [14], [37]. Vor allem muss man die Leistungsfähigkeit von Messwerten physikalischer Felder (inverse Probleme), zum Beispiel elektrischer Felder, klären und danach den Ärzten für ihre praktische Arbeit mitteilen. In dieser Hinsicht hat die Physik kaum etwas dazu beigesteuert. Sie beschränkt sich meist auf den atomaren Bereich, wo die Information wesentlich geringer ist als im physikalischen Feld, und auf spezielle Probleme. Das Hirn ist nicht in der Lage, die Komplexität der Natur voll zu erkennen. Die Sinnesorgane von Lebewesen sind so ausgebildet, dass diese sich in der Natur zurechtfinden, um zu überleben.

Für eine Generation von uns Menschen setzt man ca. 30 Jahre an. Mikroorganismen erschienen auf der Erde vor etwa 3,8 Milliarden Jahren, Vielzeller entwickelten sich erst vor etwa 600 Millionen Jahren, der moderne Mensch erst vor etwa 130.000 Jahren. Weniger als 0,5% der geschätzten 2 bis 3 Milliarden Spezies der Mikroorganismen wurden bislang entdeckt und klassifiziert. Es gibt Bakterien, z. B. *Escherichia coli*, die sich unter optimalen Bedingungen alle 20 min verdoppeln. Das jetzige Leben auf der Erde hat sich im Verlauf von einer sehr langen Zeit entwickelt und den besonderen Bedingungen auf der Erde angepasst. Die inneren Strukturen der biologischen Systeme (genetische und chemische) sind weitgehend durch die lange Entwicklung auf der Erde geprägt und lassen sich nicht in kurzer Zeit wesentlich verändern. So hat sich der Mensch früher ernährt von Pflanzen, Samen, Tieren und dem Gebrauch von Wasser. Rinder, Schafe usw. (Wiederkäuer) dagegen besitzen einen mehrteiligen Wiederkäuermagen, der es ihnen durch mikrobielle Verdauung ermöglicht, auch solche Kohlenhydrate, zum Beispiel Gras, als Nahrung zu nutzen, die für andere Säugetiere mit nur einem Magen unverdaulich sind. Der Darm der Wiederkäuer ist sehr lang im Gegensatz zu den anderen Tieren. Durch die spezielle Ernährung der Wiederkäuer bekommen diese nicht so viele gefährliche Mikroorganismen in den Körper. In den warmen arabischen Staaten verzehrt man daher kein Schweinefleisch. Auch Hunde dürfen kein rohes Schweinefleisch wegen vorhandener Mikroorganismen bekommen. Geringfügige Anpassungen sind jedoch beim Menschen und Tieren möglich. Als die Menschen vor ca. 8000 Jahren in Europa Bauern wurden, änderten sie gleichzeitig ihre Lebensweise drastisch. In dieser Phase wurde plötzlich eine Erbeigenschaft wichtig, die Kindern und Erwachsenen hilft, auch nach dem Abstillen Milch zu verwerten. Der Paläogenetiker Joachim Burger von der Universität Mainz hat herausgefunden, dass Säuglinge für den in der Milch vorhandenen Milchzucker Laktose das spezielle Enzym mit dem Namen Laktase produzieren. Sobald aber die Kinder nicht mehr gestillt werden, versiegt auch die Herstellung dieses Enzyms. Einige Menschen aber haben kleine Veränderungen im Erbgut, die den Produktionsstop für das Laktase-Enzyms verhindern. Noch als Erwachsene können diese Menschen Milch verwerten. Man schätzt, dass in Asien ca. 90% der Menschen den Milchzucker nicht abbauen können, in Europa sollen es ca. 10% sein.

Der Geburtenüberschuss und klimatische Veränderungen (Trockenzeit nach der Eiszeit) zwangen die Menschen in den östlichen Regionen des Mittelmeeres zwischen Euphrat und

Tigris, andere Nahrungsquellen zu finden. Der Anbau von Getreide scheint hier den Ursprung zu haben. Man nimmt an, dass dieses vor ca. 13.000 Jahren geschehen ist. In der Medizin wird viel zu wenig beachtet, dass unser Körper bereits vor 13.000 Jahren bezüglich der inneren chemischen Prozesse des Körpers im wesentlichen genetisch geprägt war. Seit dieser Zeit hat der Mensch nur ca. 400 - 500 Generationen hervorgebracht, im Gegensatz zu der schnellen Veränderung der Mikroben. Diese können sich dadurch relativ gut den neuen Bedingungen anpassen. Die Fakten bezüglich unseres Körpers sind in den Naturwissenschaften und der Medizin kaum bekannt und in Zukunft unbedingt zu beachten. Klaus Schmidt [32] vom Deutschen Archäologischen Institut in Berlin untersucht seit 1993 im Südosten der Türkei, nahe der syrischen und irakischen Grenze, eines der eindruckvollsten *Heiligtümer der Menschheitsgeschichte*, welches ca. 13.000 Jahre alt ist und weitgehend Auskunft über die damalige Zeit gibt. Die Probleme mit dem Geburtenüberschuss bei den Griechen vor 2.800 Jahren sind in der Arbeit [34] ausführlich dargestellt. Der jetzige Geburtenüberschuss in der dritten Welt ist sehr kritisch einzuschätzen, da die Ressourcen auf der Welt begrenzt sind. Neben Nahrungsmitteln verbrauchen die Menschen viele technische Produkte, die nur mit Hilfe von fossilen Rohstoffen hergestellt werden können. Hieraus folgt die rasche Klimaerwärmung auf der Erde [35]. Weiterhin kippen wir alle von der Industrie erzeugten chemischen Produkte einfach in die Natur. Wissenschaftler sprechen von einem unsichtbaren Giftmülldepot. Im Erdreich von Feldern, in Flüssen und in Kläranlagen befinden sich gefährliche Industriechemikalien. So ist das Krebs erzeugende PFT über Jahre ins Grundwasser gesickert. Man vergleiche hierzu auch den Beitrag http://www.zdf.de/inhalt/25/0,1872,5555897.00.html. Der Umgang mit den Handys (mobile Phone) kann ebenfalls problematisch sein. Diese liefern fortwährend elektromagnetische Wellen (Energie). Der Mensch und die Natur sind an diese Energie nicht gewöhnt [4].

Der Chemiker Gert Blumenthal [9] betrachtet die komplexen Systeme der Natur aus einem anderen Blickwinkel. Hier spielen chemische Strukturen und die Sonne eine zentrale Rolle. Auch ist die Ökologie von zentraler Bedeutung. Die Natur ist eine komplexe Einheit, die sich physikalisch nicht vollständig beschreiben lässt.

Wissenschaftler haben festgestellt, dass als Folge des Abschmelzens des Eises (Ende der Eiszeit) der Meeresspiegel angestiegen ist. Das Schwarze Meer war früher ein Binnensee mit Süßwasser. Im 7. Jahrtausend v. Chr. hob sich der Meeresspiegel des Mittelmeeres. Das führte zu einem Durchbruch des Wassers am Bosporus. Innerhalb kurzer Zeit soll sich der Meeresspiegel des Schwarzen Meeres um ca. 200 Meter angehoben haben. Bohrungen im Schwarzen Meer belegen diese Tatsache. Ausführliche Darstellungen sind zu finden in http://de.wikipedia.oeg/wiki/Sintflut .

2. Grundlagen für die Interpretation der Natur

Die Interpretation der Natur beruht im großen Umfang auf der Beobachtung der Natur. Früher haben sich die Völker auf solche Ergebnisse verlassen [14], [21], [30], [37], [38]. Auch heute leben noch einige Naturvölker auf der Grundlage ihrer Erfahrungen. Die Entwicklung der Physik während der letzten zwei Jahrhunderte brachte es mit sich, dass man in den Anwendungen der Naturwissenschaften immer mehr Messwerte physikalischer Felder verwendet. Dadurch wurden wichtige zusätzliche physikalische Ergebnisse erzielt. Wegen der Schwäche der meisten Messwerte kann man damit – ohne Zusatzinformationen - nicht immer auf das Gesamtsystem schließen, was in den Anwendungen (speziell in der Medizin) aber notwendig ist [2], [8], [29], [30]. Hier sind die Erfahrungen der früheren Generationen und der asiatischen Kulturen unbedingt zu beachten, die ohne Physik mit Erscheinungen in der Natur

umgingen [39], [40]. Bereits vor ca. 2400 Jahren haben Hippokrates und seine Schüler [14], basierend auf den Erfahrungen ägyptischer, babylonischer und indischer Medizin gelehrt, *dass es nur dann möglich ist, die ‚Geschichte' der einzelnen Krankheiten präzise herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome aufmerksam beobachtet und mit größter Genauigkeit festhält: die Krankheit an sich sei unerreichbar*.

Mathematik und Medizin gehören zu den ältesten Wissenschaften. Während sich die Mathematik mit speziellen Fragen beschäftigt, müssen sich Medizin und Biologie mit komplexen Problemen auseinandersetzen [9], [12], [22], [30]. Das ist der Grund, warum so wenig Systematik für komplexe Systeme vorhanden ist. Das wirkt sich besonders in der Medizin beim Gebrauch von Messwerten, ohne Kenntnis der Prozesse des menschlichen Körpers (Anamnese), negativ aus [22], [37], [39]. Sir Isaac Newton (1643 – 1727) ist der Entdecker des Gravitationsgesetzes und der Begründer der klassischen Mechanik und Himmelsmechanik [27]. *Newton war Physiker und vor allem Physiker*. Von ihm stammt für die Anwendung der Physik der grundlegende Satz, den fast alle Wissenschaftler nicht kennen: *Hypothesen dürfen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungsformen ab und verallgemeinert sie durch Induktion* (Principia 1687, Deutsche Übersetzung S. 511) [27]. Die Mathematik hat in den vergangenen 2000 – 3000 Jahren eine beachtliche Substanz geschaffen [34]. Nur haben die meisten Wissenschaftler verlernt, das Verhältnis Theorie – Praxis genau zu analysieren. Die theoretische Physik beruht in vielen Fällen auf Hypothesen, die oft nicht an der Realität nachgeprüft worden sind. Daher sind viele Ergebnisse der theoretischen Physik zurzeit nur mathematische Untersuchungen. Der Physiker Wolfgang Neuendorf (www.neundorf.de) schreibt dazu: *Das Fatale an der etablierten Wissenschaft ist nicht so sehr, dass sie sich irrt, das ist menschlich. Fatal ist, dass die amtierenden Wissenschaftspäpste ihre Vermutungen als ‚Wissen' und ihre, größtenteils waghalsigen, Theorien als ‚Gesetze' ausgeben. Noch schlimmer wird das Ganze dadurch, dass jeder Wissenschaftler, der den manchmal höchst abenteuerlichen Thesen widerspricht, seine Kariere und oft seine Existenz riskiert. Wie abenteuerlich und in weiten Teilen lächerlich und gerade zu grotesk zum Beispiel die theoretische Physik ist, die Anfang und Ende des Universums zu erklären versucht.*

Die Entwicklung der Differential- und Integralrechnung durch Newton und Leibniz ermöglichte eine theoretische Beschreibung vieler Probleme der theoretischen Physik. Solche Ergebnisse lassen sich für eine Beschreibung der Natur - im Sinne der Entwicklung der Natur - aus dem Anfangszustand heraus (direkte Probleme) verwenden. Diese Untersuchungen der damaligen Mathematik beziehen sich meist auf spezielle Aufgabenstellungen, zum Beispiel auf Gebiete mit glattem Rand, wie Kugeln, und Massen- bzw. Ladungsverteilungen, die eine Dichte besitzen. Die Mathematik für beliebige Gebiete und allgemeine Massenverteilungen erfolgte jedoch erst im 20. Jahrhundert, nachdem Mengenlehre und Funktionalanalysis erschaffen wurden. Man muss dabei aber stets die Ideen von Issac Newton beachten, dass die mathematischen Ergebnisse als ‚real world solutions' nachzuweisen sind. Georg Cantor (1845 – 1918) schrieb in seiner Doktorarbeit (Berlin 1867) folgenden grundlegenden Satz: *In re matematica ars proponendi questionem pluris faciendum est quam solvendi* (In der Mathematik ist die Kunst des Formulierens wichtiger als die Kunst des Lösens). Diese Aussage gilt praktisch für alle theoretischen Überlegungen in den Naturwissenschaften. Cantor versuchte die nach ihm benannte Kontinuumshypothese zu beweisen. Zu jeder unendlichen Menge auf der Zahlengeraden gibt es eine umkehrbar eindeutige Abbildung auf die Menge der natürlichen Zahlen 1,2,3, …, n, … oder die Zahlengeraden. In den Arbeiten von Kurt Gödel (1906 – 1978) aus dem Jahr 1931 [15] und Paul Cohen (1963) [2] wurde gezeigt, dass infolge eines Informationsmangels die **Cantorsche Kontinuumshypothese weder beweisbar noch widerlegbar** ist**.** Dieser Sachverhalt gilt für die meisten

Fragestellungen in den Naturwissenschaften. Hier ist dringend Grundlagenforschung notwendig! Unter dem Gödelschen Satz versteht man folgende Aussage: *In jedem formalen System, das zumindest eine Theorie der natürlichen Zahlen enthält, gibt es eine unentscheidbare Formel, das heißt eine Formel, die nicht beweisbar und deren Negation ebenfalls nicht beweisbar ist* (*Gödelscher Unvollständigkeitssatz*) [15].

Die mathematische Physik begann nach 1800 in Frankreich, Großbritannien und Deutschland. Hauptvertreter dieser Entwicklung waren unter anderem J. B. J. Fourier (1768 – 1830), A. L. Cauchy (1798 – 1857), A. M. Ampére (1775 – 1836), I. Poisson (1781 – 1840), M. Faraday (1791 – 1867), G. Green (1793 – 1841), G. G. Stokes (1819 – 1903), Lord Kelvin (1824 – 1907), J. C. Maxwell (1831 – 1879), C. F. Gauß (1777 – 1855), J. P. G. Lejeune Dirichlet (1805 – 1859), B. Riemann (1826 – 1866), C. Neumann (1832 – 1925), H. v. Helmholtz (1821 – 1894), D. Hilbert (1862 – 1943), A. Einstein (1879 -1955), und viele andere. H. Lebesgue führte 1904 den Raum L^2 der quadratisch integrierbaren Funktionen ein, was eine wesentliche Weiterentwicklung der Integralrechnung von Newton und Leibniz darstellte. Aus diesen Überlegungen entwickelte sich die Hilbertraumtheorie, die für die Quantentheorie die mathematische Grundlage bildet. Diese wurde 1927 von Werner Heisenberg (1901 - 1976) geschaffen. In mathematischer Hinsicht setzten K. O. Friedrichs (1901 – 1982), F. Riesz (1880 – 1956), N. Wiener (1894 - 1864), S. Banach (1892 – 1945), H. Cartan (1904 – 2007), A. N. Kolmogorov (1903 – 1987), S. L. Sobolev (1908 – 1989), L. Schwartz (1915 – 2002) und viele andere Mathematiker solche Überlegungen fort und schufen damit wesentliche Grundlagen für die mathematische Physik. Damit konnten viele Existenz- und Eindeutigkeitssätze (direkte Aufgabenstellungen) für partielle Differentialgleichungen bewiesen werden. Der Konvergenzbegriff dieser Funktionalräume ist schwächer als andere Konvergenzbegriffe. Mit diesen Methoden ist man aber bezüglich inverser Probleme physikalischer Felder (Gravita-tionsfeld, elektromagnetische Felder usw.), d.h. der Bestimmung innerer Materialparameter des Feldes aus Messwerten, nicht wesentlich vorangekommen. Hier spielen die feineren Methoden der modernen Potentialtheorie im Sinne von O. Perron (1923), N. Wiener (1924), Ch.-J. de la Vallée Poussin (1876 - 1975), M. Brelot (1903 - 1987), G. Choquet (1913 - 2006) und vielen anderen eine zentrale Rolle. Mit den Hilbertraummethoden lassen sich jedoch die inversen Probleme im atomaren Bereich relativ gut behandeln, da hier der Informationsinhalt der Probleme wesentlich geringer ist. Darstellungen dazu findet man in dem Buch von G. Anger [2].

Obwohl die Anwendung naturwissenschaftlicher Methoden in den Naturwissenschaften, speziell in der Medizin, zum großen Teil auf der Verwendung von Messwerten physikalischer Felder beruht, begann man erst um 1960 mit der systematischen Analyse solcher Werte (A. N. Tikhonov (1903 - 1993), M. M. Lavrentiev (1932 -), V. K. Ivanov (1909 – 1992) und andere). Ursache hierfür dürften die automatischen Raumstationen gewesen sein, die Messwerte stabil interpretieren müssen. Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle bezüglich physikalischer Felder (inverse Probleme) ist von mathematischer Seite her nicht sehr weit vorangekommen, da hierzu große Teile der mathematischen Analysis und viele praktische Erfahrungen aus den Naturwissenschaften benötigt werden, was wesentlich arbeitsintensiver ist als das Studium spezieller Teilprobleme. Das ist nur möglich durch Bereitstellung zusätzlicher Gelder und vieler Mitarbeiter. Auf dem Gebiet der Anwendungen naturwissen-schaftlicher Methoden sind vom Prinzip her viele Veränderungen notwendig. Der Autor dieses Artikels hat immerhin 50 Jahre intensiver Arbeit benötigt, um diese Aussagen treffen zu können [2], [4].

3. Prinzipien für den Umgang mit komplexen Systemen

Eine lange Beschäftigung mit der Leistungsfähigkeit physikalischer Felder in Geophysik und Medizin ergab 1999 folgende Regeln, wobei die Verwendung des Gravitationsfeldes und von elektrischen bzw. magnetischen Feldern eine zentrale Rolle spielen [4], [5]:

1. Für die meisten komplexen Systeme der Natur gibt es keine mathematische Systemtheorie. Ursache hierfür ist die große Anzahl von Atomen im System und die daraus resultierenden überdurchschnittlich vielen Wechselwirkungsprinzipien. Weiterhin ist die genaue Anzahl und Lage der Atome unbekannt.
2. In einem solchen System kann man in einem Labor gewisse Teilinformationen (Messwerte) erhalten. Der Schluss von der speziellen Information auf das Gesamtsystem gelingt nur mittels praktischer Erfahrungen.
3. Bei technischen Systemen werden die endlich vielen Teilsysteme, aus denen sie bestehen, relativ gut beherrscht. Daher gibt es für solche Systeme eine gewisse mathematische Systemtheorie. Fehler in einem solchen System lassen sich relativ leicht feststellen.
4. Bei biologischen Systemen sind alle Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert, die mathematisch nicht getrennt werden können. Außerdem sind die verfügbaren Messwerte oft sehr schwach. Daher ist der Arzt noch viel mehr als der Ingenieur auf praktische Erfahrungen (ars medica) am realen System angewiesen.
5. Systeme in den Wirtschaftswissenschaften überblickt man vom logischen Standpunkt aus weitgehend (diskrete Mathematik). Allerdings kann es für globale Fragen chaotische Strukturen als Folge eines Informationsmangels geben. Die Computer sind in den Wirtschaftswissenschaften für Teilfragen sehr erfolgreich einsetzbar.

Sehr erfahrene Mediziner, Biologen und Naturwissenschaftler verlassen sich im großen Umfang auf praktische Erfahrungen (**praxis cum theoria**). Die Universitäten unterrichten aber oft nur Teilfragen von komplexen Systemen. Der Schluss von der speziellen Information auf das (komplexe) Gesamtsystem wird nicht immer einwandfrei vollzogen. Hieraus folgen in der Medizin Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang [8], [19], [37].

4. Inverse Probleme in Geophysik und Medizin

Der Mensch und alle Lebewesen (biologische Systeme) sind von den Prozessen der Natur total abhängig. Dabei gibt es eine permanente Interaktion zwischen biologischem System und Natur [3], [17], [22], [37]. Die Sinnesorgane interpretieren (inverse Probleme) elektromagnetische Wellen (zum Beispiel die Augen), elektrische Felder, akustische Wellen (Ohren) und chemische Informationen (Nase, Mund). Es gibt Tiere, die ultraviolettes Licht oder infrarotes Licht zur Orientierung verwenden, Fledermäuse verwenden Schallwellen von ca. 18 - 200 Kiloherz zur Orientierung im Raum. Die Bandbreite der physikalischen Informationen auf der Erde ist sehr groß [28]. Das schwere Erdbeben im Indischen Ozean am 26. Dezember 2004 löste eine riesige Flutwelle (Tsunami) aus, die viele Menschen in den Küstenregionen tötete. Biologen haben festgestellt, dass sich aber viele der Tiere vorher aus den Küstenregionen zurückgezogen hatten, da sie mit Hilfe gewisser (uns unbekannter) physikalischer Informationen, die vom Tsunami stammten, gewarnt wurden [18]. Der Mensch hat es verlernt, mit der Natur und ihren physikalischen Ereignissen umzugehen. Das Erdbeben ist ein komplexer Prozess, welches viele verschiedene physikalische Teilprozesse erzeugt. Von physikalischer Seite her muss man klären, welche Prozesse hinter einem solchen Ereignis stehen und hat

dann für die Interpretation Konsequenzen zu ziehen, die auch in der medizinischen Diagnostik von großer Bedeutung sein können [29]. Diese Analyse muss in den geophysikalischen Einrichtungen, speziell in dem GeoForschungsZentrum Potsdam, vorgenommen werden. Das geht nur, wenn die besten Mathematiker und Physiker zusammenarbeiten.

Die Geophysik ist ein Teilgebiet der Geowissenschaften und gleichzeitig der Physik. Sie erforscht die physikalischen Eigenschaften und Vorgänge der Erdkruste und des Erdinneren, umfasst aber genauso die Physik der Ozeane und der Atmosphäre. Sie beschäftigt sich dabei vornehmlich mit natürlichen Erscheinungen und Vorgängen der Erde und ihrer Umgebung. Die Teilgebiete der Geophysik sind unter anderem: *Geoelektrik, Geoelektromagnetik*, *Geomagnetik, Geothermetik, Gravimetrie, Seismik, Seismologie, Georadar, Magnetotellurik, Radiometrie*. Die globalen Forschungen der Geophysik werden im Rahmen der IUGG (Internationale Union für Geodesie und Geophysik) seit 50 Jahren koordiniert. In der Geodesie und den Geowissenschaften hat man laufend physikalische Informationen und Messwerte zu interpretieren [2], [6], [18], [27], [42]. Dabei beziehen sich die Messwerte auf mathematische Modelle. Ihre Leistungsfähigkeit ist vom systematischen Standpunkt aus wenig untersucht und nachgeprüft worden [5]. Man muss nach Sir Isaac Newton (1687) [26] die Ergebnisse laufend an der Realität nachprüfen, um *real world solutions* zu bekommen. Diese seit 1687 bekannte Tatsache wird kaum beachtet. Weiterhin ist kaum bekannt, dass bei bildgebenden Verfahren Geisterbilder (ghosts, artefakte) auftreten [4], [41], die zu Fehldiagnosen führen können

Von Sir Isaac Newton [27] stammt das Gravitationsgesetz, wonach sich Massen anziehen, und zwar im Verhältnis $1/r^2$. Dabei ist r der Abstand zwischen den Massen. Dieses Gesetz hat sich hervorragend bewährt zwischen den Planten und künstlichen Raumkörpern im Sonnensystem. Auch die von Albert Einstein entwickelte Relativitätstheorie aus dem Jahre 1905 zeigt positive Ergebnisse im erdnahen Raum. Wegen eines fast vollständigen Informationsmangels lässt sich diese Theorie nicht ohne weiteres auf das Universum übertragen. Von mathematischer Seite her sind diese Ergebnisse korrekt. Inzwischen hat es sich herausgestellt, dass die Raumsonden Pionier 10 und 11, gestartet in den Jahren 1972 und 1973, die ersten Sonden waren, die den Asteroidengürtel durchquerten und die äußeren Planten erreichten. Der Kontakt zu Pionier 11 riss 1995, zu Pionier 10 im Jahr 2003 ab. Bis heute bereitet ihre Bahn Kopfzerbrechen. Die übermittelten Daten deuten darauf hin, dass die Sonden ein wenig stärker von der Sonne angezogen wurden als vorausberechnet. Stimmt also etwas mit dem Gravitationsgesetz und damit möglicherweise auch mit der Relativitätstheorie nicht? [13], [20]. Wegen weiterer Bemerkungen zur theoretischen Physik und zum Gravitationsgesetz vergleiche man auch die Homepage von Ekkehard Friebe www.ekkehard-friebe.de . Hier findet man viele kritische Bemerkungen zum Verhältnis Theorie – Praxis, auch in [51]. Seit 1922 werden solche Diskussionen zum Nachteil der Wissenschaften einfach unterdrückt.

Sehr aktuell ist zurzeit der UNO-Klimabericht, an dem der Schweizer Physiker Thomas Stocker [35] mitarbeitete. Das Klimasystem besteht unter anderem aus folgenden Komponenten: *Atmosphäre, Hydrosphäre, Cryosphäre* (*sämtliche Formen von Eis*), *Landoberfläche, Biosphäre, Anthroposphäre* (vom Menschen verursachte Prozesse). Wir haben in unserem Lebensstil wesentlich Korrekturen vorzunehmen, um das Leben auf der Erde weiterhin zu sichern. Die Dampfmaschine wurde vor ca. 250 Jahren entwickelt. Unter Verwendung von Kohle wurde im Verlauf der Jahre viel Energie erzeugt. Um 1900 begann man mit dem Bau von Autos, die zum Antrieb Erdöl verwenden. Früher verwendete der Mensch nur Energie, die von der Sonne geschaffen wurde [9]. Somit gab es ein gewisses Gleichgewicht in der Natur. Allerdings setzt die Erdkruste überdurchschnittlich viele Gase frei, die in der Bilanz zu beachten sind. Jetzt verwendet der Mensch viele fossile Rohstoffe, die die Natur in Millionen

von Jahren erzeugt hatte, zur Gewinnung von zusätzlicher Energie mit den uns bekannten Erscheinungen der Luftverschmutzung. Klimaforscher haben festgestellt, dass die Sonnenenergie auf der Erde seit Jahrzehnten dramatisch abnimmt. Das Phänomen wird inzwischen Global Dimming – globale Verdunklung – genannt. Ursache ist die Verbrennung fossiler Energien. Winzige Partikel aus Ruß, Asche und Schwefeldioxid in der Atmosphäre führen zu vermehrter Tröpfchenbildung in den Wolken. Deshalb wird die Sonnenwärme stärker reflektiert (http://www.3sat.de/specials/108166/index.html). Weiterhin kippen wir viele der von der Industrie erzeugten chemischen Produkte einfach in die offene Natur mit weitreichenden negativen Konsequenzen. Auch können genetische Veränderungen an biologischen Systemen, die der Mensch vornimmt, unvorhergesehene Folgen haben. Hier sind Erfahrungen über lange Zeit dringend notwendig. Tote biologische Systeme werden von Mikroorganismen vollständig entsorgt. Der Hamburger Chemiker Michael Braungart (www.braungart.com) kämpft für eine Welt ohne Müll. Seine Vision ist der perfekte Kreislauf der Rohstoffe.

Ähnliche Fragestellungen sind in der Medizin vorhanden. Wir haben bereits mehrfach darauf hingewiesen, dass jedes reale System der Natur eine komplexe Struktur besitzt. Bei biologischen Systemen ist diese Struktur noch komplizierter, da diese Systeme infolge eines permanenten Stoffwechsels sich fortwährend verändern. Der Biochemiker und Nobelpreisträger Aron Ciechanover [10] hat nachgewiesen, dass beim Menschen täglich 5% der Zellen abgebaut und neu aufgebaut werden. In der Medizin ist der Arzt daher noch viel mehr auf praktische Erfahrungen angewiesen. Diese werden aber an den Universitäten zu wenig gelehrt. Die Medizin gehört zu den ältesten Wissenschaften [12], [14]. In den vergangenen 100 Jahren, in welchen die naturwissenschaftlichen Methoden in den Vordergrund getreten sind und die systemtheoretische Betrachtungsweise stark zurück gedrängt wurde, zeigten sich große Lücken und Fehler bei der Erstellung einer Diagnose [8], [17], [22], [37].

Der Neurologe Gerald Ulrich und der Physiker Hans-Jürgen Treder schreiben in der Zusammenfassung ihres Buches [38]: *Physiker – jedenfalls die im Rückblick als bedeutend zu bezeichnenden – haben nie behauptet, dass alles, was in dieser unserer Welt „der Fall ist“, in ihre Zuständigkeit fiele. Die Physik zielt auf „wahre“, d.h. von allem Subjektiven bereinigte, mithin abstrakte Aussagen. Als „reine“ Wissenschaft ist sie der „theoretischen Vernunft“* (*Kant*) *verpflichtet. Demgegenüber ist die Medizin ihrer Bestimmung nach eine Disziplin, die dem Menschen dient und daher dem Postulat der „praktischen Vernunft“* (*Kant*) *verpflichtet. In der Arzt-Patienten-Beziehung kommt das Primat dem Erfahrungswissen wie auch der sinnlichen Wahrnehmung zu* (*Ars medica → Arzt*). *Die abstrakten* (*objektiven*) *naturwissenschaftlichen Erkenntnisse haben für den Arzt instrumentellen Charakter. Dabei ist aber nicht zu bestreiten, dass sich der medizinische Fortschritt, zu Recht, durch die Einführung immer effizienterer Instrumentalitäten definiert. Dieses Faktum fand seinen Niederschlag in der irreführenden Bezeichnung der medizinischen Hilfswissenschaften als Grundlagenwissenschaften bzw. –fächer. Dadurch wurde wiederum der herrschende Reduktionismus bestärkt, wonach sich – im Namen einer „wissenschaftlichen“ Biologie – alle Lebensphänomene* (*= Phänomene der Lebenswelt*) *auf physikalische Gesetze zurückführen lassen. So verschwand in der sog. Schulmedizin die „Welt, die etwas für uns bedeutet“* (*Heisenberg*) *zugunsten einer unsinnlichen, abstrakten realen Welt zunehmend aus dem Blickfeld.*

Der Arzt und Philosoph Hans Kaegelmann schreibt in seinem Buch [19] auf Seite 106 unter anderem folgendes: *Die amtlich vorgeschriebene Methode zum Nachweis von Heilmittelwirkungen leistet nicht nur medizinisch-pharmakologisch nicht das , was sie leisten soll, und was sie angeblich leisten würde, sondern ist generell wissenschaftlich unhaltbar, weil sie im Widerspruch zu den derzeit erreichten wissenschaftstheoretischen Erkenntnissen steht. Die*

Methode folgt vielmehr wissenschaftstheoretischen Annahmen, die vor 100 Jahren galten, aber inzwischen überholt, da widerlegt sind, insbesondere durch den bekannten Wissenschaftstheoretiker dieses Jahrhunderts Karl Raimund Popper, ebenso andere beste Philosophen und Wissenschaftstheoretiker. Als Methode der Wahl galt für die Wissenschaft die Beweisführung. Inzwischen wurde klar erkannt, dass Beweisführungen nur zur Lösung einer Minderheit von wissenschaftlichen Problemen möglich ist, und zwar für diejenigen, deren Problemglieder sämtlich vollständig erfassbar sind. Alle anderen Probleme können nicht mittels durchgängiger Beweisführung gelöst werden, da ein Teil ihrer Problemglieder unerkennbar bleibt. Die generelle Methode der Wahl für die Wissenschaft ist daher die Einschätzung mit nachfolgender Irrtumskorrektur.

Der amerikanische Kardiologe Bernard Lown [22] hält das Wort und das aktive Zuhören sogar für das wichtigste diagnostische und therapeutische Instrument des Arztes. Und er findet, dass all die kostspieligen und belastenden High-Tech-Untersuchungen oft überflüssig wären, wenn die Ärzte die Krankengeschichte sorgfältiger erfragen und die Patienten körperlich genauer untersuchen würden. Eine britische Studie zeigt, dass fünfundsiebzig Prozent der Informationen, die zu einer korrekten Diagnose führen, von einer detaillierten Anamnese gewonnen werden, zehn Prozent von der körperlichen Untersuchung, fünf Prozent von einfachen Routinetests und fünf Prozent von all den teuren nicht invasiven Prozeduren. In fünf Prozent gibt es keine Antwort. Leider besitzen die meisten Ärzte nicht diese Erfahrungen. Man sieht an diesen Bemerkungen, dass in der offenen Natur die praktischen Erfahrungen die zentrale Rolle spielen. Bei Beachtung dieser Ergebnisse lassen sich in der Medizin beachtliche finanzielle Mittel einsparen.

Der Arzt für Mikrotherapie und Naturheilkunde Dietrich Grönemeyer [17], der während seines Medizinstudiums auch Sinologie erlernte, um die sehr alte chinesische Medizin kennenzulernen, schreibt auf Seite 95 seines Buches: *Man fragt mich immer wieder, warum ich unwissenschaftliche Methoden wie die Osteopathie empfehle, oder wie sich meine Ausbildung zum Radiologen mit Interesse für die unsichtbaren Meridiane der Akupunktur verbinden lasse. Die Antwort lautet: Das Ergebnis zählt. Die Heilkunst selbst ist viel älter als die klassische Medizin und sie beruht einzig und allein auf Erfahrungswissen. Erst später kamen naturwissenschaftlich basierte Methoden dazu, die aber, wie wir wissen, nur einen Teil des Lebens erklären können. Warum also nicht weiterhin offen bleiben für beide Seiten: Intuition und Empirie? Leider befasst sich die Schulmedizin viel zu selten mit den historisch älteren Wurzeln des Heilens. Umgekehrt bin ich auch immer wieder entsetzt, welche Intoleranz Anhänger alternativer, „komplementärer“ Verfahren den Errungenschaften des modernen Fortschritts gegenüber an den Tag legen. Gerade weil die Möglichkeiten der modernen Biomedizin auch viele gesellschaftliche Fragen aufwerfen, wäre es wichtig, den Dialog zwischen den unterschiedlichen Lagern ernsthaft zu führen!*

Der Berliner Pathologe Rudolf Virchow (1821 – 1902) ist der Begründer des zellularpathologischen Krankheitskonzepts. Aus Anlass des hundertjährigen Todestages fand an der Charité Berlin eine Gedenkveranstaltung statt. Dort wurde u. a gesagt, dass nach Einführung einer mit Hilfe von Dampfmaschinen betriebenen Wasserversorgung um 1840 es infolge einer fehlenden Kanalisation durch verunreinigtes Wasser zu häufigen Epidemien kam. Die Anzahl der dadurch entstandenen Todesfälle soll größer als die Anzahl der Geburten gewesen sein. 1873 begann man mit dem Aufbau eines Abwassersystems. Im Jahr 1887 waren schon 1,15 Millionen Berliner an dieses System angeschlossen, siehe etwa im Internet www.berliner-rieselfelder.de/Geschichte/geschichte01.html . Man sieht an diesem speziellen System, wie dringend notwendig es ist, jedes System der Natur von einem systematischen Standpunkt aus (Systemtheorie) zu untersuchen. Das gilt vor allem heutzutage für unsere komplizierten

technischen und sozialen Strukturen, die oft ohne sich Gedanken darüber zu machen, betrieben werden mit zum Teil schlimmen Folgen. Der Chemiker Mathias Ulbricht beschäftigt sich mit der Aufbereitung von Trinkwasser (www.uni-due.de/tech2chem) - der Trennung von Mikroorganismen und chemischen Substanzen.

Unsere Ernährung hat sich in den vergangenen 50 Jahren grundlegend verändert. Der Begriff „fast food“ ist dafür kennzeichnend. Es wird viel zu viel verzehrt von Zucker, tierischem Fett und von der Industrie erzeugten Fertigprodukten [29]. Infolge einer sehr langen Zeit der Entwicklung ist der Mensch chemisch geprägt durch den Verzehr von Pflanzen, Samen, Tieren und Wasser. Die sogenannte Hausmannskost unserer Vorfahren hatte sich infolge einer langen Tradition und Erfahrungen am realen System bewährt, da sie alle für den Körper notwendigen Substanzen enthält. Man sollte dabei auch die traditionsreiche Ernährung in Asien beachten. Jedes biologische System enthält zehntausende chemischer Verbindungen. Die Naturwissenschaften haben bisher nicht alle diese Verbindungen charakterisieren können. Der Körper ist aber auch auf die bisher unbekannten Verbindungen angewiesen, die von grundsätzlicher Bedeutung sein können.

Im Jahre 1997 wurde in Zürich das *Collegium Helveticum* (www.collegium.ethz.ch) als Forum für den Dialog zwischen den Wissenschaftlen mit dem Ziel gegründet, das gegenseitige Verständnis zwischen Natur- und Technikwissenschaften und zwischen den Geistes- und Sozialwissenschaften zu fördern.

5. Kulturelle Beziehungen und Religion

Das Zusammenleben von vielen Menschen bzw. Tieren erfordert gewisse Spielregeln. Biologische Systeme sind total in die Natur eingebettet. Nur diejenigen überleben, die mit der Natur zurechtkommen. Aufgrund seiner Sprache kann der Mensch gewonnene Erfahrungen an die nächste Generation weitergeben. Solche Erfahrungen waren nur möglich, indem genügend viel Nahrungsmittel erzeugt wurden und dadurch einige Menschen sich mit Problemen der Natur und der Menschen beschäftigten konnten. Archäologen haben viele in der Erde vorhandene Funde analysiert [23], [31], [32], [34], [36], [39]. Die sozialen Strukturen der Menschen bilden die Grundlage für ein Zusammenleben. Der Mensch muss aber im Einklang mit der Natur stehen, wie es die Tiere ohne Philosophie und Religion tun [11]. Das sind die Voraussetzungen für ein Überleben. Alle anderen Dinge hat der Mensch geschaffen, da er versucht, sich positive (und negative) Gedanken über unser Leben zu machen. Hans Küng [21] beschreibt auf eine hervorragende Weise die Entwicklung der Menschheit bis in die Gegenwart. Unser augenblickliches Leben ist aber auf einen systematischen Raubbau an der Natur ausgerichtet, was einmal das Ende unserer Zivilisation bedeuten kann [30]. Nur wenige Menschen denken systemtheoretisch! Ein Wissenschaftler, der auf dem Gebiet der orientalischen Archäologie arbeitete, sagte mir einmal, dass die griechische Kultur um die Zeit 440 – 400 v. Chr. [34] und vorher wesentlichen Einfluss auf das Christentum und den Islam ausgeübt hatte. Man findet solche Bemerkungen auch bei Hans Küng [21]. Interessant ist auch der Beitrag von Christoph Markschies [23] über die Anfänge des Christentums in den ersten Jahrhunderten unserer Zeitrechnung.

Als Religion bezeichnet man eine Vielzahl ganz unterschiedlicher kultureller Phänomene, die menschliches Verhalten, Denkweisen und Wertvorstellungen normativ beeinflussen. Religiöse Sinngebungen gehen über naturalistische Welterklärungen hinaus, indem sie sinnlichen Erfahrungen transzendente oder aber auch immanente Ursachen zuschreiben. Eine einheitliche Definition des Begriffs existiert nicht und kann nach Auffassung einer

wachsenden Zahl von Wissenschaftlern auch nicht erreicht werden, da jede abschließende Definition religiöse und religionspolitische Aussagen und Wertungen mit sich bringt. Fast alle Religionen weisen jedoch gemeinsame Elemente wie die Kommunikation mit transzendenten Wesen im Rahmen von Heilslehren, Symbolsystemen und Rituale auf. Entsprechend werden heute zahlreiche Religionsbegriffe als Beschreibungen verwendet, abhängig je von den Akteuren und den zu lösenden Fragestellungen. Mit dem Verhältnis Mensch – Natur – Religion haben sich auch Helmut Moritz [25], Richard Dawkins [11], Hartmut Wewetzer [43] und Physiker [33] auseinandergesetzt. Man vergleiche hierzu auch die Bemerkungen des Theologen Dr. Paul Schulz in http://www.drpaulschulz.eu oder in http://de.wikipedia.org/Paul_Schulz und von Michael Witzel [52].

Literatur

Für die in dieser Arbeit erwähnten Begriffe bzw. Namen von Wissenschaftlern findet man ausführliche Darstellungen im Internet in der Suchmaschine www.google.de und in der freien Enzyklopädie Wikipedia.

[1] Gottfried Anger, *On the relationship between mathematics and its applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse Problems 1, 2, L7 – L11, (1985).

[2] Gottfried Anger, *Inverse Problems in Differential Equations*, Kluwer Publishing Company and Springer Verlag, 1990, 2004.

[3] Gottfried Anger, *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria.* Arzt und Krankenhaus 12/97, 354 – 357 (1997)

[4] Gottfried Anger, *Zum Verhältnis Mensch – Natur, Grundlegende Prinzipien der messenden Physik*. In Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage , 1999.

[5] Gottfried Anger, *Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin.* In: Festband zum 70. Geburtstag des Geodäten Helmut Moritz, 5 – 20 (2003), Institut für Geodäsie, TU Graz, siehe auch www.ekkehard-friebe.de/Anger-G.html .

[6] Gottfried Anger, Rudolf Gorenflo, Horst Jochmann, Helmut Moritz and Wigor Webers, *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine.* International Conference on Inverse Problems held in Potsdam, Wiley, VCH Weinheim 1993, 1998, 2005.

[7] Gottfried Anger and Helmut Moritz, *Inverse Problems and Uncertainties in Science and Medicine.* In: Festband für den Physiker H.-J. Treder aus Anlass seines 75. Geburtstages. Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, vol. 61 (2003), 171 – 212 (www.leibniz-sozietaet.de), see also the homepage Gottfried Anger and Helmut Moritz: Inverse Problems and Stability – Basic Ideas and Applications, in: http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html .

[8] Jörg Blech, *Heillose Medizin – Fragwürdige Therapien und wie Sie sich davor schützen können.* S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 2005.

[9] Gert Blumenthal, *Die Sonne und GAIA,* Leibniz-Institut für interdisziplinäre Studien, Lichtenwalde, www.leibniz-institut.de/cms/pdf_pub/blumenthal-die_sonne_und_gaia.pdf , 34 Seiten.

[10] Aron Ciechanover, *The ubiquitin proteolytic system and pathogenesis of human diseases: a novel platform for mechanism.based drug targeting*. Biochem. Soc.Trans. 2003 Apr, 31: 474 -81, Nobel Price Winner in Chemistry 2004, Institute of Technology, Haifa, Israel.

[11] Richard Dawkins, *The God Delusion,* Ulstein Verlag, 2007, siehe auch http://de.wikipedia.org/wiki/TheGod_Delusion .

[12] Wolfgang U. Eckart, *Geschichte der Medizin.* Springer Verlag, Berlin, New York 2000.

[13] Harald Fritzsch, *Vom Urknall zum Zerfall – Die Welt zwischen Anfang und Ende*, 6. Auflage, Piper Verlag, München 1987.

[14] Carlo Ginzburg, Spurensicherungen, Verlag Klaus Wagenbach, Berlin 2002.

[15] Rebecca Goldstein, *Kurt Gödel,* Piper Verlag, München 2006.

[16] Brian Greene, *Die Stoffe, aus dem der Kosmos ist – Raum, Zeit und die Beschaffenheit der Wirklichkeit.* Siedler Verlag, München, 2004 (Übersetzung aus dem Englischen),

[17] Dietrich Grönemeyer, *Mein Rückenbuch – Das sanfte Programm zwischen High Tech und Naturheilkunde.* Zabert Sandmann, München 2004.

[18] Motoji Ikeya, *Earthquakes and Animals: From Folk Legends to Science.* World Scientific Publishing Corporation, 2004.

[19] Hans Kaegelmann, *Untersuchung über die Zuverlässigkeit von Zulassungen und Verboten von Heilmitteln.* Verlag Kritische Wissenschaft, 51556 Windeck/Sieg.

[20] Rainer Kayser, *Stimmt die Relativitätstheorie? Zwei Raumsonden sind auf falscher Bahn*. In: DER TAGESSPIEGEL; 6: März 2007, S. 25. Siehe auch Rainer Kayser, *Galaxienhaufenkollision enthüllt dunkle Materie*.

[21] Hans Küng, *Spurensuche – Die Weltreligionen auf dem Weg.* 3. Auflage, Piper Verlag, München - Zürich 1999

[22] Bernard Lown, *Die verlorene Kunst des Heilens – Anleitung zum Umdenken.* Schattauer Verlag, Stuttgart, 2002, Übersetzung aus dem Englischen.

[23] Christoph Markschies, *Der Himmel über Caesarea.* DER TAGESSPIEGEL, 29. Januar 2007, S. 25.

[24] Helmut Moritz, Science, *Mind and the Universe – An Introduction to Natural Philosophy.* Wichmann, Heidelberg 1995.

[25] Helmut Moritz, *Science, Religion, and Tolerance.* In: www.helmut-moritz.at/SciencePage/ .

[26] Helmut Moritz, *Fünfzig Jahre Internationales Geophysikalisches Jahr – ein Prototyp für die internationale wissenschaftliche Zusammenarbeit*. Vortrag zum Leibniz Tag 2007 der Leibniz Sozietät, www.leibniz-sozietaet.de .

[27] Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687 (Englische Übersetzung: Mathematical principles of natural philosophy, Dawson, London, Deutsche Übersetzung: Mathematische Prinzipien der Naturlehre, Verlag Robert Oppenheim, Berlin 1872.)

[28] Jay Orear, *Physik*. Carl Hanser Verlag, München, Wien 1982 (englisches Original Macmillan Publishing Co. New York 1979).

[29] Michael Pollan, *The Omnivore's Dilemma: A Natural History of Four Meals.* The Penguin Press, 2006.

[30] Rupert Riedl, *Strukturen der Komplexität – Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens.* Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 2000.

[31] Friedmann Schenk, *Morgenröte der Menschheit*, in: DER TAGESSPIEGEL, 7. März 2007, Seite 31, siehe auch http://de.wikipedia.org/wiki/Friedmann-Schenk .

[32] Klaus Schmidt, *Sie bauten die ersten Tempel. Das rätselhafte Heiligtum der Steinzeitjäger.* C.H. Beck Verlag, 2. Aufl. 2006.

[33] Wilfried Schröder, *Naturwissenschaft und Religion – Versuch einer Verhältnisbestimmung, dargestellt am Beispiel von Max Planck und Werner Heisenberg.* Science Edition, 1999.

[34] Matthias Schulz, *Der Ursprung er abendländischen Kultur im alten Griechenland.* DER SPIEGEL 48 (2006), 190 – 204.

[35] Thomas Stocker, *Einführung in die Klimamodellierung*, Vorlesung an der Universität Bern, www.climate.unibe.ch/~stocker/papers/stocker07skriptEKM.pdf , Mitverfasser des UNO-Klimaberichtes.

[36] Sven Thoms, *Ursprung des Lebens,* Fischer Verlag, 2005. Wikipedia, Die ältesten Monumente der Menschheit. www.karlsruhe.de/stadt/aktuell/termine/monumente.de

[37] Gerald Ulrich, *Biomedizin – Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes.* Schattauer Verlag, Stuttgart 1997.

[38] Gerald Ulrich und Hans-Jürgen Treder, *Im Spannungsfeld von Aletheia und Asklepios – Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik.* Briefwechsel zwischen G. Ulrich (Freie Universität Berlin) und H.-J. Treder (Sternwarte Potsdam-Babelsberg), nexus GmbH, Düsseldorf (1999).

[39] Paul U. Unschuld, *HUICHUN – Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bildern.* Prestel Verlag, München 1995.

[40] Paul Unschuld, *Chinesische Medizin im Laufställchen.* DER TAGGESSPIEGEL, 4. April 2007, S. 28.

[41] M. I. Vlaadingerbroek and J. A. den Boer, *Magnetic Resonance Imaging: Theory and Practice.* Springer Verlag, Berlin, New York 1996.

[42] Wigor A. Webers, *On the differential properties of internal magnetic field models at the Earth's surface and at satellite altitudes,* Journal of Geodynamics 45 (2007), 219 – 247.

[43] Hartmut Wewetzer, *Die Hypothese Gott – In den USA attackieren Naturwissenschaftler und Philosophen die Religion.* In: DER TAGESSPIEGEL, 5. März 2007, S. 25.
Wikipedia, Agrargeschichte, http://de.wikipedia.org/wiki/Agrargeschichte

Nach Fertigstellung dieser Arbeit wurden mir folgende Artikel bekannt

[44] Berta Moritz und Helmut Moritz (2007), *Über Naturgesetze und Evolution – Ein Beitrag zu einem interdiziplinären Dialog,* IMABE-Institut für medizinische Anthropologie und Bioethik in Wien. IMABE-Studie No. 6, siehe auch Homepage www.helmut-moritz.at .

[45] Paul U. Unschuld, *Was ist Medizin? Westliche und östliche Wege der Heilkunst.* Vortrag an der Urania Berlin am 28. September 2007. Ein Tonband dieses Vortrages kann käulich erworben werden von der Urania, An der Urania 17, 10787 Berlin-Schöneberg.

[46] Lothar Beyer, Martin Grunwald (Hrsg.), *Der bewegte Sinn – Grundlagen und Anwendungen zur haptischen Wahrnehmung.* Birkhäuser Verlag 2001.

[47] Herbert Hörz, *Glaube und Hoffnung – Philosophie als Brücke zwischen Wissenschaft und Weltanschauung*. Trafo Verlag Berlin 2007.

[48] Gerd Gigerenzer, *Das Einmaleins der Skepsis – Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken.* Berliner Taschenbuch Verlag, 2002.

[49] Jane Goodall, *Reason for hope: A spiritual journey,* Wavner 2000.

[50] Robert Laughlin, *Der Urknall ist nur Marketing.* DER SPIEGEL, 1/31.12.07, S. 120 – 122.

[51] Gerhard Klemm, *Neue Raumzeit-Theorie,* in: www.gerhard-klemm.com .

[52] Michael Witzel, *Das alte Indien,* C. H. Beck 2003.

[53] Alexander S. Kekulé, *Pommes frites machen klug – nicht krank. Vermeintliche Krebsauslöser im Essen werden überschätzt.* DER TAGESSPIEGEL, 20. August 2008, S. 6.

[54] Barbara Hobom, *Erbmaterial auf Wanderschaft,* FRANKFURTER ALLGEMEINE ZEITUNG, 24. September 2008, S. N1 (siehe auch Wikipedia, Synthetische Biologie).

2.

Zum Verhältnis von Mathematik zu Physik

Gottfried Anger

Die Mathematik ist die Sprache der Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Um solche Prozesse beschreiben zu können, benötigt man physikalische Grundgesetze, ein mathematisches Modell und große Teile der Mathematik. Allerdings müssen die mathematischen Ergebnisse an den realen Prozessen auf ihre Gültigkeit nachgeprüft werden, was oft nicht geschieht. Das gilt besonders für die Medizin. Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit eines komplizierten mathematischen Modells, speziell in der Relativitätstheorie, ist bisher kaum durchgeführt worden. Weiter nimmt man an, dass die im Modell vorkommenden Materialparameter bekannt und seit vielen Millionen Jahren gleich geblieben sind. Aus diesem Grund bleiben viele der Untersuchungen der theoretischen Physik nur mathematische Untersuchungen. Nach Sir Isaac Newton (Principia 1687, deutsche Übersetzung S. 511) dürfen Hypothesen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungen ab und verallgemeinert sie durch Induktion. Diese Fakten sind bei Untersuchungen über die Entwicklung des Universums unbedingt zu beachten, wo viel zu wenig Informationen vorliegen, um weitreichende Ergebnisse zu bekommen. Daher dürften viele Untersuchungen über das Universum nur mathematische Untersuchungen sein. Der Physiker Wolfgang Neundorf schreibt: *Das Fatale an der etablierten Wissenschaft ist nicht so sehr, dass sie sich irrt, das ist menschlich. Fatal ist, dass die amtierenden Wissenschaftspäpste ihre Vermutungen als 'Wissen' und ihre, größtenteils waghalsigen, Theorien als 'Gesetze' ausgeben. Noch schlimmer wird das Ganze dadurch, dass jeder Wissenschaftler, der den manchmal höchst abenteuerlichen Thesen widerspricht, seine Karriere und oft seine Existenz riskiert. Wie abenteuerlich und in weiten Teilen lächerlich und gerade zu grotesk zum Beispiel die theoretische Physik ist, die Anfang und Ende des Universums zu erklären versucht* [7].

Die Physiker haben sich zu wenig mit der Komplexität der Natur auseinandergesetzt [5]. Wichtig ist, die Leistungsfähigkeit von Informationen in den Naturwissenschaften zu analysieren. Vor allem ist die Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle kaum untersucht worden. Dazu benötigt man die inversen Probleme [1], [5], d.h. die Bestimmung innerer Parameter eines Systems aus Meßwerten, die außerhalb des atomaren Bereiches in den Anwendungen unbedingt beachtet werden müssen und bisher kaum durchgeführt worden sind. Für die Relativitätstheorie fehlen solche Untersuchungen bezüglich der Leistungsfähigkeit des mathematischen Modells fast vollständig. Einsteins Schwierigkeiten haben dieses als Ursache. Aber kaum ein Physiker ist bereit, darüber zu sprechen [4]. Ihnen fehlt fast vollständig der dazugehörige mathematische Hintergrund. Die Sinnesorgane von Tieren und von Menschen lösen automatisch gewisse inverse Probleme, die unter dem Begriff Mustererkennung bekannt sind.

Nach dem Geodäten Helmut Moritz (TU Graz) [5] ist man in fast allen Physikbüchern nur daran interessiert, die möglichst einfachen Gesetze zu bringen, nicht aber daran, wie man dazu kommt und wie genau die damit zu erhaltenden Ergebnisse (für die Realität) sind. Eine der Ursachen scheint darin zu liegen, dass Physiker eine Generation hinter den Mathematikern zurück sind (und umgekehrt). Man müßte zur Verbesserung der Situation den Mathematik- und Physik- Studenten die Bedeutung der inversen Probleme, der Chaostheorie und der mathematischen Statistik gleich zu Anfang ihres Studiums nicht nur ins Bewußtsein, SONDERN INS UNTERBEWUSSTSEIN bringen, aber wie? [5]

Bei der Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Meßwerten physikalischer Felder (Gravitationsfeld, elektrodynamische Felder usw.) spielt die Mathematik die zentrale Rolle. Mit Hilfe der klassischen Mathematik (Riemann-Integral, Riemannsche Geometrie) lassen sich viele Teiluntersuchungen anstellen. So verwendeten in den Jahren 1909 - 1912 die italienischen Wissenschaftler P. Pizzetti und G. Lauricella die elementare dritte Greensche Formel, die bereits 1828 bekannt war, zum Nachweis dafür, dass die Massenverteilung des Newtonschen Potentials (Gravitationsfeld) nicht eindeutig durch Messungen auf der Oberfläche bestimmt werden kann. Das ist eine zentrale Aussage für einen

großen Teil der mathematischen Physik, wurde aber 70 Jahre fast nicht beachtet. Nach 1900 entstand eine leistungsfähige Mathematik für die Anwendungen [1], [3].

Die Anwendungen der Mathematik in den Naturwissenschaften sind meist überdurchschnittlich schwierig und können nur von sehr erfahrenen Wissenschaftlern durchgeführt werden. Die Entwicklung der inversen Probleme für physikalische Felder begann erst nach 1960, nachdem genügend viele Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung vorhanden waren [1], [5]. Eine Ursache dürften die automatischen Raumsonden gewesen sein, die Messwerte stabil interpretieren müssen.

Die zentralen Aussagen über inverse Probleme sind fast allen Wissenschaftlern und Medizinern unbekannt, obwohl sie das natürliche Bindeglied zwischen Theorie und Anwendungen darstellen [1], [2], [3], [4]. Weiterhin fehlt fast vollständig eine Klärung des Verhältnisses Theorie - Praxis [5]. In der Medizin sind die Ärzte mit sehr vielen praktischen Erfahrungen oft die besseren [6], [8], [9].

Literatur

[1] G. Anger (1990), *Inverse Problems in Differential Equations.* Kluwer Academic Publishers.
[2] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz, W. Webers, eds., (1993), *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine,* Conference held at the Georesearchcenter Potsdam, August 30 - September 3, 1993, Wiley, VCH Weinheim.
[3] G. Anger and H. Moritz (2004), *Inverse Problems and Stability - Basic Ideas and Applications***.** In**:** http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html**.**
[4] G. Anger (1999 - 2005), Homepage in: http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc .
[5] G. Anger (2005), Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur. In: www.izf-group.de/Verlag/index_Verlag-publ_art12.htm .
[6] B. Lown (2002), *Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken,* Schattauer, Stuttgart, englisches Original: *The Lost Art of Healing,* Houghton Miffin Company 1996.
[7] W. Neundorf (2003), in: www.neundorf.de .
[8] G. Ulrich (1997), *Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes*, Schattauer-Verlag, Stuttgart.
[9] G. Ulrich und H.-J. Treder (1999), *Im Spannungsfeld von Alketheis and Asklepsios - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik,* nexus GmbH, Düsseldorf.

3.

On the Power of a Mathematical Model

Gottfried Anger (Berlin)

Paper presented at the Einstein Conference of the Leibniz Sozietaet and the Archenhold - Sternwarte Berlin -Treptow on 17 March 2005

The author of this article studied (direct) problems of mathematical analysis in the sense of French mathematicians [1] (Ch.-J. de la Vallée Poussin, M. Brelot, H. Cartan, J. Dieudonne, L. Schwartz, N. Bourbaki, G. Choquet, and so on) from 1952 - 1970. Then he applied these results to inverse problems in the sense of Russian mathematicians [2], [4] (A. N. Tikhonov, M. M. Lavrentiev, V. A. Morosov, V. G. Romanov, and so on). One can find most results in the author's book on inverse problems [4]. In 1994 he reviewed the two books of Günther Baer in 'Zentralblatt für Mathematik und ihre Anwendungen' , vol. 844.00002 . This review contains the basic ideas concerning the power of a mathematical model in mathematical physics.

Baer, Günther: Spur eines Jahrhundertirrtums. Neue Gedanken zum physikalischen Weltbild (Track of a giant mistake of a century. New thoughts into the physical worldview), Spur-Verlag, Dresden 1993,

Baer, Günther: Logik eines Jahrhundertirrtums: Neue Gedanken über 'Kaiser's Kleider' (Logic of a giant mistake of a century), Spur-Verlag, Dresden 1993.

On the Earth's surface all physical (and biological) laws simutaneously hold. As a consequence plants, animals and man have developed during a very long period. For these developments no mathematics is necessary. Scientists assume that the basic physical laws hold in the whole universe.

Experiments can be made only in a laboratory. Such experiments are necessary in order to determine physical parameters. To understand the interactions between the physical forces scientists developed mathematical models which are (sometimes very weak) projections of the real world. It may be that man is unable to understand the reality of nature completely. Therefore practical experience is very important.

If f are the internal parameters of a system (to be determined in a laboratory), the measured data g can be written in the form Af = g. In order to determine g we need certain initial and boundary conditions. The relation Af = g is called a direct problem, the determination of the internal parameters $f = A^{-1}g$ *(*A^{-1} *inverse operator) an inverse problem. In most cases of applications A has good mathematical properties (compact operator). If the mapping* $A: X \to Y$ *is one-to-one on the infinite dimensional spaces X, Y then* A^{-1} *is discontinuous (F. Riesz 1918). During the past 15 - 20 years inverse problems have been studied from a systematic point of view. Now we known a little the power of an mathematical model but these results are not well known (see G. Anger, Inverse Problems in Differential Equations, Zentralblatt für Mathematik und ihre Anwendungen, vol. 777.00024)*

In the future we have to study in detail the power of a mathematical model from a systematic point of view. This is necessary to understand science and nature. It may be that 90% of the theoretical problems in geophysics and 99% of the problems in astrophysics at large distances cannot be decided by using measured values which are available only on the Earth's surface and near this surface (satellites). The reason is a very large gap of physical information. In order to determine the parameters of a mathematical model by inverse theory (the sources) we need the physical field at all points of the matter. Most results obtained in these fields are mathematical results not of interest in applications.

The solutions of the direct problem $Af = g$ often are representated by integrals. The measurements can be taken only at finitely many points. Therefore the integrals have to be discretized at points y_j. If f is a uniquely solution of $Af = g$, A_k the discretized operator and φ a function which vanishes at y_j then $A_k(f + \varphi) = A_k(f)$. The function $f + \varphi$ is called a 'ghost'. It may be that for most inverse problems ghosts exist, a very bad situation in physics and medical diagnostics. This fact is almost unknown, but very easy to prove [6], [7], [8].

One can find further remarks on the power of relativity in the homepage of E. Friebe [9], especially the articles of G. O. Mueller and G. Bourbaki, and applications in geodesy in H. Moritz and B. Hofmann-Wellenhof [13].

In mathematical physics the following results hold:

1. Mathematics is the language of physics because, for most physical processes, it allows the formulation of a meaningful description
2. Unfortunately, for the complex systems of real nature, there is no mathematical systems theory: "Science is patchwork".
3. For such systems only certain partial information can be measured, and practical experience is needed to draw at least some meaningful conclusions from the measured data: "praxis cum theoria".
4. Engineering systems are relatively well known and managable. For them, a mathematical systems theory usually exists.
5. Biological systems are much more difficult: measurements may not be reliable and meaningful, and mathematical systems theories hardly exist. Thus in medicine practical experience ("ars medica") is particularly important.
6. Social sciences are between: systems theories do exist to a limited extent, and computers can be used with a certain success,

In relativity the power of the corresponding mathematical models were not studied from a systematic point of view. Using the results of G. Green (1828) [11] the scientists P. Pizzetti and G. Lauricella proved in 1907 - 1912 that the mass distribution of the Newtonian potential cannot be uniquely determined by its values on the boundary of a domain [4], [11], [12]. Up to 1980 no scientist was interested in these results, which has basic consequences for the applications of mathematical physics [12], natural sciences and medicine. Similar results hold for all mathematical problems relative to the universe. The following main problem is almost unknown in mathematical physics [4]: ***Which external parameters of a system are to be measured on which subsets of the R^n in order that certain coefficients or the source term or functionals of these coefficients or the source term***

inaccessible to measurments can be determined in a stable and unique manner? Similar problems have to be studied in relativity (and the universe).

The level of theoretical physics largely depends on the level of mathematics.

References

[1] G. Anger (1958), *Sur le rôle des potentiels continues dans les fondements de la théorie du potentiel.* Séminaire de Théorie du Potentiel, tome 2 (1958), 30 pp., Institut H. Poincaré, Université de Paris.
[2] G. Anger (Herausgeber), *Inverse and Improperly Posed Problems in Differential Equations*, Conference held at the Martin Luther University Halle-Wittenberg, May 29 - June2, 1979. Mathematical Research, vol. 1, Akademie-Verlag, Berlin 1979.
[3] G. Anger (1980), *Lectures on potential theory and inverse problems.* In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik, 15 - 95. (Sommerschule der KAPG Arbeitsgruppe 5.2, Bergakademie Freiberg (Sachsen), 5, - 16. Juni 1978), Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft 45 (1980).
{4] G. Anger (1990), *Inverse Problems in Differential Equations*. Plenum Press, London 1990.
[5] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.) (1993), *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine.* Conference held at the GeoResearchCenter Potsdam, August 30 - September 3, 1993. VCH Weinheim, (reprinted 1998).
[6] G. Anger (2004), Homepage, http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage, 254 pp.
[7] G. Anger and H. Moritz (2004), *Inverse Problems and Stability - Basic Ideas and Applications.* In Homepage www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html
[8] G. Anger (2005), *Die Komplexität der Natur und ihre Interpretation.* In: Was von moderner Physik bleibt und fällt. Verlag Kritische Wissenschaft, D-51556 Windeck.
[9] E. Friebe (2004), *Relativitätstheorie, Diskussion mit G. O. Mueller*, in www.ekkehard-friebe.de ,siehe auch Georges Bourbaki in www.ekkehard-friebe.de .
[10] J. Grolle (2005), *Ritt auf dem Lichtstrahl - Einsteins Weg zur Relativitätstheorie.* DER SPIEGEL 3, 134 - 140.
[11] O. D. Kellogg (1929), *Foundations of Potential Theory.* Springer, Berlin.
[12] A. Marussi (1980), *On the density distribution in bodies of assigned outer Newtonian attraction.* Boll. Geof. Teor. Appl. 22, 83 - 94.
[13] H. Moritz and B. Hofmann-Wellenhof (1993), *Geometry, Relativity, Geodesy*. Wichmann, Karlsruhe.
[14] G. O. Mueller (2004), *95 Jahre Kritik der speziellen Relativitätstheorie, I*n www.ekkehard-friebe.de.
[15] W. Neundorf, Die Physik in der Sackgasse? Wissenschaft und Kritik. In: www.neundorf.de

4.

Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur

Gottfried Anger (Berlin)

Das Universum hat sich im Verlauf von Milliarden von Jahren entwickelt (H. Fritzsch [5], B. Greene [6]), das Leben auf der Erde (biologische Systeme) im Verlauf von vielen Millionen Jahren (R. Riedl [8]), wobei die biologischen Systeme eine große Abhängigkeit untereinander besitzen. Nach dem Physiker und Nobelpreisträger Horst Störmer (Vortrag in der Urania Berlin am 24. Februar 2000 über den Quanten-Hall-Effekt) beherrscht man die innere Struktur der Kristalle relativ gut (siehe Mikroelektronik), da deren Atome schachbrettartig angeordnet sind. Nicht viel ist bekannt über die innere Struktur von Metallen - obwohl man in den Anwendungen mit Hilfe praktischer Erfahrungen bezüglich Metalle viel erreichen kann. Von biologischen Systemen ist die innere Struktur (Anordnung der Atome und deren Wechselwirkungen) wenig bekannt. Und dabei ist unser Leben zum großen Teil auf biologische Systeme, die von überdurchschnittlich großer komplexer Struktur sind, angewiesen. Hier sind die praktischen Erfahrungen grundlegend und erfolgreich. Für biologische Systeme bringen die Ergebnisse der Naturwissenschaften wichtige Zusatzinformationen, die aber stets am System nachgeprüft werden müssen [2], [3]. Dieselben Aussagen über Metalle machte der Physiker und Nobelpreisträger Wolfgang Ketterle in seinem Vortrag über Ultrakalte Quantengase (Bose-Einstein-Kondensat in der Nähe des absoluten Nullpunktes) in der Urania Berlin am 2. November 2004.

Für unser Leben sind von besonderem Interesse gewisse Größenordnungen. Ein Tag hat 86.400 Sekunden, ein Jahr 31.536.000 Sekunden. Ein Mensch lebt ca. 2 Milliarden Sekunden. Ein Kubikzentimeter Wasser enthält ca. 10^{22} (das Produkt der 10 zweiundzwanzig mal) Atome, ein Festkörper ca. 10^{23} Atome. 100 Kilogramm Wasser enthalten ca. 10^{27} Atome. Die Anzahl der Atome im menschlichen Körper hat diese Größenordnung, eine für unser Hirn nicht faßbare Anzahl. Die vielen Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Atomen gehen fast ins Unendliche. Und trotzdem funktionieren die biologischen Systeme hervorragend auf Grund ihrer inneren Struktur. Daher ist der Mensch beim Gebrauch von Materie im wesentlichen auf praktische Erfahrungen angewiesen (G. Anger [1], [2], Homepage von Gottfried Anger [3]). Das trifft im besonderen für biologische Systeme zu [8]. Für die offene Natur gilt nur **praxis cum theoria**. Von ähnlicher Komplexität ist das Genom eines biologischen Systems. Die genetische Information des einfachsten Bakteriums besteht aus vier Millionen Bausteinen (Nukleotiden), wobei es nur vier verschiedene Bausteine gibt [7]. Bezeichnet N die Anzahl der kombinatorisch möglichen Sequenzalternativen, n die Zahl der Bausteine eines Kettenmoleküls und λ den Umfang des Alphabets, so gilt auf Grund kombinatorischer Überlegungen die Beziehung $N = \lambda^n$. In unserem speziellen Fall ist $N = 4^{4\text{Millionen}} \approx 10^{2,4\text{Millionen}}$. Für das Genom des Menschen gilt $n \approx 3{,}2$ Milliarden. In der offenen Natur sind nur wenige dieser N realisierbar. Der Mensch führt mit seinem Körper täglich nur endlich viele Handlungen durch, die kleiner sind als obige Anzahl der Sekunden eines Tages. Daher denkt der Mensch nur im Rahmen von endlich vielen Informationen [8]. In unserem Körper und in der Natur sind die physikalischen Prozesse überdurchschnittlich (fast unendlich) groß und viele der chemischen Substanzen und physikalischen Prozesse unbekannt. Dieses ist die Problematik der Naturwissenschaften, wird aber (speziell in der Medizin) kaum beachtet. In der Geophysik ist es nicht möglich, die Massenverteilung innerhalb einer Kugel durch die Werte des Newtonschen Potentials auf der Kugeloberfläche eindeutig zu bestimmen [1]. Ein erster Beweis dazu wurde von den italienischen

Wissenschaftlern P. Pizzetti und G. Lauricella in den Jahren 1907 - 1911 erbracht. Diese Ergebnisse wurden 70 Jahre nicht beachtet, obwohl sie von zentraler Bedeutung sind und praktisch für jedes physikalisches Feld, auch im Universum, gelten! Das zieht wesentliche Veränderungen in der Physik zu Gunsten **praxis cum theoria** nach sich. Speziell wurde die Leistungsfähigkeit der Modelle der mathematischen Physik kaum untersucht. Mathematiker und Physiker haben die zentralen komplexen Fragen der Naturwissenschaften kaum beachtet [1], [2], [3], [4] sondern sich immer nur Teilfragen zugewandt.

Der international sehr bekannte und fachlich hervorragende Geodät Helmut Moritz [4] antwortete auf das von G. Anger in einem Schreiben an H. Moritz erwähnte Buch B. Greene [6], welches sich kaum mit den aktuellen Fragen der Anwendungen, speziell der Komplexität und den inversen Problemen, beschäftigt folgendermaßen: Das ist eine ganz allgemeine Erscheinung. In fast allen Physikbüchern, auch den hervorragenden Standardbüchern für Universitäten, ist man traditionell interessiert, nur die (möglichst einfachen) Gesetze zu bringen, nicht aber daran, wie man dazu kommt und wie genau die damit zu erhaltenden Ergebnisse sind. Hier ist einfach eine Lücke im traditionellen Denken, der sich die Physiker gar nicht bewußt sind. ... Seit C. F. Gauß (1777 - 1855) gibt es eine Theorie der Meßfehler. Das wissen die Astronomen und die Geodäten, nicht aber die Physiker. Die Geodäten werden bis zur Neurose darauf gedrillt, aber dafür sitzt es fest im Unterbewußtsein. Gauß war ein Mathematiker, aus dessen Theorie die ganze mathematische Statistik entstanden ist. Zu inversen Problemen gibt es viele Arbeiten und zumindest Lippenbekenntnisse. Die inversen Probleme werden auch von den Physikern pflichtbewußt anerkannt. Davon, instinktiv in inversen Problemen zu denken, ist man aber noch weit entfernt. Eine Ursache scheint darin zu liegen, daß Physiker eine Generation hinter den Mathematikern zurück sind (und umgekehrt). Man müßte also den Mathematik- und Physik-Studenten die Bedeutung der inversen Probleme, der Chaostheorie und der mathematischen Statistik gleich zu Anfang ihres Studiums nicht nur ins Bewußtsein, sondern ins Unterbewußtsein, bringen. Bei Georges Bourbaki (www.bourbaki.de) findet man die Bemerkung: Gute Studenten, die auf dem Gebiet der Praxis tätig sind, werden später Experimentalphysiker, die auf dem Gebiet der Theorie arbeiten, werden später Mathematiker. Es gibt kaum hervorragende theoretische Physiker.

Literatur

[1] G. Anger (1990), Inverse Problems in Differential Equations. Plenum Press, London, New York.
[2] G. Anger (2003), Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin. Festschrift zum 70. Geburtstag von Helmut Moritz, 5 - 20. Institut für Geodäsie, Technische Universität Graz..
[3] G. Anger (1999 - 2004), Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc (252 Seiten).
[4] Homepage http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html
[5] H. Fritzsch (2002), Vom Urknall zum Zerfall - Die Welt zwischen Anfang und Ende, 6. Auflage, Piper München.
[6] B. Greene (2004), Der Stoff, aus dem der Kosmos ist - Raum, Zeit und die Beschaffenheit der Wirklichkeit. Siedler, München. (Übersetzung aus dem Englischen: The Fabric of the Cosmos, Time, Space, and the Texture of the Reality, Alfred A. Knopf, New York 2004).
[7] B.-O. Küppers (1987), Ordnung aus dem Chaos: Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens, Piper, München.
[8] R. Riedl (2000), Strukturen der Komplexität - Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens. Springer, Berlin, New York.

5.

Die Komplexität der Natur und ihre Interpretation

Gottfried Anger (Berlin)

1. Prinzipien für den Umgang mit komplexen Systemen

Eine lange Beschäftigung mit der Leistungsfähigkeit physikalischer Felder in Geophysik und Medizin [4], [8], [15] ergab 1999 folgende Regeln, wobei die Verwendung von Messwerten des Gravitationsfeldes und von elektrischen bzw. magnetischen Feldern eine zentrale Rolle spielen [13]:

1. Für die meisten komplexen Systeme der Natur gibt es keine mathematische Systemtheorie (science is patchwork). Ursache hierfür ist die große Anzahl von Atomen im System und die daraus resultierenden überdurchschnittlich vielen Wechselwirkungsprinzipien. Weiterhin ist die genaue Anzahl und Lage der Atome unbekannt.
2. In einem solchen System kann man in einem Labor gewisse Teilinformationen (Messwerte) erhalten. Der Schluss von der speziellen Information auf das Gesamtsystem gelingt nur mittels praktischer Erfahrungen.
3. Bei technischen Systemen werden die endlich vielen Teilsysteme, aus denen sie bestehen, relativ gut beherrscht. Daher gibt es für solche Systeme eine gewisse mathematische Systemtheorie. Fehler in einem solchen System lassen sich relativ leicht feststellen.
4. Bei biologischen Systemen sind alle Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert, die mathematisch nicht getrennt werden können. Außerdem sind die verfügbaren Messwerte oft sehr schwach. Daher ist der Arzt noch viel mehr als der Ingenieur auf praktische Erfahrungen (ars medica) am realen System angewiesen.
5. Systeme in den Wirtschaftswissenschaften überblickt man vom logischen Standpunkt weitgehend (diskrete Mathematik). Allerdings kann es für globale Fragen chaotische Strukturen geben. Die Computer sind in den Wirtschaftswissenschaften für Teilfragen sehr erfolgreich einsetzbar.

Sehr erfahrene Mediziner, Biologen und Naturwissenschaftler verlassen sich im großen Umfang auf praktische Erfahrungen (**praxis cum theoria**) [18], [26], [38], [59], [60]. Die Universitäten unterrichten aber meist nur Teilfragen von komplexen Systemen. Der Schluss von der speziellen Information auf das (komplexe) Gesamtsystem wird nicht immer einwandfrei vollzogen. Hieraus folgen in der Medizin viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang.

Auch das schwere Erdbeben im Indischen Ozean am 26. Dezember 2004 löste eine riesige Flutwelle (Tsunami) mit verheerenden Folgen aus. Nach der Sendung 'nano' vom 5. Juli 2005 (www.3sat.de/nano) hatten sich viele Tiere rechtzeitig auf höhere Gebiete verzogen, da gewisse Informationen vor der Flutwelle an der Küste

angekommen waren und auf eine kommende Katastrophe hinwiesen. **Tiere können viele physikalische Informationen (z.B. akustische Wellen unter 20 Hz, Infrarotstrahlung, elektrische und magnetische Felder usw.) mit ihren Sinnesorganen wahrnehmen. In Zukunft muß der Mensch bei einem komplexen System viel mehr verschiedene Informationen sammeln und auswerten. Das ist vor allem in der Medizin wichtig. Diese Dinge werden an den Universitäten kaum gelehrt.** Auf die Schwierigkeiten bei der Erstellung einer Diagnose und der Beachtung aller Informationen, die vom menschlichen Körper kommen, hatte der griechische Arzt Hippokrates bereits vor 2400 Jahren hingewiesen [12], [13]. **Für den Umgang mit komplexen Systemen der Natur gilt stets <u>praxis cum theoria.</u>**

Die Mathematik ist die Sprache der Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen [13], [28]. Um solche Prozesse beschreiben zu können, benötigt man physikalische Grundgesetze, ein mathematisches Modell und große Teil der Mathematik. Allerdings müssen die mathematischen Ergebnisse an den realen Prozessen auf ihre Gültigkeit nachgeprüft werden, was oft nicht geschieht [13], [48]. Das gilt besonders für die Medizin [12], [59]. Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit eines komplizierten mathematischen Modells, speziell in der Relativitätstheorie [22], [45], [46], [47], [48], ist bisher kaum durchgeführt worden [13]. Weiter nimmt man an, dass die im Modell vorkommenden Materialparameter bekannt und seit vielen Millionen Jahren gleich geblieben sind. Aus diesem Grund bleiben viele der Untersuchungen der theoretischen Physik nur mathematische Untersuchungen [13], [24], [48]. Nach I. Newton [49] (Principia 1687, deutsche Übersetzung S. 511) dürfen Hypothesen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungen ab und verallgemeinert sie durch Induktion. Diese Fakten sind bei Untersuchungen über die Entwicklung des Universums unbedingt zu beachten [23], [24], [25], [48], wo viel zu wenig Informationen vorliegen, um weitreichende Ergebnisse zu bekommen. Daher dürften viele Untersuchungen über das Universum nur mathematische Untersuchungen sein. Der Physiker W. Neundorf schreibt in seiner umfangreichen Homepage [48]: *Das Fatale an der etablierten Wissenschaft ist nicht so sehr, dass sie sich irrt, das ist menschlich. Fatal ist, dass die amtierenden Wissenschaftspäpste ihre Vermutungen als 'Wissen' und ihre, größtenteils waghalsigen, Theorien als 'Gesetze' ausgeben. Noch schlimmer wird das Ganze dadurch, dass jeder Wissenschaftler, der den manchmal höchst abenteuerlichen Thesen widerspricht, seine Karriere und oft seine Existenz riskiert* [57]*. Dadurch entsteht geistiger Stillstand, den wir uns nicht leisten können. Wie abenteuerlich und in weiten Teilen lächerlich und gerade zu grotesk zum Beispiel die theoretische Physik ist, die Anfang und Ende des Universums zu erklären versucht.*

Eine fünfzigjährige Beschäftigung von G. Anger [1], [13] mit Fragen der mathematischen Physik und den komplexen Systemen der Natur ergab, dass die vorliegenden Messwerte oft viel zu schwach sind, um eine Systemtheorie entwickeln zu können [2] - [15]. Daher ist es dringend notwendig, eine Einheit von Theorie und Praxis herzustellen. Das zieht wesentliche Veränderungen innerhalb der Naturwissenschaften und der Medizin zugunsten praxis cum theoria nach sich [26], [38], [60].

Die (bisher bekannten) grundlegenden Wechselwirkungskräfte der Natur sind die Gravitations-Wechselwirkung der Massen (Newton [49]), die elektromagnetische Wechselwirkung der elektrischen Ladungen (Maxwell [24], [40], [43], [44]), die starke

Wechselwirkung innerhalb des Atoms (Protonen, Neuronen, Mesonen) und die schwache Wechselwirkung (Elementarteilchen) [24], [25], [43]. Physiker nehmen an, dass diese Kräfte im ganzen Universum gelten. Unter Beachtung von neuesten Messergebnissen, die auf der Erde gewonnen werden und mathematischer Überlegungen, setzt sich das Universum zusammen aus ca. 5% der uns geläufigen Materie, 30% dunkler (uns unbekannter) Materie und ca. 65% dunkler (uns unbekannter) Energie, deren Eigenschaften wir nicht kennen [23], [25]. Jahrzehnte bestand eine grundsätzliche Frage: Welches sind die kleinsten, unteilbaren Bestandteile der Materie? Lange Zeit lautete die konventionelle Antwort, die Materie bestehe aus Elementarteilchen - Elektronen und Quarks -, die man als Punkteteilchen ohne Ausdehnung und innere Struktur modellieren könne [23], [25]. Die konventionelle Theorie behauptet - und sieht sich darin durch Experimente bestätigt -, dass sich diese Teilchen in unterschiedlicher Weise zu Protonen, Neutronen und der bunten Vielfalt von Atomen und Molekülen zusammenfügen, aus denen alle Dinge unserer Alltagswelt bestehen. Die in letzter Zeit entwickelte Superstringtheorie entwirft ein anderes Bild. Zwar stellt sie nicht in Abrede, dass Elektronen, Quarks und die anderen in Experimenten offenbarten Teilchenarten eine Schlüsselrolle spielen, erklärt aber, diese Elementarteilchen seien keine Pünktchen. Laut Superstringtheorie besteht jedes Teilchen aus einem winzigen Energiefaden, rund hundert Milliarden Milliarden mal kleiner als ein einziger Atomkern (und damit viel zu klein für unsere heutigen Experimentaltechniken).und wie eine winzige Saite geformt. Genau wie eine Violinsaite verschiedene Schwingungsraster aufweisen kann, deren jedes einem anderen Ton entspricht, so weisen auch die Fäden der Superstringtheorie verschiedene Schwingungsmuster auf [25]. Dieses neue Forschungsgebiet wird manches zentrale Problem der Physik klären können.

Die Anwendungen der Physik in Naturwissenschaften und Medizin beruhen jedoch zum großen Teil auf der klassischen Physik. Viele der theoretischen Physiker haben sich in dem vergangenen Jahrhundert Fragen der Relativitätstheorie [22] und der Quantenphysik [67] zugewandt, da hierfür genügend viele mathematische Ergebnisse (Riemannsche Geometrie, Hilbertraumtheorie usw.) vorhanden waren. Die Grundlagen für inverse Probleme physikalischer Felder [8], [33], [50], [52], [53], d.h. der Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Messwerten, gibt es seit ca. 1960. Die französischen Mathematiker (Ch.-J. de la Vallée Poussin, H. Cartan, M. Brelot, G. Choquet usw.) bezeichnen die Grundlagenforschung für direkte Aufgaben, die ab ca. 1930 entwickelt wurde, als 'feine Analysis' [8], [9], [13], [15]. Diese Untersuchungen begannen mit den Arbeiten von O. Perron, W. Remak (beide1923) und N. Wiener (1924). Die Physiker müssen sich unbedingt diesen Fragen zuwenden, denn es ist im allgemeinen unbekannt, wie man mit Messwerten komplexer Systeme korrekt umzugehen und Diagnosen zu erstellen hat. Die Problematik der inversen Probleme ist - abgesehen von inversen Spektralproblemen auf dem Gebiet der Atomphysik - praktisch allen Physikern und Medizinern unbekannt [8]. Um sich in der Natur zurecht zu finden, müssen Tiere und der Mensch mit ihren Sinnesorganen fortwährend inverse Probleme von komplexen Systemen lösen, was das Hirn automatisch macht (Mustererkennung). Es sei bereits hier darauf hingewiesen, dass die Komplexität solcher Muster die Theorie wegen eines stets vorhandenen Informationsmangels **nicht vollständig** beschreiben kann [8], [13], [14]. Daher gilt für komplexe Systeme stets **praxis cum theoria.**

2. Komplexe Systeme

Jede Materie der Natur besteht aus sehr vielen Atomen, die mit ihrer Umgebung in einer permanenten dynamischen Wechselwirkung stehen. Dieses gilt besonders für biologische Systeme, die sich ständig verändern und weiterentwickeln. Daher ist die Komplexität der Natur, speziell in der Medizin, viel mehr zu beachten als es bisher geschieht [26], [38], [59]. So enthält ein Kubikzentimeter Wasser ca. 10^{22} Atome (das Produkt der 10 zweiundzwanzig mal), ein Festkörper ca. 10^{23} Atome. Dabei sollte man beachten, dass auch andere Atome in geringer Anzahl in der Substanz vorhanden sind. Das in der Mikroelektronik verwendete Silicium besitzt einen überdurchschnittlich hohen Reinheitsgrad, der bei anderen Substanzen nicht erreicht wird.100 Kilogramm Wasser enthalten ca.10^{27} Atome, was annähernd der Anzahl der Atome im menschlichen Körper entspricht. Die zwischen den Atomen möglichen Wechselwirkungsbeziehungen sind fast unendlich groß. Wissenschaftler nehmen an, dass unser Körper aus ca. 100 Billionen (= 10^{14}) Zellen besteht. Jede Zelle enthält dann ca. 10^{13} Atome, da $10^{13}\ 10^{14} = 10^{27}$ gilt. Unsere Haut und der Darm enthalten viele Billionen Mikroorganismen, die für unser Leben wichtig sind. Nur wenige der Mikroorganismen rufen Krankheiten hervor. Die moderne Infektologie hat diese Situation relativ gut im Griff. Wegen der überdurchschnittlich großen Komplexität unseres Körpers und der geringen Möglichkeit ihn mit Hilfe von Messwerten beschreiben zu können, ist der Arzt zum großen Teil auf praktische Erfahrungen angewiesen (ars medica). Viele Krankheiten zeigen sich nach Rudolf Virchow (1821 - 1902) an dem optischen Bild (Gewebeschnitte, Muster) der Zellen [20]. Man kann in der medizinischen Diagnostik nur dann physikalische Informationen bzw. Muster zur Erkennung von Krankheiten verwenden, wenn zwischen Information und Krankheit eine **umkehrbar eindeutige Zuordnung** (d. h. eineindeutig) besteht. Da diese Fakten im allgemeinen nicht bekannt sind, gibt es in der Medizin viele Fehldiagnosen mit schlimmen Folgen.

Im Gegensatz zu biologischen Systemen sind technische Systeme wesentlich einfacher aufgebaut [69]. Raumsonden bewegen sich jahrelang weit ins Weltall und funktionieren trotz einer starken Strahlung im Raum einwandfrei. Mit biologischen Systemen sind solche Weltraumflüge nicht machbar. Das ist der Unterschied zwischen einfacher Materie und biologischen Systemen, denn biologische Systeme sind total abhängig von der Physik des Erdinneren, der Biosphäre (unser Lebensraum) und dem Einfluss des Universums. Dabei sind viele der Einflussfaktoren der Natur für unser Leben unbekannt.

Nun einige einführende Betrachtungen zu inversen Problemen. In einem System bezeichne **f** die Ursache (Input), **g** die Wirkung (Output). Symbolisch wird dieser Sachverhalt in der Form

(1) $$\mathbf{Af = g}$$

geschrieben, eine Gleichung ***erster Art*** im Sinne der Mathematik. In der Geophysik kann **f** die Massenverteilung der Erde, **g = Af** das Gravitationsfeld der Erde (Anziehungskraft der Erde) sein. Geophysiker wollen durch Messung von **g** (auf der Erdoberfläche in nur endlich vielen Punkten) zum Beispiel auf Lagerstätten schließen. Weiterhin können Naturwissenschaftler bzw. Ärzte das elektrische Feld des Herzens bzw. Hirns auf der Oberfläche eines Körpers (in endlich vielen Punkten) messen und versuchen, damit ihrerseits auf die elektrischen Ladungen und

Materialparameter (in der Medizin auf die Beschaffenheit des Herzens bzw. Hirns) zu schließen. Die Lösung **f** eines solchen Problems wird symbolisch in der Form

(2) $$\mathbf{f} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{g}$$

geschrieben. Seit sehr langer Zeit sind diese Dinge in der Algebra für lineare Gleichungssysteme bekannt. Die Bestimmung des Outputs **g = Af** bei der Kenntnis von **f** (und den physikalischen Gesetzen) **A** heißt ***direkte Aufgabe***, die Bestimmung von $\mathbf{f} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{g}$ heißt ***inverse Aufgabe***. Die meisten Aufgaben in den Naturwissenschaften und der Medizin sind inverse Aufgaben [8], [10], [18], [33], [37], [50], [52], [53], [63], was im allgemeinen nicht bekannt ist und daher kaum zur Kenntnis genommen wird. In der Technik kommt man wegen der größeren Freiheit der Aufgabenstellungen und der Möglichkeit von vielen Versuchen häufig mit der Lösung direkter Aufgaben aus (Simulation) [69], was für Probleme der offenen Natur (außerhalb des Labors) meist nicht möglich und oft falsch ist. Bei inversen Problemen liegt von physikalischer Seite her meist ein großer Informationsmangel vor. Ohne wesentliche Zusatzinformationen, die vom System kommen müssen, lassen sich solche inversen Probleme nicht eindeutig lösen. Falls die Lösung von (2) eindeutig ist, hängt **f** oft unstetig von **g** ab, eine weitere Erschwernis bei inversen Problemen. Das hat folgenden Grund: Die Meßwerte **g** sind Mittelwerte über die atomaren Strukturen. Um die inneren Parameter des Systems lokal zu bestimmen, müssen die Mittelwerte aufgelöst werden, was eine unstetige Operation $\mathbf{A}^{-1}$ zur Folge hat [8]. Deshalb sind die Lösungen inverser Probleme mit Vorsicht zu gebrauchen. Trotz aller Bemühungen, die zum großen Teil auf rein mathematischen Annahmen beruhen, sind diese Fragen noch nicht bis zum Schluss geklärt [8].

Das hat unter anderem zur Folge, dass nicht alle rekonstruierten Bilder bei bildgebenden Verfahren 'real world solutions' sind, in der Medizin unter dem Begriff Artefakte und in der Physik unter dem Begriff Geisterbilder (ghosts] bekannt [11], [12], [13], [15], [54], [56], [63]. Daher müssen Wissenschaftler und Mediziner bei bildgebenden Verfahren sehr vorsichtig mit solchen Bildern umgehen und oft durch Zusatzinformationen (vom menschlichen Körper) das mathematisch erstellte Bild bestätigen bzw. widerlegen [56].

Im Fall eines Integraloperators **A** löste N. H. Abel 1823 als erster eine solche Gleichung erster Art. Man sieht an der konkreten Lösung von Abel, dass $\mathbf{A}^{-1}$ unstetig von **g** abhängt [8]. Trotz der weitreichenden Bedeutung der inversen Probleme sind diese Untersuchungen wegen der prinzipiellen mathematischen Schwierigkeiten bis ca. 1960 liegen geblieben und danach von A. N. Tikhonov und M. M. Lavrent'ev auf Grund ihrer großen Bedeutung in der Geophysik und Raumfahrt in Angriff genommen worden [8]. Inverse Probleme sind diejenigen mathematischen Aufgabenstellungen, die **dringend** zu lösen sind.

Von 1901 bis 2002 wurden auf dem Gebiet der Mathematik keine Nobelpreise vergeben, eine geringe Einschätzung der Anwendungen der Mathematik und charakteristisch für das Verhältnis Physik - Mathematik. Das Norwegische Parlament vergibt jetzt für grundlegende Ergebnisse auf dem Gebiet der Mathematik einen Abel-Preis, der dem Nobelpreis gleichwertig ist. Die Einschätzung der Schwierigkeiten bei inversen Problemen ist ein Grund dafür, dass das Verhältnis Theorie - Praxis so angespannt ist. Eigentlich gehen diese Probleme zu Lasten der Physiker [22], [48]. Man betrachtet lieber Probleme der Quantenphysik und der

atomaren Strukturen, die vom mathematischen Standpunkt wesentlich einfacher sind und seit 1929 intensiv studiert werden [8], [67], [68].

Die Mathematik hat in den vergangen 4000 Jahren eine beachtliche Substanz aufgebaut. Man wird bei einer sinnvollen Zusammenarbeit zwischen Theoretikern und Praktikern prinzipiell neue Ergebnisse für die Anwendungen erhalten, was für die Naturwissenschaften und die Technik weitreichende Konsequenzen hat [8], [13].

3. Inverse Probleme und Anwendungen

Wie bereist mehrfach erwähnt, führen fast alle Aufgabenstellungen in den Naturwissenschaften und in der Medizin auf inverse Probleme, d.h. der Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Messwerten. Um solche Aufgaben studieren zu können, benötigt man große Teile der Mathematik, speziell die Lösung der direkten Aufgabenstellungen der mathematischen Physik (Randwertaufgaben, Anfangswertaufgaben). Bereits 1980 schrieb B. A. Bolt [8], *dass Studenten - welche die Universität verlassen - in den Anwendungen meist inverse Probleme vorfinden. Diese Absolventen wurden an den Universitäten praktisch nicht auf diese Aufgaben vorbereitet und scheitern daher oft.* Das Gebiet der Mikroelektronik benötigte umfangreiche Geldmittel, um den jetzigen wissenschaftlichen Stand zu erreichen. Nur durch Bereitstellung von sehr viel Geld und der Mitarbeit hervorragender Wissenschaftler lassen sich auf dem Gebiet der inversen Probleme tiefliegende Ergebnisse erzielen (siehe Brief an die Deutsche Forschungsgemeinschaft in [13]). Das bedeutet aber auch, dass Physiker und Mathematiker sich erst einmal mit den neuen Denkstrukturen vertraut machen, speziell die teilweise geringe Leistungsfähigkeit von Messwerten erlernen müssen.

In der Geophysik ist es nicht möglich, die Massenverteilung innerhalb einer Kugel (oder eines beliebigen Gebietes) durch die Werte des Newtonschen Potentials auf der Kugeloberfläche zu bestimmen. Dieses folgt aus der 3. Greenschen Formel, die bereits 1828 bekannt war und relativ einfach herzuleiten ist. Dieses Ergebnis wurde von den italienischen Wissenschaftlern P. Pizzetti und G. Lauricella in der Zeit von 1907 - 1911 hergeleitet und über 70 Jahre nicht beachtet, obwohl das Ergebnis weitreichend ist [8]. Dieselbe Aussage gilt eigentlich für jedes physikalische Feld, auch für EKG und EEG [8]. Es hat sich als sinnvoll herausgestellt, die Menge aller Massenverteilungen zu bestimmen, die außerhalb eines Gebietes dasselbe Potential erzeugen. Mit Hilfe der modernen Mathematik gelingt eine Charakterisierung dieser Lösungsmenge mit vollkommen neuen Lösungen [8]. Deren Bedeutung muss jedoch am Experiment nachgeprüft werden. Es ist durchaus möglich, dass solche neuartigen Lösungen eine wichtige physikalische Bedeutung haben. Wie erwähnt kann man diese Überlegungen auch für andere physikalische Felder anstellen.

In einem Antwortbrief an G. Anger schrieb der Geodät Helmut Moritz (TU Graz*):"In fast allen Physikbüchern, auch den hervorragenden Standardbüchern für Universitäten, ist man traditionell interessiert, nur die (möglichst einfachen) Gesetze zu bringen, nicht aber daran, wie man dazu kommt und wie genau die damit zu erhaltenden Ergebnisse sind. Hier ist einfach eine Lücke im traditionellen Denken, der sich die Physiker gar nicht bewusst sind.*

Beispiele:

(1) *Fast jeder glaubt, fast alle Probleme der klassischen Mechanik seien integrierbar und stabil (eine unbewusste Folgerung aus den Lehrbüchern). Es ist gerade umgekehrt: fast alle Gesetze der klassischen Mechanik sind NICHT integrierbar, instabil und chaotisch. Die schönen Lehrbuchbeispiele sind eine Ausnahme (Menge vom Maß Null). Bei aller Popularität der Chaostheorie ist deren Universalität noch kaum in das allgemeine Unterbewusstsein der Physiker eingedrungen. H. Poincaré war ein Mathematiker, und bei den Mathematikern ist die Chaostheorie zumindest vom Namen her bekannt und durch die Autorität von Poincaré, Lorenz und Mandelbrot anerkannt.*

(2) *Seit C. F. Gauß gibt es eine Theorie der Messfehler: Das wissen die Astronomen und Geodäten, nicht aber die Physiker. Die Geodäten werden bis zur Neurose darauf gedrillt, aber dafür sitzt es fest im Unterbewusstsein. Gauß war ein Mathematiker, aus dessen Theorie die ganze mathematische Statistik entstanden ist.*

(3) *Zu inversen Problemen gibt es viele Arbeiten und zumindest Lippenbekenntnisse. Sie werden auch von den Physikern pflichtbewusst anerkannt. Davon, instinktiv in inversen Problemen zu denken, ist man aber noch weit entfernt*.

Eine der Ursachen scheint darin zu liegen, dass Physiker eine Generation hinter den Mathematikern zurück sind (und umgekehrt).

Man müsste also, den Mathematik- und Physik - Studenten die Bedeutung der inversen Probleme, der Chaostheorie und der mathematischen Statistik gleich zu Anfang ihres Studiums nicht nur ins Bewusstsein, SONDERN INS UNTERBEWUSSTSEIN bringen, aber wie?"

Der Neurologe Gerald Ulrich und der Physiker Hans-Jürgen Treder schreiben in der Zusammenfassung ihres Buches [60]: *Physiker - jedenfalls die im Rückblick als bedeutend zu bezeichnenden - haben nie behauptet, dass alles, was in dieser unserer Welt "der Fall ist", in ihre Zuständigkeit fiele. Die Physik zielt auf "wahre", d.h. von allem Subjektiven bereinigte, mithin abstrakte Aussagen. Als "reine " Wissenschaft ist sie der "theoretischen Vernunft" (Kant) verpflichtet.*
Demgegenüber ist die Medizin ihrer Bestimmung nach eine Disziplin, die dem Menschen dient und daher dem Postulat der "praktischen Vernunft" (Kant) verpflichtet. In der Arzt-Patienten-Beziehung kommt das Primat dem Erfahrungswissen wie auch der sinnlichen Wahrnehmung zu (Ars medica → Arzt). Die abstrakten (objektiven) naturwissenschaftlichen Erkenntnisse haben für den Arzt instrumentellen Charakter. Dabei ist aber nicht zu bestreiten, dass sich der medizinische Fortschritt, zu Recht, durch die Einführung immer effizienterer Instrumentalitäten definiert. Dieses Faktum fand seinen Niederschlag in der irreführenden Bezeichnung der medizinischen Hilfswissenschaften als Grundlagenwissenschaften bzw. -fächer. Dadurch wurde wiederum der herrschende Reduktionismus bestärkt, wonach sich - im Namen einer "wissenschaftlichen" Biologie - alle Lebensphänomene (= Phänomene der Lebenswelt) auf physikalische Gesetze zurückführen lassen. So verschwand in der sog. Schulmedizin die "Welt", die etwas für uns bedeutet (Heisenberg) zugunsten einer unsinnlichen, abstrakten realen Welt zunehmend aus dem Blickfeld.

Man vergleiche zu den voranstehenden Ausführungen auch die Bemerkungen des Physikers Martin Lambeck in seinem Buch 'Irrt die Physik? - Über alternative Medizin und Esoterik': *Viele Überzeugungen der alternativen Medizin und Esoterik stellen*

eine extreme Herausforderung der heutigen Wissenschaft dar. Wenn ihre zentralen Aussagen, insbesondere die der Homöopathie und der anthroposophischen Medizin, zutreffen, muss die heutige Physik in wichtigen Aspekten falsch oder doch zumindest grob unvollständig sein.

Der amerikanische Kardiologe Bernard Lown [38] *hält das Wort und das aktive Zuhören sogar für das wichtigste diagnostische und therapeutische Instrument des Arztes. Und er findet, dass all die kostspieligen und belastenden High-Tech-Untersuchungen oft überflüssig wären, wenn die Ärzte die Krankengeschichte sorgfältiger erfragen und die Patienten körperlich genauer untersuchen würden. Eine britische Studie zeigte, dass fünfundsiebzig Prozent der Informationen, die zu einer korrekten Diagnose führen, von einer detaillierten Anamnese gewonnen werden, zehn Prozent von der körperlichen Untersuchung, fünf Prozent von einfachen Routinetests und fünf Prozent von all den teuren nicht invasiven Prozeduren. In fünf Prozent gibt es keine Antwort* [*38*], *S. 13,* siehe auch H. Buchborn [18].

Der Arzt und Philosoph Hans Kaegelmann schreibt in seinem Buch [30] auf Seite 106 unter anderem folgendes: *Die amtlich vorgeschriebene Methode zum Nachweis von Heilmittelwirkungen leistet nicht nur medizinisch-pharmakologisch nicht, was sie leisten soll, und was sie angeblich leisten würde, sondern ist generell wissenschaftlich unhaltbar, weil sie im Widerspruch zu den derzeit erreichten wissenschaftstheoretischen Erkenntnissen steht. Die Methode folgt vielmehr wissenschaftstheoretischen Annahmen, die vor 100 Jahren galten, aber inzwischen überholt, da widerlegt sind, insbesondere durch den bekannten Wissenschaftstheoretiker dieses Jahrhunderts Karl Raimund Popper, ebenso andere beste Philosophen und Wissenschaftstheoretiker. Als die Methode der Wahl galt für die Wissenschaft die Beweisführung. Inzwischen wurde klar erkannt, dass Beweisführungen nur zur Lösung einer Minderheit von wissenschaftlichen Problemen möglich sind, und zwar für diejenigen, deren Problemglieder sämtlich vollständig erfassbar sind. Alle anderen Probleme können nicht mittels durchgängiger Beweisführung gelöst werden, da ein Teil ihrer Problemglieder unerkennbar bleibt. Die generelle Methode der Wahl für die Wissenschaft ist daher die Einschätzung mit nachfolgender Irrtumskorrektur.*

Der Arzt für Mikrotherapie und Naturheilkunde Dietrich Grönemeyer [26], der während seines Medizinstudiums auch Sinologie erlernte, um die sehr alte chinesische Medizin kennenzulernen, schreibt auf S. 95: *Man fragt mich immer wieder, warum ich unwissenschaftliche Methoden wie die Osteopathie empfehle, oder wie sich meine Ausbildung zum Radiologen mit meinem Interesse für die unsichtbaren Meridiane der Akupunktur verbinden lasse. Die Antwort lautet: Das Ergebnis zählt. Die Heilkunst selbst ist viel älter als die klassische Medizin und sie beruht einzig und allein auf Erfahrungswissen. Erst später kamen naturwissenschaftlich basierte Methoden dazu, die aber, wie wir wissen, nur einen Teil des Lebens erklären können. Warum also nicht weiterhin offen bleiben für beide Seiten: Intuition und Empirie? Leider befasst sich die Schulmedizin viel zu selten mit den historisch älteren Wurzeln des Heilens. Umgekehrt bin ich auch immer wieder entsetzt, welche Intoleranz Anhänger alternativer, "komplementärer" Verfahren den Errungenschaften des modernen Fortschritts gegenüber an den Tag legen. Gerade weil die Möglichkeiten der modernen Biomedizin auch viele gesellschaftliche Fragen aufwerfen, wäre es wichtig, den Dialog zwischen den unterschiedlichen Lagern ernsthaft zu führen!*

Der Autor dieses Artikels ist als Mathematiker unabhängig von den voranstehenden Ausführungen zu denselben Ergebnissen gekommen. Seine wichtigsten Gedanken zur medizinischen Diagnostik wurden bereits 1994 niedergeschrieben [11]. Insgesamt gibt es viele Artikel bzw. Bücher zu Fragen der ärztlichen Kunst [27], [32], [39], [41], [61]

Die biologischen Systeme auf der Erde haben sich im Verlauf von vielen Millionen Jahren entwickelt. Überall auf der Erde wimmelt es von Lebewesen: im Wasser, in den Tiefen der Ozeane und kilometertief im Boden, unter dem Eis der Antarktis und an (heißen) Vulkanschloten der Tiefsee. Es ist erstaunlich, wie anspruchslos Organismen sind, dass sie auch die entlegendsten Winkel unseres Planeten zu besiedeln vermögen.

Der Übergang von der unbelebten zur belebten Welt ist bis heute rätselhaft. Viele lebenswichtige Stoffe waren auf der Erde von Beginn an vorhanden. Es gibt sie überall im Kosmos [42], [55]. Allein in Meteoriten hat man 70 verschiedene Aminosäuren gefunden. Nach B.-O. Küppers [34] gibt es vermutlich eine Ordnung aus dem Chaos und Prinzipien der Selbstorganisation des Lebens, nach dem Fossilienforscher M. Boulter [17] steht den Säugetieren ein Massensterben bevor. Innerhalb fossiler Tier- und Pflanzengruppen habe es jeweils eine anfängliche Auffächerung (Art Blasenbildung) gegeben, dann eine Expansion, der schliesslich ein allmähliches Aussterben folgte - das alles natürlich in Jahrmillionen [17].

Nach dem Zweiten Weltkrieg hat die Genetik einen unwahrscheinlichen Aufschwung erlebt [19]. Einer der Pioniere war Max Delbrück, der bis 1937 bei Otto Hahn in Berlin auf dem Gebiet der atomaren Prozesse gearbeitet hatte und sich bereits damals für die Biologie interessierte. Allerdings hatte man die Komplexität der biologischen Prozesse immer weit unterschätzt und tut dies auch heute noch [21], [41]. Nach [34] besteht das einfachste Bakterium aus vier Millionen Bausteinen (Nukleotiden), wobei es nur vier verschiedene Bausteine gibt. Bezeichnet N die Anzahl der kombinatorisch möglichen Sequenzalternativen, n die Zahl der Bausteine eines Kettenmoleküls und λ den Umfang des Alphabets, so gilt auf Grund kombinatorischer Überlegungen die Beziehung $N = \lambda^n$. In unserem speziellen Fall ist $N = 4^{4\text{Millionen}} \approx 10^{2,4\text{Millionen}}$, eine nicht vorstellbare grosse Zahl [34]. Für das Genom des Menschen gilt $n \approx 3,2$ Milliarden. In der offenen Natur sind nur wenige dieser N realisierbar. Wegen der vielen Atome in einer Zelle sind **die vielen Wechselwirkungsbeziehungen meist unbekannt**. Teile davon lassen sich bestimmen, aber das Gesamtsystem kann nicht voll charakterisiert werden.

Biologische Systeme sind vollständig in die superkomplexe Biosphäre (unser Lebensraum) eingebettet. Tiere und der Mensch haben sich früher von Pflanzen, Samen, Tieren und Wasser ernährt. Unsere Nahrung enthält zehntausende verschiedene chemische Substanzen. Dabei sind nicht alle dieser Substanzen bisher bestimmt worden, obwohl für das Leben von Bedeutung sind. In den vergangenen 100 Jahren hat sich vieles bezüglich der Lebensweise der Menschen verändert. Hieraus folgen eine Verschlechterung der Lebensbedingungen und viele neue Krankheiten [26].

Tote biologische Systeme werden von Mikroorganismen vollständig entsorgt. Der Hamburger Chemiker Michael Braungart (www.braungart.com) kämpft für eine Welt ohne

Müll. Seine Vision ist der perfekte Kreislauf der Rohstoffe. Wir Menschen kippen die von der Industrie erzeugten (zum Teil sehr giftigen) Chemikalien einfach in die Natur, was eine fortwährend sich verschlechternde Umwelt hervorbringt. Weiter wirkt sich die Verbrennung fossiler Rohstoffe sehr negativ auf die Erwärmung der Erde aus. Auch der ständig größer werdende Elektrosmog, der zusätzlich energiereiche Strahlung für biologische Systeme bringt, dürfte sich sehr negativ auf unser Leben auswirken [22]. Alles zusammengenommen kann einmal das Ende der Menschheit bedeuten. In den vergangenen Millionen Jahren hat sich das Leben in der Biosphäre als System voll erhalten. Nach E. U. von Weizsäcker [66] können die Menschen öko-effizient leben und arbeiten, man vergleiche auch die Entwicklung in Indien in den vergangenen 7000 Jahren [73].

Der Autor dieses Artikels studierte von 1947 - 1951 Mathematik und Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Dresden. Zu Beginn des Studiums waren die Lehrstühle für Physik nicht besetzt. Daher wandten wir uns als Nebenfach der Elektrotechnik zu. Wir wurden sehr stark durch die Denkweise der Ingenieure geprägt, sinnvolle Dinge für unser Leben zu betrachten. Diese Denkweise hat den Autor sein ganzen Leben lang begleitet. Mein bester Lehrer war Heinrich Barkhausen (1881 - 1956), der als Vater der Mikroelektronik gilt. Quantenphysik [67] und Relativitätstheorie [22] sind vom mathematischen Standpunkt aus sehr interessant. Als junger Wissenschaftler konnte ich aber damit nicht viel für die Anwendungen anfangen. Das Studium der Felder der klassischen Physik einschließlich der inversen Probleme (Diagnostik) war sehr sinnvoll. Von diesen Ergebnissen aus kann man nun viele andere Fragen der Naturwissenschaften studieren. Die Weltreligionen haben das Verhältnis Mensch - Natur immer zu interpretieren versucht. Bei Hans Küng [35] sind diese Dinge ausführlich dargestellt.

Literatur

[1] G. Anger (1958), *Sur le rôle des potentiels continues dans les fondements de la théorie du potentiel.* Séminaire de Théorie du Potentiel, tome 2 (1958), 30 pp, Institut H. Poincaré, Université de Paris.

[2] G. Anger (1976), *Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie der inversen Aufgabenstellungen* (transl into English*).* Gerlands Beitr. Geophysik **85** (1976), pp. 1 - 20.

[3] G. Anger (1977*), Uniquely determined mass distributions in inverse problems* Veröffentl. Zentralinstitut Physik der Erde **52** (1977), 2, pp. 633 - 656, Akademie der Wissenschaften DDR, Potsdam.

[4] G. Anger (ed.) (1979), *Inverse and improperly posed in differential equations.* Conference held at the Martin Luther University Halle-Wittenberg, May 29 - June 2, Mathematical Research, vol. 1, Akademie-Verlag, Berlin.

[5] G. Anger (1980), *Lectures on potential theory and inverse problems.* In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik. (Sommerschule der KAPG Arbeitsgruppe 5.2. Bergakademie Freiberg (Sachsen)), 5. - 16. Juni 1978, Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft **45**, pp. 15 - 95.

[6] G. Anger (1983), *Unsolved problems in the theory of inverse problems.* In: Partial Differential Equations. Conference held on the occasion of the 75th birthday of Academician S. L. Sobolev. Novosibirsk, October 10 - 14, pp. 17 - 31. Nauka, Novosibirsk 1986 (Russian).

[7] G. Anger (1985), *On the relationship between mathematics and its applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse Problems **1**, 2, L7 - L11.

[8] G.. Anger (1990), *Inverse problems in differential equations.* Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, London.
[9] G. Anger (1992), *A measure theoretic approach for studying inverse problems of the heat equation and the wave equation.* In: Ill-posed Problems in Natural Sciences, Proc. Int. Conf. Moscow, August 19 - 25, 1991. VSP Utrecht and TVP Science Publishers Moscow, pp. 24 - 36.
[10] G. Anger. R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers. (eds.) (1993), *Inverse problems: Principles and applications in geophysics, technology and medicine.* Conference held at the Georesearchcenter Potsdam, August 30 - September 3, 1993. Mathematical Research, vol. 74, Akademie Verlag, Berlin.
[11] G. Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik: Ein systemtheoretischer Zugang.* In: Inverse Problems and Applications to Geophysics, Industry, Medicine and Technology. Proceedings of the International Workshop on Inverse Problems, 17 - 19 January 1995, Publications of The HoChiMinh City Mathematical Society (Vietnam), vol. 2 (1995), pp. 24 - 32.
[12] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria.* Arzt und Krankenhaus **12/97,** pp. 354 - 357.
[13] Homepage Gottfried Anger, October 2004, 254 pages, in:
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
[14] G. Anger and H. Moritz (2003), *Inverse Problems and Uncertainties in Science and Medicine,* 38 pages. In: Festband für den Physiker H.-J. Treder aus Anlaß seines 70. Geburtstages, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, Band 61, 171 - 212, (see also www.leibniz-sozietaet.de).
[15] G. Anger and H. Moritz (2004), *Inverse Problems and Stability - Basic Ideas and Applications*. In: http://www.inas.tugraz.at/horschung/InverseProblems/AngerMoritz.html .
[16] K. G. Blüchel (2003), *Heilen verboten, töten erlaubt. Die organisierte Kriminalität im Gesundheitswesen.* Bertelsmann, München.
[17] M. Boulter (2002), *Extinction:- Evolution, and the End of the Man.* Columbia University Press.
[18] H. Buchborn (1992), *Mustererkennung in der klinischen Diagnostik.* Nova Acta Leopoldina NF **76**, (15), 281 - 317.
[19] S. de Chadarevian (2002), *Designs for Life. Molecular Biology after World War II.* Camridge University Press.
[20] W. U. Eckart (2000), *Geschichte der Medizin,* 4. Aufl., Springer, Berlin, New York..
[21] K. M. Einhäupl (2002), *Bemerkungen zur Gentherapie.* Forschung & Lehre **12/2002**, S. 629 und 'Die Zeit' 14. November 2002..
[22] E. Friebe (2003), *Wurde Albert Einstein das Opfer der Wissenschaftler seiner Zeit?* In: www.ekkehard-friebe.de und www.ekkehard-friebe.de/report2.pdf .
[23] H. Fritzsch (2002), *Vom Urknall zum Zerfall - Die Welt zwischen Anfang und Ende, 6. Aufl*., Piper, München.
{24] H. Fritzsch (2004), *Die fundamentalen Konstanten der Natur - Wie konstant sind sie wirklich?* Vortrag am 16. Februar 2004 an der Urania Berlin. Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich erworben werden von der URANIA Berlin, An der Urania 17, D - 10787 Berlin, erworben werden
[25] B.Greene (2004), *Der Stoff, aus dem der Kosmos ist - Raum, Zeit und die Beschaffenheit der Wirklichkeit.* Siedler, München. Englisches Original: The Fabric of the Cosmos: Time, Space, and the Texture of the Reality, Alfred A. Knopf, New York..
[26] D. Grönemeyer (2004), *Mein Rückenbuch - Das sanfte Programm zwischen High Tech und Naturheilkunde.* Zabert Sandmann, München.
[27] E. Huber und K- Langbein (2004), *Die Gesundheitsrevolution - Radikale Wege aus der Krise - was Patienten wissen müssen.* Aufbau-Verlag, Berlin.

[28] E. Kähler (1939), *Über die Beziehungen der Mathematik zu Astronomie und Physik.* Jahresber. Deutsch. Math.-Verein. **51**, 52 - 63. (Kant-Copernicus-Woche der Univ. Königsberg i. Pr., Februar 1939).
[29] H. Kaegelmann (1997), *Einschätzung und Irrtumskorrektur.* Verlag Kritische Wissenschaft, 51556 Windeck/Sieg.
[30] H. Kaegelmann (1997), *Untersuchung über die Zulässigkeit von Zulassungen und Verboten von Heilmitteln.* Verlag Kritische Wissenschaft, 51556 Windeck/Sieg.
[31] H. Kaegelmann (2002), *Erklärung der Welt*. Verlag Kritische Wissenschaft, 51556 Windeck/Sieg.
[32] B. Kathan (2002), *Das Elend der ärztlichen Kunst.* Kulturverlag Kadmos, Berlin.
[33] B. Kramer (1995), *Precise measurements in classical and modern physics.* In: H. Lübbig (ed.), The Inverse Problem. Symposium ad memoriam Hermann von Helmholtz. VCH Weiheim.
[34] B.-O. Küppers (ed.)1987), *Ordnung aus dem Chaos: Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens.* Piper, München.
[35] H. Küng (1999), *Spurensuche - Die Weltreligionen auf dem Weg.* Piper, München, Zürich.
[36] M. Lambeck (2003), *Irrt die Physik? Über alternative Medizin und Esotherik.* C. H. Beck., München.
[37] M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev (1995), *Linear operators and ill-posed problems*. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York (transl. from Russian)
[38] B. Lown (2002), *Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken.* Schattauer, Stuttgart, englisches Original: The Lost Art of Healing, Houghton Miffin Company 1996.
[39] H. Mandl, R. V. Putz, K. Peter, S. Höfling (2001), *Lernmodelle der Zukunft am Beispiel der Medizin.* In: Argumente und Materialien zum Zeitgeschehen **26**, Hans Seidel Stiftung, Akademie für Politik und Zeitgeschehen, München.
[40] K. Meyl (1998), *Elektromagnetische Umweltverträglichkeit - Ursachen, Phänomene und naturwissenschaftliche Konsequenzen, 3. Aufl.* Indel, Villingen-Schwenningen,
[41] S. D. Mitchell (2003), *Biological Complexity and Integration Pluralism.* Cambridge University Press.
[42] D. Möhlmann (2004), Planetenentstehung: Irrtümer und Bleibendes. Vortrag vor der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät in Berlin am 16. Dezember 2004 (see www.leibniz-sozietaet.de).
[43] H. Moritz (1995), *Science, mind and the universe. An introduction to natural philosophy*. Wichmann, Heidelberg.
[44] C. Müller (1957), *Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen.* Springer, Berlin, New York.
[45] G. O. Müller (2002), *Über die absolute Größe der Speziellen Relativitätstheorei.* In: www.ekkehard-friebe.de
[46] G. O. Mueller (2003), *"95 Jahre Kritik der Speziellen Relativitätstheorie* (1908 - 2003). SRT-Forschungsbericht, Erster Tätigkeitsbericht des Forschungsprojekts, in:
[47] G. O. Mueller (2004), *"95 Jahre Kritik der Speziellen Relativitätstheorie* (1908 - 2003), SRT-Forschungsbericht, Zweiter Tätigkeitsbericht des Forschungsprojects, in .
[48] **W.** Neundorf (2003), see Homepage www.neundorf.de , 354 pages, oder www.neundorf.de/Urknall/urknall1.jpg .
[49] I. Newton (1687), *Philosophiae naturalis principia mathematica.* (Englische Übersetzung: Mathematical principles of natural philosophy, Dawson, London. Deutsche Übersetzung: Mathematische Prinzipien der Naturlehre, Verlag Robert Oppenheim, Berlin 1872)

[50] A. I. Prilepko, D, G. Orlovsky and I. A. Vasin (1999), *Methods for solving inverse problems in mathematical physics.* A Series of Monographs and Textbooks 222, Marcel Dekker, New York, Basel (transl. from Russian).
[51] R. Riedl (2000), *Strukturen der Komplexität.* Springer, Berlin, New York.
[52] V. G. Romanov and S. L. Kabanikhin (1994), *Inverse problems for Maxwell's equation.* VSP, Utrecht.
[53] P. C. Sabatier (1997), *Past and future of inverse problems.* J. Math. Phys. **41**, 6, pp. 4092 - 4124.
[54], W. Schempp (1998), *Magnetic resonance imaging: Mathematical foundations and applications.* John Wiley&Sons. New York.
[55] M. Steinmetz (2002), *Kosmologische Strukturbildung, Galaxienentstehung.* Astrophysikalisches Institut Potsdam (www.aip.de).
[56] M. Stöhr (1994), *Das UBO(unidentified brigth object) - Syndrom: Eine iatrogene Schädigung durch Kernspin(NMR)-Tomographie,* Deutsches Ärzteblatt **91**, Heft 46, B-2339 - B2340.
[57] H. Stumpf (1997), *Konvergenz? Zuschrift zu 'Wissenschaft muß Flagge zeigen'.* Forschung & Lehre **9/1997**, p. 484.
[58] A. N. Tikhonov, A. S. Leonov and A. G. Yagola (1998), *Nonlinear ill-posed problems.* Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA) (transl. from Russian).
[59] G. Ulrich (1997), *Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes.* Schattauer, Stuttgart.
[60] G. Ulrich und H.-J. Treder (1999), *Im Spannungsfeld von Alketheis und Asklepios - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik.* Briefwechsel zwischen G. Ulrich (Freie Universität Berlin) und H.-J. Treder (Sternwarte Potsdam-Babelsberg). nexus GmbH, Düsseldorf.
[61] P. U. Unschuld (1995), *HUICHUN - Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bildern.* Prestel, München.
[62] K. Urban (1997), *Die Natur erkennen - Die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik.* Forschung & Lehre **1/1997**, pp. 24 - 27.
[63] M. I. Vlaadingerbroek and J. A. den Boer (1996), *Magnetic resonance imaging: Theory and practice.* Springer, Berlin, New York.
[64] S. Webb (1993) *From the watching of the shadows: the origine of radiological tomography*. Adam Hilger, Bristol.
[65] J. Weizenbaum (1994), *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft.* 9. Auflage, Suhrkamp, Hamburg.
[66] E. U. von Weizsäcker (1999), *Das Jahrhundert der Umwelt - Vision: Öko-effizient leben und arbeiten.* Campus Verlag, Frankfurt/Main, New York..
[67] A. Zeilinger (2003), *Einsteins Schleier: Die neue Welt der Quantenphysik*. C. H. Beck, München (siehe auch www.quantum.de).
[68] 4th Workshop Operator Theory in Krein Spaces and Applications, December 17 - 19, 2004, Technische Universität Berlin,
[69] Siemens: Pictures of the Future. Die Zeitschrift für Forschung und Lehre, Herbst 2004
[70] J. Blech, *Heillose Medizin - Fragwürdige Therapien und wie Sie sich davor schützen können.* S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 2005.
[71] Jared Diamond, *Kollaps - werden Gesellschaften überleben oder untergehen,* S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 2005 (transl. from English).
[72] Helmut Moritz, *Science, Religion, and Tolerance.* In: http://www.helmut-moritz.at/SciencePage/
[73] Michael Witzel, *Das Alte Indien*, C. H. Beck, 2003.

6.

Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin

Vortrag am 20. Februar 2003 vor der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät Berlin - Staatsbibliothek, Unter den Linden 8

Gottfried Anger

Rathausstr. 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Email: GottfriedAnger@aol.com
Homepage: http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage

Ich habe noch nicht dahin gelangen können, aus den Erscheinungen den Grund dieser Erscheinungen der Schwere abzuleiten, und Hypothesen erdenke ich nicht. Alles nämlich, was nicht aus den Erscheinungen folgt, ist eine Hypothese und Hypothesen, seien sie nur metaphysiche oder physische, mechanische oder diejenigen der verborgenen Eigenschaften, dürfen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungen ab und verallgemeinert sie durch Induktion (Sir Isaac Newton, Principia 1687, Deutsche Übersetzung S. 511)

Abstract

Die Erkennung der Natur beruht auf der Analyse von Informationen, in der Neuzeit im großen Umfang auf der Analyse von Messwerten physikalischer Felder. Mathematik und Medizin gehören zu den ältesten Wissenschaften. Während sich die Mathematik mit speziellen Fragen beschäftigt, muß sich die Medizin (und die Biologie) mit Fragen komplexer Systeme auseinandersetzen. Das ist ein Grund, warum für komplexe Systeme so wenig Systematik vorhanden ist. Der vorliegende Artikel gibt eine gewisse Antwort darauf. Die mathematische Modellierung physikalischer Prozesse bezüglich komplexer Systeme muß nochmals überarbeitet und dabei die Leistungsfähigkeit der Modelle geklärt werden, eine der zentralen Aufgaben für die Zukunft.

1. Einführende Betrachtungen

Noch vor 100 - 150 Jahren beruhte die Interpretation der Natur im wesentlichen auf den Sinnesorganen. Die Augen speichern sehr komplexe optische Muster, die Ohren komplexe akustische Muster, die Nase und die Zunge komplexe chemische Muster. Dabei ist zu beachten, dass diese Interpretation auf eine dem System eigene Weise geschieht. Bei der Beurteilung neuer Muster werden die im Hirn gespeicherten Muster zum Vergleich herangezogen. Die Beurteilung der Erkennung von Worten oder Sätzen gehört ebenfalls hierzu. Einige Arten von Tieren besitzen Sinnesorgane höchster Qualität, speziell können

wenige Moleküle chemischer Substanzen identifiziert werden. Es hat sich inzwischen herausgestellt, dass sehr komplexe geometrische Muster bzw. Muster auf den Geweben von Menschen oder Tieren nicht mit Hilfe von mathematischen Modellen berechnet werden können [15], [19], [67], [72]. Nach dem Pathologen Rudolf Virchow (1821 - 1902) geben Gewebeschnitte und deren Muster weitgehend Auskunft über eine Krankheit [23], [28], [66]. Nach dem Biologen R. Riedl [54] und den Medizinern G. Ulrich [66], [67] und B. Lown [43] ist die Beobachtung eines biologischen Systems ein erster wichtiger Schritt für die Analyse eines komplexen Systems. Die Ergebnisse der Naturwissenschaften liefern zusätzliche wichtige Ergänzungen [67]. Diese können aber ein komplexes System (wegen Informationsmangel) niemals voll charakterisieren [11], [13]. Derselbe Sachverhalt besteht in der Psychologie und für die sozialen Strukturen [29] einschließlich moralischer Grundgesetze [40], [46]. Ein besonderes komplexes System ist die Biosphäre unserer Erde (unser Lebensraum), in der fortwährend überdurchschnittlich viele physikalische Beziehungen und chemische Reaktionen stattfinden. Daher gilt für komplexe Systeme der offenen Natur stets **praxis cum theoria** [17], [18]. Da in den Ingenieurwissenschaften mehr Informationen vorliegen [38] und die Systeme aus Teilsystemen zusammengesetzt sind, die man weitgehend beherrscht, ist diese Situation viel günstiger. Nach Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) gilt hier **theoria cum praxi**.

Die Mathematik ist die Sprache der Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Um solche Prozesse beschreiben zu können, benötigt man physikalische Grundgesetze, ein mathematisches Modell und große Teile der Mathematik. Die (bisher bekannten) grundlegenden Wechselwirkungskräfte der Natur sind die Gravitations-Wechselwirkung (Massen) [31], [32], [51], die elektromagnetische Wechselwirkung (elektrische Ladungen) [45], [47], die starke Wechselwirkung innerhalb des Atoms (Protonen, Neuronen, Mesonen) und die schwache Wechselwirkung (Elementarteilchen), siehe etwa H. Moritz [46]. Es ist anzunehmen, dass diese Kräfte im gesamten Universum gelten. Unter Beachtung von neuesten Messergebnissen, die auf der Erde gewonnen werden, setzt sich das Universum zusammen aus ca. 5% der uns geläufigen Materie, 30% dunkler (uns unbekannter) Materie, die mit der bisherigen Materie keinerlei Wechselwirkungen vollzieht, und ca. 65% dunkler (uns unbekannter) Energie, deren Eigenschaften wir nicht kennen (H. Fritzsch [32], K. Meyl [45], J. P. Ostriker and P. J. Steinhardt [51], M. Steinmetz [58], B. Greene [78]). Dabei werden diese Ergebnisse unter der Annahme hergeleitet (Hypothesen), dass die Parameter der Physik im Verlauf von Milliarden Jahren konstant geblieben sind. Geringfügige Veränderungen dieser Parameter können aber zu einer anderen Interpretation führen [32]. Solche Gedankengänge werden kaum angestellt, sind aber für wissenschaftliche Untersuchungen notwendig. Nach I. Newton (1687) haben Hypothesen nichts im realen Leben (Physik) zu suchen. Rein mathematische Untersuchungen sind jedoch unter Verwendung von Hypothesen immer möglich, im Gegensatz zur Experimentalphysik.

Der Mathematiker E. Kähler schrieb bereits 1939 [36] unter anderem: *Der ungeheure Umfang, den die einzelnen Wissenschaften im Laufe der Jahrhunderte angenommen haben, und die Arbeitsteilung, zu der die Vielfalt und Schwierigkeit der Forschungsarbeit zwingt, haben zur Folge gehabt, dass selbst zwischen so verwandten Wissenschaften wie der Astronomie, der Physik und Mathematik eine gewisse Entfremdung eingetreten ist.*

Man vergleiche hierzu auch die Bemerkungen des Biologen R. Riedl [54]. Der Einfluss elektromagnetischer Wellen auf biologische Systeme wird von K. Meyl [45] diskutiert. Es hat sich inzwischen herausgestellt, dass in der Elektrodynamik Potentialwirbel existieren, die mitunter eine hohe Energiedichte besitzen. Solche Wirbel haben einen grossen (negativen)

Einfluss auf unser Leben. Insgesamt sind die Gleichungen der (klassischen) mathematischen Physik [13] aus dem 19. Jahrhundert durch weitere Terme zu ergänzen, um die Komplexität der physikalischen bzw. biologischer Prozesse besser erfassen zu können. Der Experimentalphysiker N. Tesla hatte bereits vor 100 Jahren auf diese Problematik hingewiesen [45]

Biologische Systeme sind den Gegebenheiten des Universums total ausgeliefert, d.h. sie befinden sich in einer permanenten dynamischen Interaktion mit der Natur [22], [66]. Da wir diese Situation nicht vollkommen beschreiben können, sind in Biologie und Medizin die **praktischen Erfahrungen so grundlegend**. Unsere Sinnesorgane speichern Muster, die im gewissen Sinn sofort abrufbar sind. Die Auswirkungen der Natur auf die einzelnen Zellen lassen sich erst später feststellen. Bereits vor 2400 Jahren haben Hippokrates von Kos (460 - 375) und seine Schüler, die keine Kenntnis von der heutigen Physik hatten - basierend auf den Erfahrungen ägyptischer, babylonischer und indischer Medizin - gelehrt, dass es nur dann möglich ist, die 'Geschichte' der einzelnen Krankheiten präzise herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome aufmerksam beobachtet und mit größter Genauigkeit festhält: die Krankheit an sich sei unerreichbar [17], [19], [28], [43], [44], [68].

2. Die Grundprinzipien der messenden Physik - Interpretation der Natur

Eine sehr lange Beschäftigung des Autors mit der Leistungsfähigkeit von Messwerten ergab folgende Regeln [19], [20]:

a) Für die meisten realen Systeme der Natur gibt es **keine** mathematische Systemtheorie (science is patchwork). Ursache hierfür ist die große Anzahl von Atomen im System. Weiterhin ist die genaue Anzahl und Lage der Atome unbekannt.

b) In einem solchen System kann man in einem Labor gewisse Teilinformationen (Messwerte) erhalten. Der Schluß von der speziellen Information auf das Gesamtsystem gelingt nur mittels **praktischer Erfahrungen**.

c) Bei technischen Systemen werden die endlich vielen Teilsysteme, aus denen sie bestehen, relativ gut beherrscht. Daher gibt es für solche Systeme eine gewisse mathematische Systemtheorie. Fehler eines solchen Systems lassen sich relativ leicht feststellen.

d) Bei biologischen Systemen sind alle Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert, die mathematisch nicht getrennt werden können. Außerdem sind die verfügbaren Messwerte oft sehr schwach. Daher ist der Arzt noch viel mehr als der Ingenieur auf praktische Erfahrungen (**ars medica**) am realen System angewiesen.

e) Systeme in den Wirtschaftswissenschaften überblickt man vom logischen Standpunkt aus weitgehend (diskrete Mathematik). Allerdings kann es für globale Fragen chaotische Strukturen geben. Die Computer sind in den Wirtschaftswissenschaften für Teilfragen sehr erfolgreich einsetzbar.

Sehr erfahrene Mediziner, Biologen und Naturwissenschaftler verlassen sich im großen Umfang auf praktische Erfahrungen [23], [43], [44], [66], [67], [68]. Die Universitäten unterrichten aber meist nur Teilfragen von komplexen Systemen [13], [17], [20]. Vieles zeigt erst die Praxis.

3. Zu Fragen der Mathematik

Die Mathematik ist neben der Medizin eine der ältesten Wissenschaften. Bereits die Griechen (z. B. Parmenides 520 - 440 v. Chr.) und andere Völker beschäftigten sich vor über 2400 Jahren mit speziellen Fragen der Mathematik [65]. Dabei sollte man beachten, daß die Mathematik sich mit speziellen (lösbaren) Problemen beschäftigt, während die Medizin im Gegensatz dazu Aussagen über ein komplexes System treffen muss. Die Vorgehensweise von Galileo Galilei (1564 - 1642) beruht auf Experimenten an vereinfachten, idealisierten Systemen, die einer mathematischen Betrachtungsweise zugänglich sind. Diese Methode findet dort ihre Grenzen, wo die identische Wiederholbarkeit nicht mehr gegeben ist und die zu untersuchenden Phänomene beim Versuch, sie in das Prokrustesbett zu zwängen, zu Tode kommen (Prokrustes, eine als Unhold bekannte Figur des griech. Mythos, bot vorbeiziehenden Wanderern sein Bett zum Ausruhen an und quälte sie darin zu Tode). Nach René Descartes (1596 - 1650) zerlegt man komplexe Sachverhalte in einfachere und daher leichter lösbare Teilprobleme. Diese Methode stößt jetzt an ihre Grenzen, da die realen Probleme der mathematischen Physik meist komplexer Natur sind [69]. Somit bleiben die wesentlichen Aspekte des Lebens, des Denkens und des Verhaltens im Grunde der Physik verschlossen. Es bedarf eigener Denkstrukturen und Werkzeuge, um diesen Teil der Welt zu verstehen, soweit dies überhaupt möglich sein wird. Sir Isaac Newton (1643 - 1727) ist der Begründer der theoretischen Physik und Himmelsmechanik und mit Gottfried Wilhelm Leibniz der Schöpfer der Differential- und Integralrechnung. Mit Hilfe einfacher geometrischer Überlegungen im dreidimensionalen Raum (Inhalt der Kugeloberfläche ist $4\pi r^2$) erhält man das Anziehungs- bzw. Abstoßungsgesetz des Gravitationsfeldes bzw. elektrischen Feldes in der Form $1/r^2$, wobei r der Abstand zwischen Ursache und Wirkung ist [19], ohne tiefliegende Ergebnisse der theoretischen Physik. Die Bemerkungen von I. Newton zu Hypothesen in der Experimentalphysik sind diesem Artikel vorangestellt.

Wir bezeichnen mit g die Ursache eines Gravitationsfeldes [1], [13], [31], [37], [45] bzw. elektrischen Feldes, mit f die Wirkung. Formal schreibt man diesen Sachverhalt in der Form $f = Ag$. In vielen Fällen ist nach Newton bzw. Leibniz (und anderen Wissenschaftlern) A ein Integraloperator [13]. Auf diese Weise ist das physikalische Gesetz bekannt. In den jetzigen komplexen Aufgabenstellungen ist jedoch die mathematische Beschreibung von A nur teilweise bekannt, eine große Schwierigkeit bei der Behandlung solcher Aufgaben. Das ist einer der Gründe, warum komplexe Aufgabenstellungen theoretisch kaum behandelt worden sind. Natürlich gelten die physikalischen Gesetze überall, ohne auf eine mathematische Beschreibung zurückgreifen zu müssen. Bei komplexen Systemen kommen vor allem praktische Erfahrungen ins Spiel. Hervorragende Experimentalphysiker, die ihrer Zeit weit voraus waren, sind M. Faraday (1791 - 1867) [36] und N. Tesla (1856 - 1943) [45].

In der Zeit von I. Newton (1642 - 1727) über P. S. Laplace (1749 - 1827) bis H. Poincaré (1854 - 1912) glaubte man, dass sich die Natur vollständig im voraus berechnen läßt (Determinismus). H. Poincaré fand 1890 ein relativ einfaches Beispiel eines nichtlinearen dynamischen Systems, welches ein chaotisches Verhalten zeigt. Eine ähnliche Aussage gilt für viele physikalische und mathematische Prozesse [20], [27], [46]. Ursache hierfür dürfte unter anderem ein Informationsmangel bezüglich eines komplexen Systems sein.

Direkte und inverse Aufgabenstellungen: Die Bestimmung von f bei bekanntem A und g aus $f = Ag$ heißt *direkte Aufgabe* (Gleichung erster Art), die Bestimmung von g bei bekanntem A und f *inverse Aufgabe*. Die Lösung g wird formal in der Form $g = A^{-1}f$ geschrieben [13], [15]. Dabei kann g eindeutig oder mehrdeutig sein.

Die Mehrdeutigkeit von g (Nichtentscheidbarkeit) ist eine der großen Schwierigkeiten inverser Aufgabenstellungen und somit von angewandten Problemen. So lässt sich mit Hilfe einer Waage lediglich die Gesamtmasse eines Körpers (ausgedrückt in Kilogramm) und nicht mehr bestimmen [13]. Die innere Struktur des Körpers bleibt dabei vollkommen unberücksichtigt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Messwerte (Mittelwerte) auf der Makroebene gewonnen werden [61], während die Bestimmung der inneren Parameter eines Systems lokal zu erfolgen hat. Daraus folgt oft die Unstetigkeit der Lösung $A^{-1}f$. Mit Hilfe der Ergebnisse der Mathematik um 1850 (3. Greensche Formel, Riemann Integral) lässt sich einfach nachweisen, dass zum Beispiel die Massenverteilung des Gravitationspotentials innerhalb einer beliebig kleinen Kugel nicht eindeutig durch den Wert des Gravitationspotentials auf der Kugeloberfläche bestimmbar ist [8], [13]. Diese Aussage gilt vom Prinzip her für jedes physikalische Feld. Mathematische Sonderfälle sind natürlich möglich, womit sich Mathematiker nach 1900 immer wieder beschäftigt haben [13]. Solche Sonderfälle geben erste Hinweise für Anwendungen, sind aber zu speziell für die Realität. Weiter sei darauf hingewiesen, dass die Probleme der Biologie irreversibel sind im Gegensatz zu den meisten Problemen der Physik, die als reversibel angenommen werden [20].

In den Ingenieurwissenschaften kommt man häufig mit der Lösung direkter Aufgaben (Simulation) aus, da die physikalischen Parameter der verwendeten Materialien bekannt sind und außerdem gewisse Freiheitsgrade bei der Konstruktion von Geräten vorliegen [38]. Hingegen sind in den Geowissenschaften und der Medizin fast **immer inverse Probleme** zu lösen [13], [19], [20], [28], [55], [56], [57], [62], [63], [64], [70], [71], [72], [74], [75], [76]. Man findet sehr schnell direkte und inverse Aufgaben in der Medizin. Ein Mensch bricht sich zum Beispiel ein Bein, was eine direkte Aufgabe ist. Die inverse Aufgabe besteht für den Arzt in der Heilung des Bruches. Direkte Aufgaben sind in der Medizin weiterhin die Entwicklung des menschlichen Körpers, inverse Aufgaben die Erstellung einer Diagnose im Fall einer Krankheit und die Heilung dieser Krankheit, was nicht immer möglich ist.

Da bisher die inversen Aufgaben in den Naturwissenschaften und der Medizin kaum beachtet worden sind, wollen Wissenschaftler inverse Probleme meist mit Hilfe der Simulation lösen, was infolge des großen Informationsmangels bei inversen Problemen oft zu **keinen real world solutions** führt [17], [19], [52], [70], was natürlich beachtet werden muss.

Grosse Schwierigkeiten bereitet zum Beispiel die Berechnung der Akustik eines Konzertsaales. Es gibt sehr viele Stellen, die akustische Wellen reflektieren. Weder die Struktur der reflektierenden Stellen noch die Zusammensetzung des Frequenzgemisches sind bekannt. Insgesamt ist dieses Problem für die Berechnung der Akustik unterbestimmt und viel zu komplex. Daher gilt hier auch praxis cum theoria.

In Japan und den USA gibt es überdurchschnittlich schnelle Supercomputer. Mit deren Hilfe will man Klimamodelle berechnen, d.h. die Erwärmung der Erde in den nächsten Jahrzehnten im voraus bestimmen. Die Modelle beruhen auf vielen Hypothesen bezüglich der physikalischen Parameter. Es ist fraglich, ob diese Modelle infolge eines fast totalen Informationsmangels 'real world solutions' liefern. Zuerst ist die Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle zu untersuchen und anschließend an die Realität anzupassen. Solche Untersuchungen gehören zu den schwierigsten Untersuchungen der Wissenschaften.

Bei inversen Problemen liegt meist ein großer Informationsmangel vor. So kann man das Erdpotential nur in endlich vielen Punkten auf der Erdoberfläche bzw. auf Satellitenbahnen messen. Dasselbe gilt auch in der Medizin bezüglich des elektrischen Feldes auf der Körperoberfläche [13], [20], [50]. Hieraus folgt oft die Nichtentscheidbarkeit der inversen

Aufgabe. Man kann nur dann für eine Diagnose Entscheidungen treffen, wenn zwischen Messwert (einschließlich weiteren Informationen) und Ursache eine **umkehrbar eindeutige Zuordnung besteht**. Trotz der Nichtentscheidbarkeit vieler inverser Probleme lassen sich dafür tiefliegende mathematische Untersuchungen anstellen [1], [2], [4], [13], [19], [20]. Es wird dabei die Menge aller Lösungen eingeführt und studiert. Eine solche Herangehensweise liefert **vollkommen neue Lösungen für inverse Probleme** und somit für die Naturwissenschaften, die in den Anwendungen von Interesse sein können. Allerdings müssen die Ergebnisse am Experiment nachgeprüft werden, eine Aufgabe für die Zukunft.

Das einfachste inverse Problem der Mathematik ist die Bestimmung des Schnittpunktes (g_1,g_2) zweier Geraden $f_1 = a_{11}g_1 + a_{12}g_2$ und $f_2 = a_{21}g_1 + a_{22}g_2$. Dabei sind f_1, f_2 bekannt. Hierbei bezeichnet g_1 die x-Achse, g_2 die y-Achse. Es bestehen folgende für alle inversen Aufgaben grundlegende Regeln [13]:

1. *Es gibt genau eine Lösung* (hier der Schnittpunkt der beiden Geraden).
2. *Es gibt keine Lösung* (die beiden Geraden sind parallel).
3. *Es gibt unendlich viele Lösungen* (die beiden Geraden sind identisch)

Formal geschrieben wird das System obiger beider linearer Gleichungen in der Form $f = Ag$, wobei A eine Matrix ist.

Das erste inverse Problem der mathematischen Physik wurde 1823 von N. H. Abel (1802 - 1829) gelöst [13]. Es besteht in der Bestimmung der Gestalt eines Berges (zweidimensionaler Schnitt) aus den Laufzeiten eines reibungslos gleitenden Massenpunktes. Abel berechnet seine Lösung durch geschickte Auswertung von Integralen, ohne Kenntnis der modernen Mathematik. Bereits an diesem Beispiel treten die großen Schwierigkeiten inverser Aufgaben auf, die damals nicht beachtet wurden. Während die direkte Aufgabe (Abelsche Integralgleichung erster Art [6], [13]) gute mathematische Eigenschaften besitzt, enthält die Lösung eine Ableitung, woraus die Unstetigkeit (Instabilität) der Lösung folgt. Für die numerische Lösung bereitet dieser Sachverhalt große mathematische Schwierigkeiten [6], [13], [24], [33], [41], [42], [62], [63].

Insgesamt haben die Lösungen direkter Aufgaben der mathematischen Physik (Anfangswertaufgaben, Randwertaufgaben) $f = Ag$ gute mathematische Eigenschaften (kompakte Operatoren), worauf große Teile der heutigen Mathematik beruhen. Wie bereits erwähnt, ist die Bestimmung von g aus $f = Ag$ oft nicht eindeutig, oder, wenn g eindeutig bestimmt ist, hängt g unstetig von f ab [13]. Hieraus folgt bei bildgebenden Verfahren oft die Existenz von **'Geisterbildern' (Artefakte)** [17], [19], [57], [70], die rein mathematischer Natur sind und nichts mit der Realität zu tun haben. Dieser Sachverhalt ist den meisten Ärzten und Physikern unbekannt. Ein Hauptproblem der mathematischen Physik besteht darin, dass die Leistungsfähigkeit der entsprechenden mathematischen Modelle nicht vollständig geklärt ist, im Gegensatz zu rein innermathematischen Untersuchungen. Wenn Studenten die Universität verlassen, finden sie in den Anwendungen häufig inverse Probleme vor, ohne Kenntnis darüber zu haben [13], S. 37. Aus diesem Grund scheitern viele Absolventen der Mathematik in den Anwendungen. Der Autor dieses Artikels hat zuerst 18 Jahre lang Grundlagenforschung auf dem Gebiet der reinen Mathematik betrieben und sich anschließend 32 Jahre lang mit inversen Problemen beschäftigt, um diesen Artikel schreiben zu können. Erfahrene Wissenschaftler, die auf dem Gebiet der Anwendungen arbeiten wollen (und oft müssen) benötigen sehr viel Zeit für die Aufarbeitung der inversen Probleme, **was nur durch die Bereitstellung von zusätzlichen Forschungsgeldern möglich ist**. Es hat sich herausgestellt, dass tiefliegende Anwendungen der Mathematik eine vollständig **andere**

Herangehensweise erfordern. Die Universitäten bilden ihre Absolventen auf **speziellen Teilgebieten aus**, **was auf dem Gebiet der Theorie nur für eine Universitätskarriere ausreichend ist.**

Die grundlegenden mathematischen Theorien für die mathematische Physik wurden seit Ende des 19. Jahrhunderts entwickelt durch Georg Cantor (1845 - 1918), Emil Borel (1871 - 1956), Henri Lebesgue (1875 - 1941), Felix Hausdorff (1868 - 1942), David Hilbert (1862 - 1943), F. Riesz (1880 - 1956), Stefan Banach (1892 - 1945), Werner Heisenberg (1901 - 1976), Kurt Otto Friedrichs (1901 - 1983), Andrei Nikolaevic Kolmogoroff (1903 - 1987) und vielen anderen. Dadurch ist es jetzt möglich, die Probleme der mathematischen Physik richtig zu formulieren [14] und strukturmäßig zu studieren, eine zentrale Aufgabe der Mathematik. Wie bereits erwähnt, haben sich die Wissenschaftler kaum mit der Komplexität der Natur und der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle auseinander gesetzt. Daher gibt es so viele ungelöste Probleme mit der Anwendung der messenden Physik in den Naturwissenschaften und der Medizin.

Erst seit ca. 1960 ist man in der Lage, inverse Probleme von einem systematischen Standpunkt aus zu studieren und die dazu gehörigen logischen Strukturen zu klären. Dabei müssen die Bilanzgleichungen der Physik mit Hilfe der Maßtheorie formuliert und anschließend komplexere Strukturen eingeführt werden [13], [14]. Die theoretische Physik hat ihre Modelle nur mit Hilfe des Riemann Integrals, welches um 1850 bekannt war, formuliert. Diese Modelle sind für die heutigen Aufgabenstellungen zu speziell. Auch in modernen Lehrbüchern wird darauf nicht eingegangen [30], [78] In der Technik ist die Leistungsfähigkeit von Geräten weitgehend bekannt. So kann man mit Hilfe von Geschützen keine Masse in den Weltraum befördern. Hierzu sind neue Technologien, die Raketen, notwendig. In Zukunft müssen Theorie und Praxis enger zusammenarbeiten.

H. G. Natke [48] schreibt zur mathematischen Modellierung*: Model-building has not, in general, been tought in universities and it is therefore often hard for inexperienced graduates to build a reliable model for a newly specified system. In addition, engineers from different disciplines are often isolated and may not know that colleagues from other specialties have to solve related problems with the same or similar tools, and that they may have different experiences or even more successful algorithms.*

Der Physiker und Nobelpreisträger B. Josephson (Cambridge) stellt das augenblickliche Weltbild der Physiker in Frage. ... **Die Physik hat den Anschluß an die Realität verloren.** Eine Gesamttheorie müsse Geist und Materie umfassen (DER TAGESSPIEGEL, 3. Juli 2001, S. 29).

4. Zu Fragen der Komplexität

Ein Kubikzentimeter Wasser enthält ca. 10^{22} Atome, ein Festkörper ca. 10^{23} Atome, der Mensch besteht aus ca. 10^{27} Atomen mit ca. 100 Billionen Zellen. Die genetische Information des einfachsten Bakteriums besteht aus 4 Millionen Nukleotiden, wobei es nur vier verschiedene Bausteine gibt [39]. Bezeichnet N die Anzahl der kombinatorisch möglichen Sequenzalternativen, n die Zahl der Bausteine eines Kettenmoleküls und λ den Umfang des Alphabets, so gilt auf Grund kombinatorischer Überlegungen die Beziehung $N = \lambda^n$. In unserem speziellen Fall ist $N = 4^{4\text{ Millionen}} \approx 10^{2{,}4\text{ Millionen}}$. In der offenen Natur sind nur wenige Realisierungen davon möglich. Beim Menschen ist $n \approx 3$ Milliarden und $N = 4^{3\text{ Milliarden}}$, eine unvorstellbar große Zahl. Daher sind genetische Fragen wegen der Komplexität der Probleme sehr schwer zu beantworten und zu realisieren. Die Komplexität biologischer Systeme

entsteht unter anderem dadurch, dass zwischen einzelnen Atomen bzw. Molekülen Wechselwirkungskräfte möglich sind, für unser Hirn eine nicht faßbare Anzahl. Erfahrene Ärzte haben schon immer auf die Komplexität biologischer Fragen hingewiesen [21], [23], [43], [60], [66]. Eine Ursache für die Schwierigkeit bei der Erfassung komplexer Strukturen dürfte in der Entwicklung der Sprachen und des Denkens liegen. Die zentralen Begriffe werden unter Verwendung der einzelnen Buchstaben, von Wörtern und von Sätzen (linear) aufgebaut. Für komplexe Systeme gibt es praktisch keine Denkstrukturen. Fast alle Menschen denken nur im Sinne der Ingenieurwissenschaften, wonach fast alles machbar und entscheidbar ist [19], [61].

Unser Körper enthält mehrere hunderttausend verschiedene Proteine, die Anzahl der verschiedenen physikalischen Prozesse ist für unser Hirn [21], [72] nicht faßbar. Biologische Systeme sind total in die Natur (Universum) eingebettet. Vermutlich kennt man nicht alle Wechselwirkungen mit den dazugehörigen physikalischen und sozialen Prozessen. Besonders wichtig dürften die Beziehungen zur dunklen (uns unbekannten) Materie und zur dunklen (uns unbekannten) Energie sein. Daher sind für biologische Systeme die praktischen Erfahrungen so wichtig.

Der menschliche Körper besitzt überdurchschnittlich viele Sensoren, die ihre Informationen an andere Teile des Körpers zur Steuerung weiterleiten. Es sei auch darauf hingewiesen, dass die biologischen Systeme der Natur überdurchschnittlich große Mengen organischer Substanzen umschichten. Ähnliches gilt für die Erdkruste, die an gewissen Stellen (z. B in der Gegend von Kureinrichtungen) große Mengen von CO_2 und anderen Substanzen frei setzt. An dieser Stelle sei auch erwähnt, dass für unser Leben nicht nur die chemischen Reaktionen von Interesse sind, sondern auch die Anordnung der Atome verschiedene physikalische Eigenschaften hervorbringt (siehe Kristalle). Wichtig ist auch zu bemerken, dass der Mensch und die Tiere sich von komplexen Systemen (Pflanzen, Samen, Tieren) ernähren, die alle lebensnotwendigen Substanzen enthalten. Vermutlich kennt man noch nicht alle für unser Leben notwendigen Substanzen. Dieser Gesichtspunkt wurde lange Zeit ignoriert. Erwähnt werden immer nur bekannte Substanzen. Auf diesen baut sich die heutige Medizin auf. Insgesamt ist in Zukunft **die Komplexität der Natur viel mehr zu beachten** und deren Grundstrukturen zu studieren.

Bei G. Ulrich und H.-J. Treder [67] findet man zum Verhältnis Physik - Medizin folgende Bemerkungen: *Physiker - jedenfalls, die im Rückblick als bedeutend zu bezeichnenden - haben nie behauptet, daß alles, was in dieser unserer Welt 'der Fall ist', in ihre Zuständigkeit fiele. Die Physik zielt auf 'wahre', d.h. von allem Subjektiven bereinigte, mithin abstrakte Aussagen. Als 'reine' Wissenschaft ist sie der 'theoretischen Vernunft'* (*Kant*) *verpflichtet. Demgegenüber ist die Medizin ihrer Bestimmung nach eine Disziplin, die dem Menschen dient und daher dem Postulat der 'praktischen Vernunft'* (*Kant*) *verpflichtet. In der Arzt-Patienten-Beziehung kommt das Primat dem Erfahrungswissen wie auch der sinnlichen Wahrnehmung zu* (*Ars medica* $\rightarrow$ *Arzt*). *Die abstrakten* (*objektiven*) *naturwissenschaftlichen Erkenntnisse haben für den Arzt instrumentellen Charakter. Dabei ist aber nicht zu bestreiten, daß sich der medizinische Fortschritt, zu Recht, durch die Einführung immer effizienter Instrumentalitäten definiert. Dieses Faktum fand seinen Niederschlag in der irreführenden Bezeichnung der medizinischen Hilfswissenschaften als Grundlagenwissenschaften bzw. - fächer. Dadurch wurde wiederum der herrschende Reduktionismus bestärkt, wonach sich - im Namen einer 'wissenschaftlichen Biologie' - alle Lebensphänomene* (= *Phänomene der Lebenswelt*) *auf physikalische Gesetze zurückführen lassen. So verschwand in der sog. Schulmedizin die 'Welt, die etwas für uns bedeutet'* (*Heisenberg*) *zugunsten einer*

unsinnlichen, abstrakten realen Welt zunehmend aus dem Blickfeld (siehe auch G. Ulrich [66], M. Stöhr [59], [60], L. Eliot [29], B. Lown [43]).

Der amerikanische Herzspezialist Bernard Lown [43] hält das Wort und das aktive Zuhören sogar für das wichtigste diagnostische und therapeutische Instrument des Arztes. Und er findet, dass all die kostspieligen und belastenden High-Tech-Untersuchungen oft überflüssig wären, wenn die Ärzte die Krankengeschichte sorgfältiger erfragen und die Patienten körperlich genauer untersuchen würden.

Literatur

[1] G. Anger (1958), *Sur le rôle des potentiels continues dans les fondements de la théorie du potentiel.* Séminaire de Théorie du Potentiel, tome 2 (1958), Institut H. Poincaré, Université de Paris, 3-01 - 3-30.
[2] G. Anger (1975), *Direct and inverse problems in potential theory.* In: Colloquium on Non-Linear Evolution Equations and Potential Theory. Proceedings of a summer school held in Podhradi (CSSR), in September 1973, pp. 11 - 44, Academia, Prague 1975.
[3] G. Anger (1976), *Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie der inversen Aufgabenstellungen* (*transl into English*). Gerlands Beitr. Geophysik **85** (1976), pp. 1 - 20.
[4] G. Anger (1977*), Uniquely determined mass distributions in inverse problems* Veröffentl. Zentralinstitut Phys. Erde **52** (1977), 2, pp. 633 - 656, Akademie der Wissenschaften DDR, Potsdam.
[5] G. Anger (1978), *Convex sets in inverse problems.* In: Proc. All-Union Conf. Moscow 1976. ded. I. G. Petrovskij, pp. 23 - 30, Publishing House Moscow University Press, (Russian).
[6] G. Anger (ed.) (1979), *Inverse and improperly posed in differential equations.* Conference held at the Martin Luther University Halle-Wittenberg, May 29 - June 2, Mathematical Research, vol. 1, Akademie-Verlag, Berlin.
[7] G. Anger (1980), *Lectures on potential theory and inverse problems.* In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik. (Sommerschule der KAPG Arbeitsgruppe 5.2. Bergakademie Freiberg (Sachsen)), 5. - 16. Juni 1978, Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft **45**, pp. 15 - 95.
[8] G. Anger (1981), *A characterization of the inverse gravimetric source problem through extremal measures.* Rev. Geophys. Space Phys. **19**, 2, pp. 299 - 306.
[9] G. Anger (1982), *Einige Betrachtungen über inverse Probleme, Identifikationsprobleme und inkorrekt gestellte Probleme*. In: Jahrb. Überblicke Mathematik 1982, pp. 55 - 71.
[10] G. Anger (1983), *Unsolved problems in the theory of inverse problems.* In: Partial Differential Equations. Conference held on the occasion of the 75th birthday of Academician S. L. Sobolev. Novosibirsk, October 10 - 14, pp. 17 - 31. Nauka, Novosibirsk 1986 (Russian).
[11] G. Anger (1985), *On the relationship between mathematics and its applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse Problems **1**, 2, L7 - L11.
[12] G. Anger (1988), *The information content of an inverse problem - A theory of equivalent classes*. Indianapolis J. Math. Phys. **3**, pp. 57 - 83.
[13] G.. Anger (1990), *Inverse problems in differential equations.* Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, London.
[14] G. Anger (1992), *A measure theoretic approach for studying inverse problems of the heat equation and the wave equation.* In: Ill-posed Problems in Natural Sciences, Proc. Int.

Conf. Moscow, August 19 - 25, 1991. VSP Utrecht and TVP Science Publishers Moscow, pp. 24 - 36.
[15] G. Anger. R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers. (eds.) (1993), *Inverse problems: Principles and applications in geophysics, technology and medicine.* Conference held at the Georesearchcenter Potsdam, August 30 - September 3, 1993. Mathematical Research, vol. 74, Akademie Verlag, Berlin.
[16] G. Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang.* In: Inverse Problems and Applications to Geophysics, Industry, Medicine and Technology, pp. 24 - 31. Publications of The HoiChiMinh City Mathematical Society, vol. 2. (Diese Ideen wurden ebenfalls vorgetragen zur Tagung *Dynamic Systems Identification and Inverse Problems*, St. Petersburg (Russland) 22. - 26 August 1994 (siehe auch deren Proceedings).
[17] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria.* Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20**, pp. 19 - 36.
[18] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria.* Arzt und Krankenhaus **12/97,** pp. 354 - 357.
[19] Homepage Gottfried Anger, December 1999 and June 2002, 206 pages, see http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
[20] G. Anger and H. Moritz (1999), *Inverse problems and uncertainties in science and medicine,* 38 pages, (see the homepage of Gottfried Anger and Helmut Moritz),
[21] M. A. Arbib (2003), The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, 2nd ed., The MIT Press, Cambridge, MA (USA).
[22] M. Boulter (2002), *Extinction:- Evolution, and the End of the Man.* Columbia University Press.
[23] H. Buchborn (1992), *Mustererkennung in der klinischen Diagnostik.* Nova Acta Leopoldina NF **76**, (15), 281 - 317.
[24] A. L. Bukhgeim (1988), *Introduction to the theory of inverse problems.* Novosibirsk 1988 (transl. from Russian).
[25] S. de Chadarevian (2002), *Designs for Life. Molecular Biology after World War II.* Camridge University Press.
[26] D. Colton, H. W. Engl, A. K. Louis, J. R. McLaughin, W. Rundell (eds.) (2000), *Surveys on solution methods for inverse problems*. Springer, Berlin, New York.
[27] W. Ebeling und R. Feustel (1994), *Chaos und Kosmos - Prinzipien der Evolution*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
[28] W. U. Eckart (2000), *Geschichte der Medizin,* 4. Aufl., Springer, Berlin, New York.
[29] L. Eliot (2002). *Was geht da drinnen vor?* Berlin Verlag.
[30] L. C. Evans (1998), *Partial Differential Equations.* Graduate Studies in Mathematics, vol.19, American Mathematical Society, Rhode Island.
[31]R. Feynman (2002), *Sechs physikalische Fingerübungen*, Piper, München, englisches Original: Six Easy Pieces, Helix Books/Persus Books, Reading, Massachusetts 1995.
[32] H. Fritzsch (2002), *Vom Urknall zum Zerfall - Die Welt zwischen Anfang und Ende, 6. Aufl*., Piper, München.
[33] B. Hofmann (1999), *Mathematik inverser Probleme.* Teubner, Stuttgart, Leipzig.
[34] V. Isakov (1998), *Inverse problems for partial differential equations.* Springer, Berlin, New York.
[35] A. P. Kachelov, Y. V. Kurelev and M. Lassas (2001), *Inverse boundary spectral problems.* Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA), (transl from Russian).
[36] E. Kähler (1939), *Über die Beziehungen der Mathematik zu Astronomie und Physik.* Jahresber. Deutsch. Math.-Verein. **51**, 52 - 63. (Kant-Copernicus-Woche der Univ. Königsberg i. Pr., Februar 1939).

[37] A. Kirsch (1996), *An introduction to the mathematical theory of inverse problems.* Springer, Berlin. New York.
[38] B. Kramer (1995), *Precise measurements in classical and modern physics.* In: H. Lübbig (ed.), The Inverse Problem. Symposium ad memoriam Hermann von Helmholtz. VCH Weiheim.
[39] B.-O. Küppers (ed.)1987), *Ordnung aus dem Chaos: Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens.* Piper, München.
[40] H. Küng (1999), *Spurensuche - Die Weltreligionen auf dem Weg.* Piper, München, Zürich.
[41] M. M. Lavrent'ev (1967), *Some improperly posed problems of mathematical physics*. Springer; Berlin, New York (transl. from Russian).
[42] M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev (1995), *Linear operators and ill-posed problems*. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York (transl. from Russian)
[43] B. Lown (2002), *Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken.* Schattauer, Stuttgart, englisches Original: The Lost Art of Healing, Houghton Miffin Company 1996.
[44] H. Mandl, R. V. Putz, K. Peter, S. Höfling (2001), *Lernmodelle der Zukunft am Beispiel der Medizin.* In: Argumente und Materialien zum Zeitgeschehen **26**, Hans Seidel Stiftung, Akademie für Politik und Zeitgeschehen, München.
[45] K. Meyl (1998), *Elektromagnetische Umweltverträglichkeit - Ursachen, Phänomene und naturwissenschaftliche Konsequenzen,* 3. Aufl. Indel, Villingen-Schwenningen.(siehe auch http://www.k-meyl.de).
[46] H. Moritz (1995), *Science, mind and the universe. An introduction to natural philosophy*. Wichmann, Heidelberg.
[47] C. Müller (1957), *Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen.* Springer, Berlin, New York.
[48] H. G. Natke (2002), *Introduction to Multi-Disciplinary Model-Building.* Wittpress, Ashurst, Southampton, UK.
[49] I. Newton (1687), *Philosophiae naturalis principia mathematica.* (Englische Übersetzung: Mathematical principles of natural philosophy, Dawson, London. Deutsche Übersetzung: Mathematische Prinzipien der Naturlehre, Verlag Robert Oppenheim, Berlin 1872)
[50] P. Nunez (1995), *Neurocortical dynamics and the EEG Rhythmus.* Oxford University Press.
[51] J. P. Ostriker and P. J. Steinhardt (2003), New light on dark matter. (see also http://feynman.princeton.edu/~steinh).
[52] R. L. Parker (1994), *Geophysical inverse theory.* Princeton University Press.
[53] A. I. Prilepko, D, G. Orlovsky and I. A. Vasin (1999), *Methods for solving inverse problems in mathematical physics.* A Series of Monographs and Textbooks 222, Marcel Dekker, New York, Basel (transl. from Russian).
[54] R. Riedl (2000), *Strukturen der Komplexität.* Springer, Berlin, New York.
[55] V. G. Romanov and S. L. Kabanikhin (1994), *Inverse problems for Maxwell's equation.* VSP, Utrecht.
[56] P. C. Sabatier (1997), *Past and future of inverse problems.* J. Math. Phys. **41**, 6, pp. 4092 - 4124.
[57], W. Schempp (1998), *Magnetic resonance imaging: Mathematical foundations and applications.* John Wiley&Sons. New York.
[58] M. Steinmetz (2002), *Kosmologische Strukturbildung, Galaxienentstehung.* Astrophysikalisches Institut Potsdam

[59] M. Stöhr (1994), *Das UBO* (*unidentified brigth object*) - *Syndrom: Eine iatrogene Schädigung durch* Kernspin(NMR)-*Tomographie,* Deutsches Ärzteblatt **91**, Heft 46, B-2339 - B2340.
[60] M Stöhr (2001), *Ärzte, Heiler, Scharlatane, Schulmedizin und alternative Heilverfahren auf dem Prüfstand.* Steinkopff, Darmstadt.
[61] D. Straub (1990), *Eine Geschichte des Glasperlenspiels - Irreversibilität in der Physik: Irretationen und Folgen.* Birkhäuser, Basel.
[62] A. N. Tikhonov, V. K. Ivanov and M. M. Lavrent'ev (1970), *Ill-posed problems*. In: Partial differential equations (ed. A. V. Bitsadse), pp. 224 - 239. Nauka, Moscow (Russian).
[63] A. N. Tikhonov, A. V. Goncharsky, V. V. Stepanov and A. G. Yagola (1996), *Numerical methods for the solution of ill-posed problems.* Kluver, Dordrecht (transl from Russian).
[64] A. N. Tikhonov, A. S. Leonov and A. G. Yagola (1998), *Nonlinear ill-posed problems.* Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA) (transl. from Russian).
[65] H.-J. Treder (1997), *Denn Eins sind Denken und Sein. Parmenides* (*520 - 440 v. Chr.*) *und die Begründung von Ontologie und Kosmologie.* Vortrag am 14. Oktober 1997 im Leibniz-Arbeitskreis. Treder-Vorträge, Leibniz-Arbeitskreis Berlin, Am Graben 3, D-15732 Eichwalde, Email: leibniz-arbeitskreis@t-online.de
[66] G. Ulrich (1999), *Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes.* Schattauer, Stuttgart.
[67] G. Ulrich und H.-J. Treder, *Im Spannungsfeld von Alketheis und Asklepios - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik.* Briefwechsel zwischen G. Ulrich (Freie Universität Berlin) und H.-J. Treder (Sternwarte Potsdam-Babelsberg), nexus GmbH, Düsseldorf.
[68] P. U. Unschuld (1995), *HUICHUN - Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bildern.* Prestel, München.
[69] K. Urban (1997), *Die Natur erkennen - Die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik.* Forschung & Lehre **1/1997**, pp. 24 - 27.
[70] M. I. Vlaadingerbroek and J. A. den Boer (1996), *Magnetic resonance imaging: Theory and practice.* Springer, Berlin, New York.
[71] S. Webb (1993) *From the watching of the shadows: the origine of radiological tomography*. Adam Hilger, Bristol.
[72] J. Weizenbaum (1994), *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft.* 9. Auflage, Suhrkamp, Hamburg.
[73] E. U. von Weizsäcker (1999), *Das Jahrhundert der Umwelt - Vision: Öko-effizient leben und arbeiten.* Campus Verlag, Frankfurt/Main, New York.
[74] L. von Wolfersdorf (1996), *Der Beitrag J. Radons für die Entwicklung der Integralgeometrie und der Computer-Tomographie.* In: G. Haase und E. Eichler (eds.): Wege und Fortschritte der Wissenschaft, pp. 357 - 377. Akademie Verlag Berlin.
[75] A. Zeilinger (2003), *Einsteins Schleier: Die neue Welt der Quantenphysik*. C. H. Beck, München (siehe auch www.quantum.at).
[76] D. Zidarov (1990), *Inverse gravimetric problem in geoprospecting and geodesy.* Bulgarien Academy of Sciences, Sofia and Elsevier, Amsterdam. (Russian original: Bulgarian Academy of Sciences, Sofia 1964).
[77] H. Kaegelmann (1977), *Untersuchung über die Zuverlässigkeit von Zulassungen und Verboten von Heilmitteln.* Verlag Kritsche Wissenschaft, 51556 Windeck/Sieg.
[78] Brian R. Greene (2004), *Der Stoff, aus dem der Kosmos ist - Raum, Zeit und die Beschaffenheit der Wirklichkeit.* Siedler Verlag, München. Englisches Original: The Fabric of the Cosmaos: Time, Space, and theTexture of the Reality. Alfred A. Knopf, New York 2004.

7.

Curriculum Vitae

von

Johann Gottfried Anger

Geb. am 12. Mai 1928 in Kötzschenbroda jetzt Radebeul (bei Dresden) als 2. Kind von Karl Louis Anger (geb. 15. Mai 1893) und Emma Lina Anger geb. Wauer (geb. 20. Juni 1893). 1935 - 1939 Besuch der Volksschule in Radebeul-Niederlößnitz, 1939 - 1947 Besuch des Realgymnasiums in Radebeul, Abitur 1947. Mein Vater schickte mich ein Jahr später in die Schule, was sich für die körperliche Entwicklung positiv auswirkte. Er verlor mit 7 Jahren seinen Vater, der Malermeister war. Mit 14 Jahren starb seine Mutter, eine Hebamme. Geld war wenig vorhanden, da viele Arbeiter die Geburtshilfe (z. B. beim 10. oder 11. Kind) nicht bezahlen konnten. Anschließend lebte und lernte mein Vater bei einem Vormund. Von 1912 - 1914 war er Soldat der kaiserlichen Armee, von 1914 - 1916 im Krieg in Frankreich, von 1916 - 1920 in französischer Gefangenschaft. Erst mit 27 Jahren begann sein Privatleben. Er bekam eine Anstellung als Beamter im Gröba-Werk, einem Energieversorgungsunternehmen für Mittelsachsen. In dieser Zeit hat mein Vater versucht, durch viel Lesen sich weiter zu bilden. Von ihm erfuhr ich unter anderem, daß vor mehr als 2500 Jahren Hochkulturen in Ägypten, Mesopotamien und Indien vorhanden waren. Hieraus entwickelte sich die griechische Hochkultur vor ca. 2400 Jahren. Diese Hochkultur hatte wesentlichen Einfluß auf Kultur und Wissenschaft in Europa. Meine Mutter verlor mit 7 Jahren ihren Vater, eine Spätfolge des Krieges 1870/71 in Frankreich. Das Gröba-Werk verlagerte 1926 seinen Verwaltungssitz von Riesa-Gröba in die Gartenstadt Radebeul, wo für die Angestellten ca. 40 Wohnungen gebaut wurden. Wir wohnten bis Dezember 1969 in einer dieser Wohnungen, ab Dezember 1969 in 10178 Berlin, Rathausstraße 13. Die sozialen Bedingungen in Radebeul waren gut. Im Sommer 1989 sagte mir der Rektor der Fachhochschule Zittau, daß das Gröba-Werk als vorbildlich organisiert galt. Am 10. Februar 1962 heiratete ich Flora Brigitte Philipp (geb. 21. Juli 1939), nachdem die Grundlagen des beruflichen Lebens geschaffen waren. Wir haben einen Sohn.

Hervorragende Lehrer auf dem Gebiet der Mathematik am Realgymnasium Radebeul machten mir das spätere Studium der Mathematik sehr leicht. Die Schulzeit wurde 1945 durch Arbeitsdienst, Wehrmacht und Kriegsgefangenschaft 12 Monate unterbrochen. Infolge der Kriegszeit fielen viele Unterrichtsstunden aus. Das wirkte sich im Sommer 1946 bei der Benotung - besonders bei den Sprachen - aus. Im letzten Schuljahr habe ich systematisch den Unterricht aufgearbeitet, viele Fakten wurden auswendig gelernt. Diese Arbeitsweise trainierte das Hirn sehr gut. Das letzte Schuljahr kann man als den Grundstock der späteren wissenschaftlichen Arbeit ansehen. Oft unterhalte ich mich mit einem Altphilologen über Forschung und Lehre, speziell über das Training unseres Hirns. Junge Menschen haben viel auswendig zu lernen, um die Leistungsfähigkeit des Hirns zu trainieren.

Mit weniger als real 11 Schuljahren erreichten ich und andere Schüler die Reife für ein Universitätsstudium. Dazu muß der Wille zum Lernen vorhanden sein. Mein Abitur schloß ich mit 'sehr gut' ab, was mir ein Studium sowohl an der Universität Leipzig als auch an der Technischen Hochschule Dresden ermöglichte. Auch aus materiellen Gründen (Wohnung bei den Eltern usw.) entschloß ich mich, an der TH Dresden zu studieren. Dieser Entschluß war für meine spätere Entwicklung grundlegend, da ich an der TH Dresden auf dem Gebiet der Ingenieurwissenschaften die Grundproblematik der Anwendungen kennenlernte. Die Universitäten vermitteln kaum ein solches Wissen. Deswegen stehen die Universitäten in der Kritik der Forschungsinstitute, der Industrie und der Ärzte. Für alle Systeme der offenen Natur gilt wegen deren Komplexität (speziell für alle biologischen Systeme) - abgesehen von Spezialfällen - stets praxis cum theoria. Für die realen Systeme der Natur gibt es weiterhin keine mathematische Systemtheorie. Günstiger sieht es bei technischen Systemen aus, bei denen (bekannte) physikalische Teilprozesse zu technischen Systemen zusammengesetzt werden.

Es hat sich in den Industrieländern inzwischen herausgestellt, daß gesicherte materielle Verhältnisse und gute Lehrer nicht ausreichen, um große Leistungen zu vollbringen. Dazu ist der Wille des Betreffenden und ein gewisser Druck notwendig.

Von 1947 - 1951 erfolgte mein Studium der Mathematik (Prof. F. A. Willers, Prof. O.-H. Keller, Prof. K. Maruhn) und Elektronik (Prof. H. Barkhausen, Prof. Schönfeld) an der Technischen Hochschule Dresden, 1957 Dr.rer.nat an der TH Dresden, 1952 - 1963 Assistent und Oberassistent am Institut für Reine Mathematik der TH Dresden. Eine dreijährige Ausbildung auf dem Gebiet der Elektronik machte mich mit der Theorie der Elektrizität vertraut und beeinflußte dadurch die Wahl meines späteren Forschungsgebietes, die Theorie der Laplace-Gleichung (Gravitationsfeld, elektrostatische Felder). Auf dem Gebiet der Mathematik vermittelte das Studium Kenntnisse der Mathematik aus den Jahren 1900 - 1930. Kenntnisse der modernen Mathematik, der Maßtheorie, der Funktionalanalysis und der modernen Theorie der partiellen Differentialgleichungen mußte ich mir vollkommen allein erarbeiten, was sehr viel Zeit in Anspruch nahm. Das trifft für viele Absolventen einer Universität zu, da die aktuelle Wissenschaft oft weiter als die gelehrte Wissenschaft ist. Für die Arbeit J. Deny, *Les potentiels d'énergie finie*, Acta Mathematica 82 (1950), 107 - 183, benötigte ich immerhin 10 Jahre, um sie vollständig zu verstehen. Bis 1956 erfolgte dann eine systematische Aufarbeitung der modernen Theorie der Potentialgleichung (Laplace-Gleichung, superharmonische Funktionen) nach O. Perron (1923), N. Wiener (1924), F. Riesz (1926, 1930), Ch.-J. de La Vallée Poussin (1931), M. Brelot, H. Cartan, G. Choquet, N. Bourbaki (Gruppe französischer Mathematiker) und anderen (siehe etwa G. Anger, *The Contributions of Ch.-J. de La Vallée Poussin to Potential Theory - The Power of Theory* (36 Seiten), in: Collected Works of Charles-Jean de La Vallée Poussin, Academie Royale de Belgique and Circolo Matematica di Palermo, 2001, vol. 4). Die Theorie der superharmonischen Funktionen wurde ab 1923 entwickelt. Das Ziel meiner Untersuchungen war, die besten Methoden der Grundlagenforschung für Probleme der Anwendungen zu verwenden. Während meines Studiums und in den folgenden Jahrzehnten habe ich praktisch nichts von der mathematischen Modellierung und der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle in den Naturwissenschaften erfahren. Diese grundlegenden Dinge erarbeitete ich mir mühsam. Die Fakten über die Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle stehen jetzt jedem Interessenten zur Verfügung (siehe etwa obige Arbeit über *Ch.-J de La Vallée Poussin*). Die Leistungsfähigkeit rein innermathematischer Modelle wurde schon immer untersucht. Der Weg zu den Anwendungen in der offenen Natur (komplexe Systeme)

erweist sich als überdurchschnittlich schwierig. Hier liegen zur Beschreibung der Systeme zu wenig Informationen vor.

In meiner Doktorarbeit *Stetige Potentiale und deren Verwendung für einen Neuaufbau der Potentialtheorie* gelang mir die natürliche Kopplung zwischen Newtonschem Potential (Gravitationsfeld) und dem Raum der stetigen Funktionen. Dadurch konnten die Ergebnisse der Funktionalanalysis systematisch zum Studium der Potentiale und physikalischer Felder eingesetzt werden. Es entstand eine fast vollständige Einheit zwischen Grundlagenforschung und (klassischer) Physik. Meine Doktorarbeit wurde zur Beurteilung nach Paris zu den Professoren M. Brelot, G. Choquet und J. Deny geschickt. Als Antwort erhielt ich unter anderem ein Stipendium der Universität Paris, welches ich 1958 wahrnehmen konnte. Meine erste Publikation *Sur le rôle des potentiels continues dans les fondements de la théorie du potentiel* (30 Seiten) erfolgte im 'Séminaire de théorie du potentiel', Band 2, 1958, Faculté des Sciences Paris. Ursache für die Aufarbeitung der modernen Potentialtheorie im Sinne der französischen Mathematiker war folgendes: In meiner Diplomarbeit (1951) hatte ich die Existenz von Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten mit Hilfe von nichtlinearen Integro-Differentialgleichungen (nach L. Lichtenstein) und anschließenden sukzessiven Approximationen nachzuweisen. Bei dem Beweis hatte man ca. 20 Konstanten abzuschätzen, die immer kleiner werden mußten, um dem Verfahren zum Erfolg zu verhelfen. Dabei blieben die logischen Strukturen der Aufgabenstellung vollkommen unbeachtet.

Ohne solche Strukturen läßt sich nicht viel über die physikalischen Beziehungen innerhalb der Aufgabenstellung aussagen. Daher hatte ich mich in den folgenden Jahren intensiv mit feineren Methoden auseinandergesetzt, die später für die Anwendungen eingesetzt werden sollten. Obige moderne Potentialtheorie ist nach H. Cartan und M. Brelot unter dem Begriff *feine Analysis* (analysis fine) bekannt geworden. Meine späteren Untersuchungen über inverse Probleme zeigten die Richtigkeit dieser Überlegungen. Durch eine zu schnelle Spezialisierung der mathematischen Methoden (Modelle) verliert man viele Lösungen, die bei einem angewandten Problem von Bedeutung sein können. Das betrifft vor allem allgemeinere Massen- bzw. Ladungsverteilungen dm, die meist in der speziellen Form $dm(y) = \rho(y)dy$, dy Volumenelement, im Sinne des Riemann Integrals, angenommen werden. Hier macht es sich aus physikalischen Gründen notwendig, nach de La Vallée Poussin (1931) allgemein Maße $d\mu(y)$ zu betrachten. Dieser Gedankengang ist in Zukunft bei vielen Aufgabenstellungen der Physik zu beachten, was bisher bei den Gleichungen der mathematischen Physik (theoretische Physik) kaum geschehen ist (siehe auch Arbeit von G. Anger, *A measure theoretic approach for studying inverse problems of the heat equation and the wave equation*, in: Ill-Posed Problems in Natural Sciences, Int. Conf. Moscow, August 19 - 25, 1991 - VSP Utrecht and TVP Science Publishers Moscow 1992, 233 - 243). Die superharmonischen Funktionen kann man als den Beginn dieser Überlegungen ansehen. Eine Übertragung solcher Ideen auf andere Gleichungen der mathematischen Physik kam kaum zustande. 1959 erfolgte ein dreimonatiger Studienaufenthalt in Budapest und Szeged.

Ab 1959 studierte ich mit meinem Diplomanden G. Wildenhain (seit 1973 Professor für Mathematik an der Universität Rostock und seit 1998 Rektor dieser Universität) eine Potentialtheorie für polyharmonische Gleichungen. Die Übertragung der modernen Potentialtheorie auf elliptische Gleichungen höherer Ordnung erwies sich als besonders schwierig, was für die Untersuchungen eine große mathematische Herausforderung war. Beweistechniken mußten verbessert werden, die später zu einer Weiterentwicklung

der modernen Potentialtheorie führten. Diese Verbesserungen wirkten sich später günstig bei dem Studium inverser Probleme aus. In dem Buch B.-W. Schulze und G. Wildenhain, *Elliptische Differentialgleichungen höherer Ordnung*, Akademie Verlag, Berlin 1977, sind diese Ergebnisse dargestellt. Die meisten Mathematiker blieben bei den bisherigen rein innermathematischen Aufgabenstellungen des 19. Jahrhunderts und ihren Weiterentwicklungen, denn nach 1950 war die Formalisierung der Mathematik aktuell. Damit machten viele Mathematiker schnelle Karriere. Dasselbe gilt für die theoretischen Physiker, die die Ergebnisse zu Beginn des 20. Jahrhunderts (Quantenphysik, Relativitätstheorie usw.) laufend weiterentwickelt haben. Fragen der Komplexität physikalischer Systeme und inverse Probleme wurden kaum in Angriff genommen, obwohl diese Fragen die zentralen Fragen unseres Lebens sind. In Zukunft sind wesentliche Korrekturen im Verhältnis Mathematik - Anwendungen notwendig, denn die Mathematik ist die Sprache der Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Dieser Sachverhalt wird von vielen Wissenschaftlern, speziell Physikern, kaum beachtet.

Da nach dem Krieg ab 1949 relativ viel Geld in die Wissenschaft investiert wurde und die Studentenzahlen bis 1953 geringer waren, erhielten gute Absolventen Assistentenstellen an den Universitäten. Es bestand die Möglichkeit (meist allein auf sich gestellt), eine eigenständige fachliche Entwicklung zu nehmen. Ohne die Möglichkeit einer fachlichen Entwicklung und eigener harter Arbeit bleibt der Wissenschaftler nur Mittelmaß. Leider bestimmt oft das Mittelmaß die meisten Entscheidungen. Eine Ursache ist auch darin zu sehen, daß zu viele junge Menschen eine Ausbildung an der Universität anstreben. Nicht alle von ihnen eignen sich zu einer solchen wissenschaftlichen Ausbildung. Auch werden die Beziehungen zu den realen Anwendungen (komplexe Systeme) wenig gelehrt. Daher ist für einen großen Teil der Studenten eine Ausbildung an Fachhochschulen sinnvoller. Allerdings sind die Absolventen einer Fachhochschule (und auch einer Universität) oft nicht in der Lage, die (physikalische) Komplexität einer Aufgabenstellung voll zu erfassen. Hier sind Verbesserungen dringend notwendig und vor allem einer breiten Öffentlichkeit vorzustellen. Die jetzigen Absolventen einer Universität haben es viel schwerer als wir (die Nachkriegsgeneration), Forschung auf zentralen Gebieten zu betreiben. Sie sind abhängig von ihren Chefs, die oft Forschung auf Gebieten betreiben, die vor Jahrzehnten aktuell war. Das ist auch ein Grund, weshalb in den letzten Jahrzehnten gute Absolventen aus der Bundesrepublik Deutschland in die USA gegangen sind. Man sieht es an Nobelpreisen, die Deutsche im Ausland erhalten haben. Fachlich sehr gute junge Wissenschaftler müssen die Möglichkeit erhalten, eigenen Gedanken nachzugehen. Hieraus folgen oft weitreichende Ergebnisse. Die Ingenieurwissenschaften hingegen haben aufgrund einer sehr langen Tradition in Deutschland ein hohes Niveau.

Meine 1962 an der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der TH Dresden eingereichte Habilitationsschrift (Gutachter M. Brelot (Paris), G. E. Schilow (Moskau) und M. Landsberg (Dresden)) wurde von Prof. M. Landsberg abgelehnt. Diese Schrift enthielt wesentliche Ergebnisse über die moderne Potentialtheorie, die später zum Studium inverser Probleme verwendet wurden. Ohne solche grundlegenden Ergebnisse hätten diese Untersuchungen nicht zum Erfolg geführt. Ursache der Ablehnung war eine Fußnote, die nicht ganz in den Zusammenhang gehörte. Durch eine Streichung dieser Fußnote wäre die Arbeit in Ordnung gewesen. Zu keiner Zeit hatte ich Gelegenheit, das Gutachten einsehen zu dürfen. Eigentliche Ursache der Ablehnung war, einen aktiven Wissenschaftler los zu werden.

Von 1963 - 1972 war ich wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin in Berlin-Adlershof. Hier arbeitete ich zuerst an einer Neuauflage des *Mathematischen Wörterbuches* (Herausgeber J. Naas) und an einer Erweiterung meiner Habilitationsschrift, die 1966 am Mathematischen Institut der Universität Rostock verteidigt wurde. Der Hauptreferent war I. Fenyö (Budapest), der einige Jahre als ordentlicher Professor für Mathematik dort arbeitete. Für das Mathematische Wörterbuch hatte ich 1959 den Beitrag *Potentialtheorie* geschrieben.

1966 wurde ich Leiter der Forschungsgruppe Analysis am Institut für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Wir beschäftigten uns mit der modernen Potentialtheorie, partiellen Differentialgleichungen und Funktionalanalysis. 1967 machte mich der theoretische Physiker H.-J. Treder, der bis zu diesem Zeitpunkt ebenfalls am Institut für Reine Mathematik gearbeitet hatte und sich mit Relativitätstheorie beschäftigte (später Sternwarte Potsdam-Babelsberg), auf das Buch M. M. Lavrentiev, *Some Improperly Posed Problems in Mathematical Physics*, Springer Verlag 1967 (Russ. Original 1962) aufmerksam. Er sagte mir bereits damals, daß die (negativen) Ergebnisse über inverse Probleme die Physik wesentlich verändern könnten. Im Jahre 1969 organisierte ich eine große internationale Tagung über *Elliptische Differentialgleichungen* im Plenarsaal der Akademie am Gendarmenmarkt. Die Beiträge dieser Tagung wurden 1970/71 im Akademie Verlag Berlin veröffentlicht. An der Tagung nahmen unter anderem teil: K. O. Friedrichs (New York), L. Hörmander (Uppsala), M. A. Neumark (Moskau), O. A. Ladyshenskaja (St. Petersburg), A. V. Bitsadse (Novosibirsk). Während dieser Tagung machte mich A. V. Bitsadse auf die inversen Probleme aufmerksam, die in Novosibirsk intensiv studiert wurden. Er war Herausgeber des Kolloquiumsberichtes *Partial Differential Equations* (zu Ehren des 60. Geburtstages von S. L. Sobolev), Moskau 1970 (in russ. Sprache). In diesem Bericht findet man die Arbeit A. N. Tikhonov, V. K. Ivanov und M. M. Lavrentiev, *Ill-Posed Problems*, 224 - 239. Das Buch von M. M. Lavrentiev aus dem Jahr 1962 und die zuletzt genannte Arbeit kann man als den Beginn meiner Untersuchungen über inverse Probleme ansehen. Es hat sich inzwischen herausgestellt, daß fast alle inversen Probleme *ill-posed* sind, eine schlimme Situation für die Anwendungen. Dabei bedeutet ill-posed, daß die Lösung eines inversen Problems nicht eindeutig sein muß (d.h. zu keiner Entscheidung führt) und im Fall der Eindeutigkeit unstetig (instabil) von den Meßwerten abhängt. Hieraus folgt bei bildgebenden Verfahren (Computertomographie, Kernspinresonanztomographie usw.) die Existenz von Geisterbildern (Phantombilder, Artifakte), die vom Prinzip her nicht vollständig zu vermeiden sind. Diese Fakten sind praktisch allen Wissenschaftlern und Ärzten unbekannt.

1972 hatte ich einen dreimonatigen Studienaufenthalt in Moskau und Novosibirsk. Von 1966 bis 1977 war ich Gast der Klasse Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften und hielt dort mehrere Vorträge zu inversen Problemen. In einer Mitteilung an den Fachbereich Mathematik der Universität Halle hatte ich bereits 1975 darauf hingewiesen, daß auf vielen Gebieten der Naturwissenschaften, speziell der Geophysik, zahlreiche inverse Probleme nicht zu Entscheidungen führen und eigentlich einen zum Teil totalen Umbau dieser Disziplinen zugunsten praktischer Erfahrungen erfordern. Auf Gebieten, auf denen inverse Probleme sinnvoll sind und zu Entscheidungen führen (meist für nicht zu komplexe Probleme im Labor), kann man unermeßlich viel Geld verdienen. Am 17.3.1977 hielt ich an der Klasse Mathematik der Akademie der Wissenschaften einen Vortrag mit dem Titel 'Das Verhältnis Mathematik - Ingenieurwissenschaften', in dem erstmalig darauf hingewiesen wurde zu klären, welche Fragen

rein experimentell zu behandeln sind und welche Fragen sich theoretisch lösen lassen. Eine Publikation dieses Vortrages wurde von den reinen Mathematikern abgelehnt, da (nach deren irrsinniger Ansicht) die Mathematik alles allein lösen könne. Es ist praktisch unmöglich, mit (fast allen) Mathematikern (und den meisten Physikern) über inverse Probleme, welche die zentralen Fragen unseres Lebens beinhalten, zu sprechen. Ursache hierfür ist ein zu spezielles Wissen dieser Wissenschaftler. Voranstehende Fakten findet man in meiner Homepage, die am Ende dieses Artikels zitiert wird.

1970 begann ich mit dem Studium inverser Probleme als Antwort auf die Forderungen der Akademie Leitung, mehr Anwendungen zu betreiben. Zu dieser Zeit wurde das Institut für Reine Mathematik und das Institut für Angewandte Mathematik zum Zentralinstitut für Mathematik und Mechanik der Akademie der Wissenschaften der DDR zusammengeschlossen. Ursache war, seitens der staatlichen Ebenen einen totalen Einfluß zu erhalten. Entsprechend wurden die Leiter ausgesucht. Viele der neu ernannten Professoren besaßen keine entsprechende Qualifikation. Zu diesem Zeitpunkt wurde - wie bereits erwähnt - von reinen Mathematikern, die kaum Ahnung von den Anwendungen hatten, propagiert, daß die Mathematik die meisten Probleme aus den realen Anwendungen lösen kann. Bereits Sir Isaac Newton schrieb in seinen berühmten *Principia* 1687 (Deutsche Übersetzung S. 511): ... *Alles nämlich, was nicht aus den Erscheinungen folgt, ist eine Hypothese und Hypothesen, seien sie nur metaphysische oder physische, mechanische oder diejenigen der verborgenen Eigenschaften, dürfen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden*. Mir erzählte ein früherer Mitarbeiter von Nobelpreisträger Gustav Hertz, der am Zentralinstitut für Optik und Spektroskopie in Berlin-Adlershof arbeitete, daß damals das Plenum der Akademie der Wissenschaften - ohne eine genaue Analyse des Sachverhaltes - beschlossen hatte, chemische Labors zu schließen, da die Mathematik alles berechnen kann. Ein späterer Einwand dieses erfahrenen Physikers wurde vom Plenum glücklicherweise aufgegriffen und entschieden, diesen früheren Unfug zu korrigieren. Man sieht an diesem Beispiel, wie höhere Gremien mit Entscheidungen über wissenschaftliche Fragen umgehen. Die meisten Wissenschaftler stimmen (grobem Unfug) zu, wenn ein einflußreicher Wissenschaftler eine Meinung vertritt. Zu den Entscheidungsfindungen schreibt H. Stumpf in der Zeitschrift des Deutschen Hochschulverbandes *Forschung & Lehre* 9/1997, S. 484, ... *Bei den die Öffentlichkeit betreffenden Fragen handelt es sich um Probleme an der Nahtstelle von Wissenschaft, Technik, Wirtschaft und Politik. An diesen Nahtstellen geht es einerseits oftmals um interdisziplinäre Zusammenhänge und andererseits nicht nur um reine Wissenschaft, sondern auch um Kapital- und politische Interessen usw. Für den in dem betreffenden Bereich arbeitenden Wissenschaftler geht es ebenfalls nicht nur um Wissenschaft, sondern auch um Geld, Lebensstellungen, Arbeitsmöglichkeiten, Prestige, Durchsetzung eigener Ideen. Das, was wirklich an wissenschaftlicher Arbeit öffentlichkeitsrelevant ist, ist meist schon tief in außerwissenschaftliche Interessen verstrickt, und wer garantiert dann Objektivität der Experten? Was schließlich die Öffentlichkeit selbst angeht, so bietet das Wissen der Experten keine Garantie für Wahrheit. Die Wissenschaft ist wie alles andere Irrtümern unterworfen. Diese Irrtümer werden aber im allgemeinen nicht durch rationale Diskussionen beseitigt, sondern durch Aussterben der betreffenden Wissenschaftsgeneration, wie Max Planck richtig bemerkt hat. ... Die offene Drohung, daß sich die 'scientific community' ihrer Abweichler von wissenschaftlichen Mehrheitsmeinungen entledigen wird, bedeutet in der Demokratie, daß diese Abweichler finanziell und sozial ausgetrocknet werden: immerhin ein Fortschritt gegenüber Verbrennungen, Konzentrationslagern und psychiatrischen Kliniken.*

Die Bemerkungen von H. Stumpf charakterisieren vollständig unseren Wissenschaftsbetrieb. Auf dem Gebiet der messenden Physik (Diagnostik) sind bezüglich der Systeme in der offenen Natur wirklich radikale Veränderungen zugunsten praktischer Erfahrungen vorzunehmen, da die Meßwerte meist viel zu schwach für die Charakterisierung eines Systems sind oder, wie bei bildgebenden Verfahren, auch Phantombilder (Artifakte) auftreten. Dabei ist der Nachweis von Phantombildern relativ einfach. Die Hilfsmittel dazu (3. Greensche Formel, Riemann Integral) waren bereits um 1850 bekannt.

Meine Stelle an der Akademie der Wissenschaften erhielt 1972 ein Mathematiker, der in St. Petersburg studiert hatte. Die inversen Probleme wurden vom Leiter des Zentralinstitutes für Mathematik und Mechanik beiseite geschoben. Auch an dem 1991 gegründeten Nachfolgeinstitut, das Weierstraß Institut für Angewandte Analysis und Stochastik, hat sich bis zum heutigen Tag keine Gruppe für inverse Probleme etablieren können. Das betrifft fast alle wissenschaftlichen Einrichtungen. Ein erfahrener Mathematiker benötigt zusätzlich ca. 5 - 10 Jahre, um das Gebiet der inversen Probleme vollständig zu verstehen und zu überblicken. Außerdem muß er viel mit Wissenschaftlern anderer Disziplinen diskutieren, um an die zentralen Aufgabenstellungen der Naturwissenschaften und der Medizin heranzukommen.

Im Jahre 1972 erfolgte meine Berufung als ordentlicher Professor für Mathematik an die Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Diese Berufung wurde von Leitern in Ost-Berlin arrangiert ohne Zutun meiner Person. Auf diese Weise bekam ich als Nichtmitglied der SED eine Professur. Mein Grundsatz, nur durch fachliche Leistungen voranzukommen, hatte sich bewährt. Die Emeritierung erfolgte 1993 im Alter von 65 Jahren. Eigentlich sollte ich in Halle mehr für die Forschung zuständig sein, was einflußreiche Professoren des Fachbereiches nicht wünschten. Meine 9jährige Tätigkeit an der Akademie der Wissenschaften in Ost-Berlin hatte mir wissenschaftlich eine gute Ausgangsposition verschafft. Solches wissenschaftliches Niveau kann man kaum im Routinebetrieb einer Universität erreichen. Während meiner 21jährigen Tätigkeit an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg hielt ich Vorlesungen und Seminare über große Teile der modernen Analysis, unter anderem Grundkurs Analysis (4 Semester), Maßtheorie, Funktionalanalysis I, II, gewöhnliche Differentialgleichungen, partielle Differentialgleichungen, moderne Potentialtheorie, Sobolev-Räume, Distributionentheorie, nichtlineare Gleichungen, inverse Probleme, Unterricht für die Spezialklasse (11. und 12. Schuljahr).

Als politischer Außenseiter hatte ich keinen Einfluß auf Personalentscheidungen. So konnte ich in Halle nur wenig Nachwuchs heranbilden. Auf den seit Jahrzehnten betrieben Gebieten, speziell der komplexen Analysis (Funktionentheorie), wurde noch mehr (nichtbenötigter) Nachwuchs herangezogen. Trotzdem gelang es mir, 1979 die erste internationale Tagung über inverse Probleme zu veranstalten mit Teilnehmern aus Ost-Europa, West-Europa, den USA usw. Vorträge zu dieser Tagung wurden zu Beginn der Tagung im Akademie Verlag Berlin mit dem Titel *Inverse and Improperly Posed Problems in Differential Equations* veröffentlicht. Die Herausgabe des Kolloquiumsberichtes arrangierte der Mathematiker Dr. R. Höppner, damals Lektor am Akademie Verlag Berlin, jetzt Ministerpräsident des Bundeslandes Sachsen-Anhalt. Er hat auch die Publikation meines Buches *Inverse Problems in Differential Equations*, Akademie Verlag Berlin und Plenum Press London 1990, arrangiert. Viele Wissenschaftler und Politiker möchten nichts mit kritischen Publikationen zu tun haben, obwohl deren Inhalt fachlich einwandfrei ist. Nur ist die Entwicklung der messenden Physik in den vergangenen 150 Jahren nicht richtig gelaufen, da zur Klärung des Sachverhaltes

tiefliegende Mathematik notwendig ist und davon wenig verstanden wird. Am Schluß dieser Aufzeichnungen findet man die Regeln für den Umgang mit Meßwerten (Informationen). Diese Fakten müßte eigentlich jeder kennen, da es sich hierbei um ein zentrales Kulturgut handelt.

Ab 1973 organisierte ich gemeinsam mit Prof. G. Fanselau (damals bereits emeritiert) vom Zentralinstitut für Physik der Erde in Potsdam (jetzt GeoForschungsZentrum Potsdam) jährlich zwei eintägige Kolloquien in Potsdam, Berlin oder Halle. Auf diese Weise lernten sich Wissenschaftler verschiedener Fachrichtungen persönlich kennen. Zu dieser Veranstaltungsreihe zählte auch die zweiwöchige Sommerschule im Juni 1978 *Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik* an der Bergakademie Freiberg (Sachsen) gemeinsam mit Prof. R. Rösler von der dortigen Bergakademie im Rahmen der Akademien der Sozialistischen Länder (KAPG Arbeitsgruppe). Laut Satzung durften nur Wissenschaftler aus Ost-Europa daran teilnehmen. Die Vorträge wurden 1980 in den *Geodätischen und Geophysikalischen Veröffentlichungen,* Reihe III, Heft 45, veröffentlicht. Darin findet man auch meine *Lectures on Potential Theory and Inverse Problems,* S. 15 - 95. Das bedeutete die erste Zusammenfassung meiner Ideen über inverse Probleme. Nach dem Tode von G. Fanselau im Jahre 1982 gab es dann keine weiteren Veranstaltungen zur inversen Problematik, jedoch zahlreiche Gespräche mit Fachkollegen in Potsdam und Ost-Berlin. Im Jahre 1993 fand in Zusammenarbeit der Universität Halle, der Freien Universität Berlin, der Universität Graz und des GeoForschungsZentrums Potsdam in Potsdam eine große internationale Tagung über *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine* statt mit Publikation (1993) ebenfalls im Akademie Verlag Berlin. Diese Tagung wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Gesellschaft für Angewandte Mathematik finanziert.

Ab 1984 beschäftigte ich mich mit der Leistungsfähigkeit der medizinischen Diagnostik. Als Grund hierfür ist die eigene schwere Erkrankung anzusehen, die folgende Ursache hatte. Im Alter von 17 Jahren mußte ich im Frühjahr 1945 zur Wehrmacht. Erfahrene Offiziere führten uns ohne Kampfhandlungen Anfang Mai 1945 südlich von Magdeburg über die Elbe in amerikanische Kriegsgefangenschaft, um uns vor dem Tod zu bewahren. In Calbe mußten ca. 100.000 Soldaten 10 Wochen lang unter freiem Himmel auf dem Erdboden schlafen. Als die sowjetische Armee im Juli 1945 nach Sachsen-Anhalt (im Austausch gegen West-Berlin) kam, transportierten uns Engländer in die Gegend von Hamburg. Von dort wurde ich am 15. September zu Verwandten nach München entlassen. Im Dezember 1945 ging ich bei Coburg über die Grenze nach Thüringen, und von dort fuhr ich nach Dresden. Bereits am 15. September 1945 befand sich in gewissen Abständen Blut im Stuhl. Im Verlauf der Jahre nahmen diese Blutungen stark zu und endeten 1982 in einer Niereninsuffizienz, obwohl für einen Arzt die Anzeichen meiner Krankheit (zu hoher Druck in der Blase und damit in den Nieren) eine sofortige Diagnose zuließen. Hierzu ist keine High-Tech notwendig! Eine Operation im Jahre 1983 befreite mich von dem Leiden, kurz vor dem Tod. Dabei waren die Blutwerte während der ersten 35 Jahre stets sehr gut. Aus dieser Krankheit habe ich den Schluß gezogen, daß wir von den Vorgängen im Inneren des Körpers sehr wenig wissen. Speziell sind die bestimmten chemischen Meßwerte viel zu schwach für die Charakterisierung des Inneren des Körpers. Nach neuesten Erkenntnissen soll es mehrere hunderttausend verschiedene chemische Substanzen in unserem Körper geben. Störungen im Körper machen sich sehr schnell an den Schleimhäuten und anderen Geweben bemerkbar. In der Biologie verwendet man nach Aussagen von Biologen der Universität Halle zur Charakterisierung von Umweltschäden Moose, die als Bioindikatoren bezeichnet werden.

Demzufolge ist unser Körper ein sehr empfindlicher Bioindikator. Von den Biologen der Universität Halle stammt folgende zentrale Frage: *Welche Parameter sollen in der Biologie gemessen werden, um gewisse Aussagen in der Ökologie zu gewinnen*? Voranstehende Fakten haben mich zu der Erkenntnis geführt, daß der von Leibniz (1646 - 1716) stammende Satz *theoria cum praxi* auf dem Gebiet der Diagnostik durch den viel schärferen Satz *praxis cum theoria* zu ersetzen ist. Vor kurzem fragte ich einen erfahrenen Urologen, der lange Zeit an der Charité Berlin tätig war, ob Ärzte im Grundstudium darüber informiert werden, daß bei einem geringen Anstieg des Druckes in den Nieren bereits Stoffwechselstörungen im menschlichen Körper auftreten können. Er antwortete: kaum. Der Chefarzt der Urologischen Klinik der Universität Halle sagte mir vor ca. 15 Jahren, daß die Ausbildung der Ärzte im Grundstudium auf dem Gebiet der Urologie nur ca. 28 Stunden umfaßt. Dabei sind die Nieren eines der zentralen Organe im menschlichen Körper, die über 200 verschiedene Funktionen haben. Man kennt noch nicht einmal alle Einzelheiten der Funktionsweise der Nieren.

Die Medizin hat mit Hilfe naturwissenschaftlicher Methoden große Erfolge zu verzeichnen (siehe etwa G. Ulrich und H.-J. Treder, *Im Spannungsfeld von Alethheia und Asklepsios - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik. Briefwechsel zwischen G. Ulrich* (Bereich Medizin der Freien Universität Berlin) *und H.-J. Treder* (Sternwarte Potsdam-Babelsberg), nexus GmbH, Düsseldorf 2000) . Da viele Ärzte eine Diagnose oft nur mit Hilfe von Messungen erstellen wollen, kommt es zu Fehldiagnosen (mit tödlichem Ausgang). Ein Arzt hat zuerst alle verfügbaren Informationen vom menschlichen Körper (nach Hippokrates vor 2400 Jahren) zu sammeln (Anamnese), und kann danach gezielt die messende Physik zur weiteren Analyse einer Krankheit heranziehen. <u>Gute Ärzte gehen stets diesen Weg</u>. Zur Erkennung der Struktur des Herzens wird neuerdings mit Hilfe eines Katheters ein Kontrastmittel in das Herz gebracht. Danach werden Röntgenaufnahmen erstellt. Dieses Verfahren ergibt gute diagnostische Entscheidungen, aber nicht das EKG allein, welches an der Oberfläche des Körpers und nicht vor Ort erstellt wird. Wichtig ist in der Diagnostik, daß gewisse Informationen umkehrbar eindeutig einem klinischen Sachverhalt entsprechen. Und viele der Meßmethoden führen nicht notwendig zu Entscheidungen. Man sollte insgesamt beachten, daß unser Hirn <u>immer komplexe Muster</u>, die die Sinnesorgane aufnehmen, speichert. Dazu muß man nicht die einzelnen physikalischen Prozesse kennen. Die messende Physik kann immer <u>nur spezielle Werte bestimmen - und nicht ein beliebiges Muster</u> (siehe auch J. Weizenbaum, *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft*, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 274, 9. Auflage, 1994). Solche komplexen Prozesse sind die Sprache, das Gehör, die Erkennung der Natur mit Hilfe der Augen, die Analyse chemischer Substanzen mit Hilfe der Nase und des Mundes usw. In Schule und Universität werden diese Fakten kaum gelehrt, obwohl sie zu unserem täglichen Leben gehören. <u>In Zukunft müssen Schulen und Universitäten unbedingt diese Gedankengänge in ihr Programm aufnehmen.</u>

Erwähnte Fakten sind wenigen bekannt. Schuld daran sind die Universitäten, die keine Systematik über die Leistungsfähigkeit der messenden Physik lehren, und diese Leistungsfähigkeit hängt wesentlich von der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle ab, die teilweise nicht geklärt ist. Das betrifft auch Wissenschaftler auf dem Gebiet der Mathematik und den Naturwissenschaften. Der Autor hat viele Veranstaltungen der *Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina* in Halle besucht und von 1972 - 1993 zahlreiche Mitglieder des Präsidiums dieser Gesellschaft gesprochen bzw. an das Präsidium Briefe geschrieben und auf die großen Lücken auf dem Gebiet der Diagnostik hingewiesen, alles ohne jeglichen Erfolg. Und dabei widmet sich die Leopoldina vor

allem Fragen der Medizin. Das ist die Realität unseres Wissenschaftsbetriebes! Nach dem Biologen R. Riedl, *Struktur des Komplexen - Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens*, Springer Verlag 2000, *haben wir unsere Weltsicht sträflich zerlegt und simplifiziert, unsere Lebenswelt aber gleichzeitig so kompliziert werden lassen, daß wir sie kaum noch durchschauen*. Der langjährige Herausgeber der Zeitschrift *Nature*, J. Maddox, meint, daß *die moderne Naturwissenschaft erst am Anfang grenzenloser Erkenntnisse steht. Die Komplexität einer Zelle ist so groß, daß sie nur mit einem mathematischen Modell verstanden werden kann. Um die Gene und der unzähligen von ihnen gesteuerten Eiweißprodukte untereinander zu untersuchen, müsse sich in Zukunft die Biologie der Hilfe der Mathematik versichern, das aber ist den Biologen nicht nur ungewohnt, sondern auch unwillkommen*. Der menschliche Körper enthält ca. 10^{27} (= 1 Milliarde mal 1 Milliarde mal 1 Milliarde) Atome mit ca. 3 Billionen Zellen. Solche großen Systeme lassen sich niemals voll charakterisieren.

Insgesamt ist die Komplexität der Systeme der Natur zu beachten und die Grundprinzipien im Umgang mit solchen Systemen zu lehren. Der Deutsche Wetterdienst in Offenbach hat seine Meßstationen weitgehend automatisiert. Mit diesen Meßwerten werden die mathematischen Modelle 'gefüttert'. Der Output dieser Rechnungen gibt oft keine gute Wettervorhersage, speziell werden Orkane nicht erkannt. Bei endlich vielen Meßwerten gehen zentrale Informationen, wie in der medizinischen Diagnostik, vom System verloren. Eine solche Herangehensweise ist wissenschaftlich falsch. Ähnliche Aussagen gelten in der Geophysik. Hier sollen Lagerstätten (Materialparameter) mit Hilfe von Messungen auf der Erdoberfläche (in endlich vielen Punkten) bestimmt werden. Bereits P. Pizzetti und G. Lauricella bewiesen in den Jahren 1909 - 1912, daß die Massenverteilung eines Gravitationsfeldes nicht durch die Werte auf der Oberfläche eindeutig bestimmt werden kann (siehe etwa G. Anger, *Inverse Problems in Differential Equations*, 1990). Weiterhin sind die physikalischen Parameter von Wolken fast unbekannt (Sendung des Fernsehsenders www.3sat.de/nano vom 16. April 2002). In dem eben zitierten Buch von G. Anger findet man auch den Nachweis, daß sich die positiven Massen des Gravitationsfeldes innerhalb einer (beliebig kleinen) Kugel nicht durch die Werte des Gravitationsfeldes auf der Kugeloberfläche eindeutig bestimmen lassen (Rev. Geophys. Space Phys. 19 (1981), 299 - 306)). Erwähnte Aussage gilt auch für die anderen klassischen physikalischen Felder. Diese Aussage hat weitreichende Konsequenzen in der medizinischen Diagnostik. Weiterhin ist nach dem Quantenphysiker A. Zeilinger der Begriff der *Information* das wesentlcihe Konzept der Quantenphysik und nicht der Versuch, die Wirklichkeit zu beschreiben (Vortrag am 30 Mai 2002 an der URANIA Berlin, siehe auch www.quantum.at).

Speziell verändern nicht nur die Einschläge von Meteoriten die Biosphäre (Lebensbedingungen), sondern alle biologischen Systeme schichten täglich große Mengen von chemischen Substanzen um, die auch zur Veränderung der Lebensbedingungen führen können.

Für die messende Physik, welche die Natur (Schöpfung) zu beschreiben und zu charakterisieren versucht, kann wegen der Komplexität der Natur vielleicht folgender Vergleich angestellt werden: *Menschen versuchen, einen Urwald zu durchqueren, um in ein anderes Land zu kommen. Dabei sind diesen Menschen die realen Bedingungen des Urwaldes fast unbekannt. Einige bemerken, daß der Urwald zu komplex und daher nicht zu durchdringen ist. Diese geben zeitig auf und ziehen sich zurück. Andere wollen den Urwald unbedingt durchdringen und kommen dabei um. Kaum einem gelingt die Durchquerung des Urwaldes*. So kann man das Gesamtsystem der messenden Physik, speziell für

geophysikalische Fragen, biologische Fragen, die Biosphäre, das Universum usw. ansehen. Der Autor hat immerhin 40 - 45 Jahre gebraucht, um mit Hilfe der besten Methoden der Grundlagenforschung die Grundprinzipien der messenden Physik für die komplexen Systeme der Natur zu finden. B. A. Bolt, *What can inverse theory do for applied sciences and its applications*, Austral. Math. Soc. Gaz. 7 (1980), 69 - 78, schreibt in seinem Artikel, daß Studenten, die die Universität verlassen, in den Anwendungen im allgemeinen inverse Probleme vorfinden. Und dabei sind die 'Spielregeln' beim Gebrauch von Meßwerten Wissenschaftlern oft unbekannt.

Für den Umgang mit Meßwerten bestehen in den Naturwissenschaften und der Medizin folgende später aufzuschreibende Regeln. Zuerst ist den Naturwissenschaftlern und Medizinern die Komplexität der behandelten Systeme der offenen Natur nahezubringen, die wegen der vielen Atome im System fast unendlich viel Informationen enthalten. Da die Komplexität solcher Systeme und die Leistungsfähigkeit der dazugehörigen Meßwerte fast unbekannt sind, begehen die Wissenschaftler in den Anwendungen relativ viele Fehler. Wegen eines fast totalen Informationsmangels gilt in der Medizin oft: weder beweisbar noch widerlegbar. Das ist die Aussage der Cantorschen Kontinuumshypothese der Mengenlehre (G. Cantor (1845 - 1918), Universität Halle -Wittenberg),, die erst 1931 durch K. Gödel und 1963 durch P. Cohen bewiesen wurde (siehe etwa G. Anger (1990)). Es bestehen folgende grundlegende Sachverhalte:

1. **Für die realen Systeme der (offenen) Natur gibt es keine mathematische Systemtheorie (science is patchwork). Ursache hierfür ist die große Anzahl von Atomen im System. Weiterhin ist die genaue Anzahl und Lage der Atome unbekannt. Außerdem können Computer solche großen Systeme nicht berechnen.**
2. **In einem solchen System kann man in einem Labor gewisse Teilinformationen (Mittelwerte über die atomaren Strukturen) erhalten. Der Schluß von der speziellen Information auf das Gesamtsystem gelingt nur mit Hilfe von praktischen Erfahrungen: praxis cum theoria.**
3. **Bei biologischen Systemen sind alle Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert, die mathematisch nicht getrennt werden können. Außerdem sind die verfügbaren Meßwerte oft sehr schwach. Daher ist der Arzt noch viel mehr als der Ingenieur auf praktische Erfahrungen am realen System (ars medica) angewiesen. Dieser Sachverhalt wird von den meisten Universitäten weitgehend ignoriert.**
4. **Bei technischen Systemen hingegen werden die endlich vielen Teilsysteme, aus denen sie bestehen, relativ gut beherrscht. Daher gibt es für solche Systeme eine gewisse mathematische Systemtheorie. Fehler eines technischen Systems lassen sich demzufolge leicht feststellen.**
5. **Die Systeme in den Wirtschaftswissenschaften überblickt man vom logischen Standpunkt aus weitgehend (diskrete Mathematik). Für solche Fragen sind die Computer sehr erfolgreich einsetzbar.**

Man findet diese Spielregeln in den Publikationen des Autors. Zusammenfassend sind die Ergebnisse zu finden unter (206 Seiten)

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Gedruckt liegen sie in englischer Sprache vor in obiger Homepage, dem Übersichtsartikel über *Ch.-J. de La Vallée Poussin* und in den *Mathematical Reviews*, September 2000,

S. 6294. Aber viele wissenschaftliche Zeitschriften, Tageszeitungen, das Fernsehen, der Deutsche Hochschulverband, zentrale wissenschaftliche und politische Einrichtungen und weitere Medien haben sich bis jetzt nicht bereit erklärt, voranstehende Spielregeln für den Umgang mit Meßwerten zu publizieren. Und dabei sind das die zentralen Dinge im Verhältnis Mensch - Natur und somit der Wissenschaften.

Neuerdings unterstützt die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) ab 2002 das Großprojekt *Mathematik für Schlüsseltechnologien* (*Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse*) an der Technischen Universität Berlin. Daran sind weiter beteiligt die Humboldt Universität Berlin, die Freie Universität Berlin, das Weierstraß Institut für Angewandte Analysis und Stochastik in Berlin und das Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin. Dabei spielen vor allem ingenieurtechnische Fragen eine zentrale Rolle. Man kann alles nachlesen unter www.math.tu-berlin.de/DFG-Forschungszentrum **. Fragen des messenden Physik (Diagnostik) für die Systeme der offenen Natur (Geophysik, Wettervorhersage, Medizin, Biologie, Universum usw.) werden nach dem vorliegenden Programm nicht behandelt. Zentrale Fragen zu diesem Problemkreis werden in den Arbeiten von G. Anger (siehe obige Homepage) behandelt mit weitreichenden Konsequenzen für die Naturwissenschaften: praxis cum theoria. Eine zentrale Aufgabenstellung der angewandten Mathematik besteht in der Bestimmung der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle aus den Naturwissenschaften, was bisher kaum geschehen ist. Im Gegensatz dazu ist die Bestimmung der Leistungsfähigkeit rein innermathematischer Modelle intensiv untersucht worden. Die inverse Theorie liefert vollkommen neue Lösungen für die Naturwissenschaften, die im Labor als Lösungen der Natur nachzuprüfen sind (siehe etwa G. Anger, *Inverse Problems in Differential Equations*, page 225, Plenum Press, London 1990).**

Es gibt ein altes (chinesisches) Sprichwort, das folgendes besagt: Wer zu den Quellen will, muß gegen den Strom schwimmen. Und fast alle Wissenschaftler sträuben sich, über die Ergebnisse der messenden Physik für die komplexen Systeme der Natur - und dabei sind fast alle Systeme der (offenen Natur) komplexe Systeme - zu sprechen.

Die Erfahrungen betreffend der Entwicklung der Naturwissenschaften in der Bundesrepublik Deutschland seit 1949 findet man in dem Artikel des emeritierten theoretischen Physikers Prof. H. Stumpf (Tübingen), *Universität und Professoren im Zeitalter der Globalisierung*, Forschung & Lehre 1/2002, 23 - 25.

8.

The Contributions of Ch.-J. de La Vallée Poussin (14.8.1866 - 2.3. 1962) to Potential Theory - The Power of Theory

Gottfried Anger

```
\documentstyle[12pt]{article}
\textheight21.4cm
\textwidth15.4cm
\oddsidemargin0cm
\topmargin0cm
\begin{document}
\parindent0cm

\begin{center}{\LARGE\bf The Contributions of Ch.-J. de La Vall\'{e}e
Poussin  to Potential Theory - \\ The Power of Theory}\end{center}

\vspace{0.3cm}
\begin{center} {\Large Gottfried Anger\\Rathausstrasse 13, Wg. 11/09\\D-
10178 Berlin\\e-mail GottfriedAnger@aol.com}\end{center}

\vspace{0.3cm}

\begin{abstract}
In 1931 Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin, then 65 years old, published his
first paper in modern potential theory, after he had previously concerned
himself intensively with real analysis, number theory, approximation
theory, integration theory and complex analysis. In the following years he
worked on Dirichlet's problem for arbitrary domains, and potentials with
respect to arbitrary masses. His results are to be found in his book "Le
potentiel logarithmique. Balayage et representation conforme", completed in
1945.

\vspace{0.9ex}
The basic aspect in the investigations of Ch.-J. de La Vall\'{e}e Pousin is
that from the beginning he used as few assumptions as possible. In this way
one can clearly recognize the mathematical structures of fundamental
importance in inverse problems. Every generation has new ideas which, in
the 20th century, created a very efficient apparatus in the field of modern
potential theory. These results (so-called fine analysis) are now available
for applications. From time to time they may be of greater importance than
pure functional analysis, often rightly called "soft analysis". In the
resolution  of applied problems in science and medicine, depending on their
complexity, several aspects of mathematics, physics, biology, etc. may be
applicable.
\end{abstract}


\vspace{1cm}
{\large\bf 1. The power of theory in science, technology and medicine}

\vspace{0.9ex}
In order to describe special physical processes of nature one needs basic
physical laws (gravitation, electromagnetism, weak force, strong force),
special properties of matter (mass, charges, capacity, resistivity,
magnetic permeability, and so on) and a mathematical model. Gravitation and
```

electromagnetism are more or less familar. The weak force is responsible for radioactive decay, the strong force to keep the nucleus together (H. Moritz 1995). In general, physicists study special problems under laboratory conditions, especially in semiconductor physics. In this case the material consists of mono crystals, whose atoms have a known structure. But it is very difficult to characterize the physical structure of metals, biological systems, and so on. Every real system of nature consists of very many atoms and thus has a very complex structure. A cubic centimeter of a solid body contains about 10^{23} atoms, and about 10^{22} atoms in the case of a liquid. A human person consists of about 10^{27} atoms in about 10^{14} cells. For these cells and atoms it can be assumed that they obey certain physical and biological laws. No computer can deal with such an atomic system directly; simplifications based on practical experience and experiments are needed. Therefore in the applications of physics practical experience of the materials used are very important. In this way one can construct mashines and measuring instruments using special physical processes. But for the complex systems of nature (geophysics, astrophysics, ecology, biological systems, and so on) the local material parameters of the system studied are almost unknown.

\vspace{0.9ex}
Only one or two centuries ago, the study of nature was based on the data furnished by our senses. The eyes use visible light (electromagnetic waves 3.75×10^{14} to 8.4×10^{14} Hertz), the ears analyze acoustic waves (20 to 20.000 Hertz), etc. What is given is a "projection" of the real world on our senses, rather than the real world directly. Theories, experiments, and technologies permit one to know practically the whole spectrum of electromagnetic waves. A main problem in science and medicine is to determine the power of a mathematical model. Every mathematical model is a projection of the real world. But most mathematicians and physicists did not determine the power of the mathematical models describing a complex process. This is the reason why we have a large gap in science using measured values for interpreting, which can easily be closed for problems on the Earth's surface - especially in medicine - by using more practical experience (praxis cum theoria). But it is almost impossible to close this gap for mathematical problems in geophysics (Earth's interior) and astrophysics at large distances, see also the remarks of the biologist R. Riedl 2000, p. 1.

\vspace{0.9ex}
Mathematics is the language of physics, because for most physical processes, it allows the formulation of a meaningful description. A main task of mathematics is to clarify basic structures of mathematical physics. The solutions of special problems are important to obtain a first feeling for the mathematical problems, but such results are not sufficient to understand complex problems in applications. Most mathematicians study only general structures in mathematics, physicists special results of mathematics in applications. To understand the structures of complex mathematical models one needs all aspects. In order to solve basic problems of mathematical physics one has to apply most sophisticated methods of mathematics, and a large part of mathematics has to be further developed. However, to construct counterexamples for problems of mathematical physics one needs only the results of mathematics of 150 years ago (Green's third identity, Riemann integral, and so on).

\vspace{0.9ex}
Denoting by f the inner (physical) material parameters, by $g = Af$ measurable quantities expressed in terms of the parameters f, then the relation between f and the measurements g may be formally written as an {\sl equation of the first kind}
\begin{equation} Af = g.\end{equation}
Here f is an element of a set X, and g an element of a set Y. In both sets we define metrics which are necessary for defining convergence

```
and for determining the numerical stability of numerical procedures. The
determination of $g = Af$ if $A$ and $f$ are known is called a {\sl direct
problem} (for instance, boundary value problems), and the determination of
$f$ from given $g$ and $A$ is called an {\sl inverse problem of the first
kind}, symbolically written as
\begin{equation} f = A^{-1}g.\end{equation}
The determination of $A$ by measurments $f$ and $g$, as for instance in
impedance tomography, is called an {\sl inverse problem of the second kind}
(see G. Anger et al. 1993).

\vspace{0.9ex}
Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin was a mathematician who completely
understood measure theory in the sense of H. Lebesgue (1902) and J. Radon
(1913). He applied these basic tools to potential theory (Laplace
equation). In partucular, he introduced the notion of a potential relative
to a measure, studied the properties of these potentials and the Dirichlet
problem. Without such results it is not possible to deal with applications,
especially with inverse problems of mathematical physics. In the following
we shall sketch the contributions of de La Vall\'{e}e Poussin to potential
theory and further developments. Most mathematical problems in science,
technology and medicine are inverse problems. Studying such problems is the
only complete way of analyzing experimental results. The problems to be
studied  are often governed by a very complex system of (nonlinear) partial
differential equations. The problem mathematics has to solve is to identify
those external parameters of the system to be measured, together with those
subsets of $\mbox{\boldmath$R^3$}$, on which the mesurements are to be
made, so that several coefficients or sources of the differential
equations, or functionals of these quantities inaccessible to measurement
and depending continously on the measured external parameters can be
uniquely determined.

\vspace{0.9ex}
By the year 1960 scientists have developed sufficiently many methods for
dealing with inverse problems, but the (classical) results in the book of
R. Courant and D. Hilbert 1937 do not suffice to solve such deep problems.
Most of these new results are unknown in mathematics and its applications.
Further, this paper gives a survey of the latest results of mathematical
physics necessary for studying direct and inverse problems.

\vspace{0.9ex}
Generally we may make the following remarks (G. Anger and H. Moritz 1999):

\begin{itemize}
\item Unfortunately, for the complex systems of real nature, there is no
mathematical systems theory: "science is patchwork".
\item For such systems only certain partial information can be measured,
and practical experience is needed to draw at least some meaningful
conclusions from measured data: "praxis cum theoria".
\item Engineering systems are relatively well known and managable. For
them, a mathematical systems theory usually exists.
\item Biological systems are much more difficult: measurements may not be
reliable and meaningful, and mathematical systems theories hardly exist.
Thus in medicine practical experience ("ars medica") is particularly
important.
\item Social sciences are in between: systems theories do exist to a
limited extent, and computers can be used with certain success.
\end{itemize}

\vspace{0.9ex}
In P. L. Butzer 1987 and M. Brelot 1981 one can find the development of
mathematical physics in the first half of the $19^{th}$ century probably
marked the greatest episode in the history of that subject. Up to the
papers of de La Vall\'{e}e Poussin scientists studied only special mass
```

```
distributions having the special form $dm(y) = \rho (y)dy$, where $dy$ is
the volume element. But in applications mass distributions (measures) in
its general form are necessary to apply results of functional analysis to
mathematical physics and to get more models for identifying (G. Anger
1990).

\vspace{0.3cm}
{\large\bf 2. Newton's law}

\vspace{0.9ex}
Since Parmenides (520 - 440 B.C. ?) mathematics has been used to discover
and to describe physical phenomena (H.-J. Treder 1997). Every particle of
matter in the universe attracts every other particle, with a force whose
direction is that of the line joining the two, and whose magnitude is
directly as the product of their masses, and inversely as the square of
their distance from each other. The last fact is a consequence of the
surface content of a ball in $\mbox{\boldmath$R^3$}$.

\vspace{0.9ex}
Let  $x = (x_1,x_2,x_3) \in \mbox{\boldmath$R^3$}$, and
\begin{displaymath}K(x^0,r_1)\subset
K(x^0,r_2)\subset\mbox{\boldmath$R^3$}\end{displaymath}
be two closed balls in the Euclidean space $\mbox{\boldmath$R^3$}$, $v_1$
being the flux of force through the boundary $\partial K(x^0,r_1),\; v_1 $=
const. on this boundary, $v_2$ = const. the flux of force through $\partial
K(x^0,r_2)$. Further, let
\begin{displaymath}v_1dS_1 \;\mbox{be the flux through the surface
element}\;dS_1.\end{displaymath}
If the flux of force through both spheres is equal (without further sources
or sinks) we obtain
\begin{displaymath}v_14\pi r^2_1 = v_24\pi r^2_2.\end{displaymath}
From this equality it follows that
\begin{equation}v_2 = v_1\frac{r^2_1}{r^2_2} \sim \frac{1}{r^2} =
\frac{1}{|x^0 - y|^2} = G(x^0,y).\end{equation}
Equation (3) is the fundamental law in gravitation and electrostatics. {\sl
In order to derive this law one needs only the surface content of a ball -
and nothing more}. If the flux of force is not constant on $\partial
K(x^0,r)$, the following relations hold for bounded and continuous
functions $v: \mbox{\boldmath$R^3$} \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$. From
\begin{displaymath} \int\limits_{\partial K(x^0,r_1)}v(y)dS_1(y) =
\int\limits_{\partial K(x^0,r_2)} v(y)dS_2(y).\end{displaymath}
it follows that, using the first theorem of the mean (for integrals),
\begin{displaymath}v(\eta_1)4\pi r^2_1 = v(\eta_2)4\pi
r^2_2,\end{displaymath}
where $\eta_1 \in \partial K(x^0,r_1), \; \eta_2 \in  \partial K(x^0,r_2)$.
From this equation we obtain
\begin{displaymath}|v(\eta_1)|r^2_1 = |v(\eta_2)|r^2_2 \quad \mbox{or}\quad
|v(\eta_2)| = |v(\eta_1)|\frac{r^2_1}{r^2_2}.\end{displaymath}
The constants $c_1$ and $c_2$ are determined by
\begin{displaymath}c_2|v(\eta_2)| = \mbox{max}\{|v(\eta)|, \eta \in
\mbox{\boldmath$R^3$}\}, \; c_1|v(\eta_2)| = \mbox{min}\{|v(\eta)|, \eta
\in \mbox{\boldmath$R^3$}\}.\end{displaymath}
From these relations we get
\begin{displaymath}c_1|v(\eta_1)|\frac{r^2_2}{r^2_2} \le |v(\eta)| \le
c_2|v(\eta_1)|\frac{r^2_1}{r^2_2},\end{displaymath}
and finally the famous Newtonian law
\begin{equation}v(y) \sim \frac{1}{r^2} = \frac{1}{|x^0 - y|^2} =
G(x^0,y).\end{equation}
{\sl We did not use any basic physical law to derive this fundamental
equation}!

\vspace{0.9ex}
```

Let K_j be the projection of G on the x_j-axis, $x^0 = 0$ for simplicity,
\begin{displaymath}{\cal K} = (K_1,K_2,K_3).\end{displaymath}
The potential energy of two point masses ($m_1 = m_2 = 1$) in $\mbox{\boldmath$R^3$}$ is given by the line integral along a path ${\cal T}$ not containing x^0,
\begin{equation}H(x,z) = \int\limits_x^z (K_1\,dx_1 + K_2\,dx_2 + K_3\,dx_3)= \frac{1}{|z - x^0|} - \frac{1}{|x - x^0|}. \end{equation}
This line integral is independent of the special path ${\cal T}$ connecting x and z. We define the Newtonian kernel by
\begin{equation}G_L(x,y) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x - y|},\end{equation}
the Newtonian potential $G_L\mu$, a potential energy, at a point $x \in \mbox{\boldmath$R^3$}$ relative to the measure μ, by
\begin{equation}G_L\mu (x) = \int G_L(x,y)\,d\mu (y).\end{equation}

\vspace{0.9ex}
Let $C_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$ be the space of all continuous functions $f:\mbox{\boldmath$R^n$} \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ vanishing outside a compact set, $C_0^{\infty}(\mbox{\boldmath$R^n$})$ the space of all functions $\varphi \in C_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$ having continuous derivatives of arbitrary order. Further, let
\begin{equation}\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}\end{equation}
be the Laplace operator. For fixed y the function $u(x) = G_L(x,y), \, x \neq y$, satisfies the Laplace equation $\Delta \,u = 0$. From Green's third identity (E. B. Christoffel 1871, M. Brelot 1981, G. Pizetti 1910, G. Laurcella 1911, O. D. Kellogg 1929, H. Moritz 1990) it follows that the important relation
\begin{equation}\varphi (x) = \int\limits_{\mbox{\boldmath$R^n$}}G_L(x,y)(-\Delta\varphi (y)) \,dy, \quad \varphi \in C_0^{\infty}(\mbox{\boldmath$R^n$}),\end{equation}
holds. The support supp$\,\varphi$ of a function φ is the closure of the set $\{x: \varphi (x) \not= 0\}$. If $x \notin \mbox{supp}\,\varphi$ from (9) we get
\begin{equation}0 = \int G_L(x,y)d\mu_{\varphi} (y) = \int\limits_{\mbox{\boldmath$R^n$} }G_L(x,y)(-\Delta\varphi (y))\,dy, \quad \varphi \in C_0^{\infty}(\mbox{\boldmath$R^n$}).\end{equation}
In applications (geophysics, electrocardiology, electroecephalography, and so on) one has to determine the measure μ (mass distribution, charges) by measurements on the boundary $\partial\Omega$ of a bounded open set $\Omega \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$. Such measurements can be $G_L\mu|_{\partial\Omega}$, $\nabla\,G_L\mu|_{\partial\Omega}$ (gravity) or, along an orbit of a satellite, the second derivatives of $G_L\mu$ on $\partial\Omega$ (variations of the gravity, see H. Habrich 2000). But in applications only finitely many measurements on $\partial\Omega$ are available, which is a further difficulty. G. Pizetti (1910) and L. Lauricella (1911) proved that the mass distributions or charges cannot be uniquely determined by measurements on the boundary $\partial\Omega$, which follows from (10). Similar results hold for every (linear) partial differential equation. Such measurements are the {\sl output} of the complex system. It is almost impossible to determine with this output the inner parameter of the system considered. In some special cases (constant density, special domains) the measure μ can be uniquely determined (see G. Anger 1990). Further, one can uniquely determine inner parameters of a system, if the relation between measured values and the inner parameters (disease in medicine) is one-to-one. Most facts on inverse problems for the real (complex) systems of nature are almost unknown in physics and medicine (see G. Anger 1990, G. Anger 1997a,b, G. Anger and H. Moritz 1999). The results in {\bf Section 1} follow from the negative results (counterexamples).

\vspace{0.3cm}

```
{\large\bf 3. Historical remarks concerning the notion of a mass
distribution (measure).}

\vspace{0.9ex}
Most physical quantities (material parameters) are set functions, i.e., to
a set $B \subset \mbox{\boldmath$R^3$}$ there corresponds a real (or
complex) number $p(B)$. In the 18th and 19th century physicists used the
notion of a mass distribution in the following way. Let $m$ be a mass
distribution on certain subsets $B_k \subset \mbox{\boldmath$R^3$}$, then
the Newtonian potential at $x  \in \mbox{\boldmath$R^3$}$ is
approximatively calculated by
\begin{equation}\sum_{k=1}^{N}m(B_k)G_L(x,y_k) = \sum_{k=1}^Nc_kG_L(x,y_k)
,\quad y_k \in B_k.\end{equation}
The Newtonian potential $G_Lm$ is defined by the limit of (11)
\begin{equation}G_Lm(x) = \int G_L(x,y)\,dm(y).\end{equation}
But what is the meaning of this integral? By using the results of
functional analysis we can now rigorously explain this limit. Let $K
\subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ be a compact set, for instance the closure
of a bounded open set $\Omega \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$, $C(K)$ the
space of all functions $f:K \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ continuous on $K$.
On $C(K)$ the norm
\begin{equation} \|f\|_C = \mbox{max}\{|f(x)|: \, x \in K\}\end{equation}
is introduced. With this norm the space $C(K)$ is a Banach space. Its dual
space $C^*(K)$ consists of all linear functionals (measures on K) $\mu :
C(K) \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ continuous with respect to the norm
$\parallel \cdot \|_C$ (see, for instance, F. Riesz 1909, J. Radon 1913, F.
Riesz et B. Sz.-Nagy 1952, G. Choquet 1969). If
\begin{displaymath} \mu_{N}(f) = \sum_{k=1}^Nc_kf(y_k)\end{displaymath}
converges to a limit $\mu (f)$ for every  function $f \in C(K)$ (weak
convergence), then $\mu$ is a continuous linear functional on $C(K)$
(theorem of Banach-Steinhaus, see S. Banach 1932, E. Hille 1948, E. Zeidler
1985).


\vspace{0.9ex}
A. L. Cauchy (1789 - 1857) introduced the notion of an integral for
continuous functions. In order to develop a theory for Fourier series one
needs the notion of integral for discontinuous functions (see Dirichlet's
function). In 1857 B. Riemann further developed the ideas of Cauchy. Now a
class of discontinuous functions can be integrated.

\vspace{0.9ex}
Using the definition of the Riemann integral, one considers in physics {\sl
only special mass distributions} ({\sl material parameters}) {\sl having a
density}, i.e.,
\begin{equation}dm(y) = \rho (y)\,dy, \quad dy \;\mbox{volume
element},\end{equation}
\begin{equation}dm(y) = \sigma (y)\,dS(y), \quad dS(y) \; \mbox{surface
element}.\end{equation}
Here $\rho$ and $\sigma$ are integrable functions in the sense of Riemann.
Most mathematical models of physics were derived by using the Riemann
integral of the form (14). In general physicists study special problems
under laboratory conditions. In these special cases the Riemann integral
suffices. {\sl For the real systems of nature and in inverse theory one
needs more general mass distributions }({\sl measures}) $\mu$ {\sl in order
to study these problems from a systematic point of view} (G. Anger 1990).
{\sl In mathematical physics one has to formulate the models relative to
these measures $\mu$ and to study the information content of such a model,
i.e., to find out which internal parameters of a system inaccessible to
measurement can be determined in a stable and unique manner}. Ch.-J. de La
Vall\'{e}e Poussin 1915, 1916 was one of the first who gave lectures on the
Lebesgue integral and applied these results later to potential theory.
```

```
\vspace{0.9ex}
In 1898 E. Borel introduced the $\sigma$-algebra of Borel sets $B \subset
\mbox{\boldmath$R^n$}$,  H. Lebesgue a larger $\sigma$-algebra of
measurable sets and introduced a new notion of integral in 1902, which is a
continuation of the Riemann integral to L-integrable functions (de La
Vall\'{e}e Poussin 1915, 1916, F. Riesz et B. Sz.-Nagy 1952, H. Bauer
1990). The space $L^1(\Omega)$ of all L-integrable functions is a Banach
space (see formula (19)), i.e., a complete metric space. This notion is
basic in modern analysis. Especially important convergence theorems can be
proved for L-integrable functions:
\begin{enumerate}
\item If $(f_k)$ is a sequence of non-negative measureable functions on
$\Omega$, non-decreasing for every $y$, so that $f(y) = \lim_{k\to\infty}
f_k(y)$  exists, then
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}f(y)\,dy = \lim_{k\to\infty}
\int_{\Omega}f_k(y)\,dy.\end{equation}
\item Let $(f_k)$ be a sequence of measurable functions on $\Omega$, and
$|f_k(y)| \le g(y)$ for all k, where $g$ is integrable on $\Omega$. If
$f(y) = \lim_{k\to\infty} f_k(y)$ exists, then
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}f(y)\,dy = \lim_{k\to\infty}
\int\limits_{\Omega} f_k(y)\,dy.\end{equation}
\end{enumerate}

The space $L^2(\Omega)$ of all quadratically integrable functions on
$\Omega$ is a Hilbert space relative to the scalar product
\begin{equation}(f,g) = \int\limits_{\Omega} f(y)g(y)\,dy.\end{equation}
 The last step in this direction was the notion of a general measure $\mu$,
the so-called Radon measure, and its integral relative to $\mu$, introduced
by J. Radon (1887 - 1956) in 1913. Before this time T. J. Stieltjes (1856 -
1894) generalized the Riemann integral relative to functions $g$ of bounded
variation. In this case $dy$ is replaced by $dg(y)$ (see F. Riesz 1909,
1952). Following F. Riesz (1907) the dual space of the Hilbert space
$L^2(\Omega)$ is the same space, i.e., every continuous linear functional
$L$ can be represented in the form $L(f) = (f,f_0)$ (see F. Riesz et B.-Sz.
Nagy 1952). The dual space $C^*(K)$ of the space of continuous function
$C(K)$ is the space of all Radon measures $\mu$ (Riemann-Stieltjes
integrals) concentrated on $K$. In this case every continuous linear
functional $L$ has the form $L(f) = \int f(x)\,d\mu (x)$, $\mu$ Radon
measure. The convergence theorems also hold for every positive Radon
measure $\mu$ (see P. R. Halmos 1950, F. Riesz et B. Sz.-Nagy 1952, G.
Choquet 1969, H. Bauer 1990).

\vspace{0.9ex}
Let  $\mu$ be a positive measure on $\Omega$, $L^p_{\mu}(\Omega), p \ge 1$,
the space of all to the power $p$ $\mu$-intgrable functions. On
$L^p_{\mu}(\Omega)$ the norm
\begin{equation} \parallel f\parallel _{L^p_{\mu}} = (\int\limits_{\Omega}
|f(y)|^p\,d\mu (y))^{1/p}\end{equation}
is introduced. With this norm the space $L^p_{\mu}(\Omega)$ becomes a
Banach space. In the case of the Lebesgue measure $d\mu (y) = dy$ one
writes $L^p(\Omega)$. Now one can develop a theory of the Newtonian
potential and use all results of functional analysis (H. Cartan 1946, M.
Brelot 1959, G. Anger 1958, 1990). A first step in this direction was
carried out by de La Vall\'{e}e Poussin after 1931 (see Section {\bf 4}).

\vspace{0.9ex}
In order to develop a modern theory for partial differential equations one
needs further functional spaces (see formula (1) and (2)), which are
subspaces of the space $L^p(\Omega)$, the so-called Sobolev spaces  (S. L.
Sobolev 1950, G. Duvaut and J.-L. Lions 1976, H. Gajewski 1974, E. Zeidler
1985). K. O. Friedrichs (1901 - 1983) told me in Berlin in 1975, that most
results relative to Sobolev spaces were already known in G\"ottingen in
1929. Such ideas go back to A. Haar (1885 - 1933). Further, K. O.
```

Friedrichs told me in 1975 that H. Lewy applied Hilbert space theory in 1929 (representation of a continuous linear functional L on a Hilbert space ${\cal H}$ by means of the scalar product (f,g) in the form $L(f) = (f,f_0)$) to prove the existence of certain boundary value problems in partial differential equations (see also G{\aa}rding's inequality).

\vspace{0.9ex}
Let $\alpha = (\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$, $\alpha_i \ge 0$ integers, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 +\ldots + \alpha_n$,
\begin{displaymath}D^{\alpha} u = \frac{\partial^{\alpha_1 + \alpha_2+ \ldots + \alpha_n}\,u}{\partial x^{\alpha_1}_{1}\partial x^{\alpha_2}_{2} \cdots \partial x^{\alpha_n}_{n}}.\end{displaymath}
The Sobolev spaces of order m are defined by (S. L. Sobolev 1950, H. Gajewski 1974, E. Zeidler 1985)
\begin{equation}W^{m,p}(\Omega) = \{v: v \in L^p(\Omega), D^{\alpha}v \in L^p(\Omega), |\alpha| \le m\}\end{equation}
and the norm on $W^{m,p}(\Omega)$ by
\begin{equation}\parallel v\parallel_{W^{m,p}(\Omega)} = (\sum_{|\alpha|\le m}\parallel D^{\alpha}v\parallel^p_{L^p{\Omega}})^{1/p}.\end{equation}
The Sobolev spaces are Banach spaces. The case p = 2 is fundamental. We write $W^{m,2}(\Omega) = H^m(\Omega)$. This space is a Hilbert space relative to the scalar product
\begin{equation}(u,v)_{H^m(\Omega)} = \sum_{|\alpha|\le m}(D^{\alpha}u,D^{\alpha}v).\end{equation}

\vspace{0.9ex}
Before 1900 the results of functional analysis were not proved and therefore not available. Mathematicians had to use other methods of classical analysis. In order to solve the Dirichlet problem for the Laplace equation $\Delta u = 0$, $u|_{\partial\Omega} = f$ relative to a bounded domain $\Omega \subset \mbox{$\boldmath$R^n$}$ with smooth boundary $\partial\Omega$, one considers the potential of a double layer
\begin{equation}V(x) = \int\limits_{\partial\Omega}\sigma (y)\frac{\partial G_L(x,y)}{\partial n}\,dS(y) = \sum_{j=1}^n\int\limits_{\partial\Omega}\frac{\partial G_L(x,y)}{\partial y_j}\,d\mu_j (y).\end{equation}
Here n is the outwardly directed normal. If we denote by V^{-}, V^0 and V^+ the limit of V from within the surface $\partial\Omega$ as x approaches a point z, the value at z, and the limit as x approaches z from without $\partial\Omega$, we have
\begin{displaymath}V^- = -\sigma + V^0, \;V^+ = \sigma + V^0.\end{displaymath}
This means since $V^{-} = f$
\begin{equation}f(z) = -\sigma(z) + \int\limits_{\partial\Omega}\sigma (y)\frac{\partial G_L(z,y)}{\partial n}\, dS(y).\end{equation}
This relation is an integral equation of the second kind for σ. A theory for equations of the second kind was developed by E. I. Fredholm in 1900 (see O. D. Kellogg 1929). Most scientists apply only such classical methods: they are not sufficient for dealing with actual problems in applications, especially with inverse problems.

\vspace{0.9ex}
For equations of the second kind a complete theory exists using the Hilbert space theory (F. Riesz et B. Sz. Nagy 1952, E. Zeidler 1985). But up to 1960 equations of the first kind important in inverse theory were sparsely studied. In 1963 A. N. Tikhonov has begun to deal with special equations of the first kind important for special inverse problems (see M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev 1995, A. N. Tikhonov et al. 1998).

\vspace{0.9ex}

Let $C^m(\bar{\Omega})$ be the space of all functions $f: \bar{\Omega} \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ having continuous partial derivatives up to the order m,
\begin{equation}\parallel f \parallel_{C^m} = \sum_{|\alpha|\le m}\mbox{sup}\,\{|D^{\alpha}f(x)|: x \in \bar{\Omega}\}.\end{equation}
With this norm the space $C^m(\bar{\Omega})$ becomes a Banach space. Of interest are the linear forms on $C^m(\bar{\Omega})$ continuous with respect to $\parallel \cdot \parallel _{C^m}$. Special continuous linear forms are (L. Schwartz 1957, B.-W. Schulze and G. Wildenhain 1977)
\begin{equation}L(f) = \sum_{|\alpha|\le m} \int D^{\alpha}f(y)\,d\mu_{\alpha}(y), \quad \mbox{supp}\,\mu_{\alpha} \subset \bar{\Omega}.\end{equation}
The potential of a double layer (23) having the form
\begin{displaymath}L(f) = \sum_{j=1}^n \int \frac{\partial f(y)}{\partial y_j}\,d\mu_j(y), \end{displaymath}
is a special continuous linear form on $C^1(\bar{\Omega})$. In order to develop a systematic theory for partial differential equations one needs the spaces $C^m(\bar{\Omega})$ (see B.-W. Schulze and G. Wildenhain 1977, G. Duvaut and J. L. Lions 1976, L. H\"ormander 1983, G. Anger 1990). The topology of these spaces is finer (stronger) than the topology of the Sobolev spaces $H^m(\Omega)$. Somestimes it is possible to prove inequalities (for nonlinear operators) relative to the weaker topology of the Sobolev spaces (E. Zeidler 1985). The finer topology on $C(\bar{\Omega})$ {\sl gives a larger dual space} $C^{*}(\bar{\Omega})$ {\sl important for describing physical phenomena}, and in numerical analysis to prove sharper estimates.

\vspace{0.3cm}
{\large\bf 4. Newtonian potentials}

\vspace{0.9ex}
Let G_L be the Newtonian kernel defined by (ω_n surface content of a ball with radius R = 1)
\begin{equation}G_L(x,y) = \frac{1}{(n-2)\omega_n}\frac{1}{|x - y|^{n-2}}, \quad x,y \in\mbox{\boldmath$R^n$}, \;n \ge 3,\end{equation}
\begin{equation}G_L(x,y) = \frac{1}{2\pi}\,\mbox{log}\,\frac{1}{|x - y|},\;n = 2.\end{equation}

\vspace{0.9ex}
Let $\mu \ge 0$ be a positive measure on $\mbox{\boldmath$R^n$}$. For $G_L \ge 0$ the {\sl Newtonian potential} is defined at x by
\begin{equation}G_L\mu (x) = \int G_L(x,y)\,d\mu (y).\end{equation}
In the case $\mu = \mu^{+} - \mu^{-}$ where μ^{+} and μ^{-} are positive measures, we define
\begin{displaymath}G_L\mu (x) = G_L\mu^{+}(x) - G_L\mu^{-}(x), \end{displaymath}
if the potential has not the form $\infty - \infty$. Special measures are
\begin{displaymath}d\mu_{\rho}(y) = \rho (y)\,dy, \quad d\mu_{\sigma}(y) = \sigma (y)\,dS(y).\end{displaymath}
The Dirac measure (point measure) δ_{x^0} is defined by $\delta_{x^0}(f) = f(x^0)$. Further measures are constructed in Halmos 1950. The case $n = 2$ (logarithmic potential) is considered in de La Vall\'{e}e Poussin 1949 and V. G. Cherednichenko 1996. From a systematic point of view de La Vall\'{e}e Poussin 1931b, 1932, 1937 studied the potentiel of a measure and applied these results to the balayage principle and the Dirichlet problem. In 1932 de La Vall\'{e}e Poussin introduced the notion {\sl balayage}, which became a fundamental notion in mathematics. One can define the potential relative to a locally integrable kernel $G(x,y)$ (M. Brelot 1959, B. Fuglede 1960, N. S. Landkof 1972, B.-W. Schulze and G. Wildenhain 1977). Such potentials are important, for instance, in heat conduction (G. Anger 1981, 1990).

\vspace{0.9ex}

```
The {\sl mutual energy} of the measures $\mu$ and $\nu$ is defined by
\begin{equation}(\mu,\nu)_e = \int(\int G_L(x,y)\,d\mu (y))\,d\nu (x) =
\int G_L\mu (x)\,d\nu(x) = \int G_L\nu(y)\,d\mu(y).\end{equation}
It is well known (de La Vall\'{e}e Poussin 1937, G. C. Evans 1935, H.
Cartan 1944, L. L. Helms 1969) that
\begin{equation}0 \le (\mu,\mu)_e.\end{equation}
The energy of a positive measure $\mu$ is $\parallel \mu \parallel_e =
\sqrt{(\mu,\mu)_e}$, the set of positive measures $\mu$ of finite energy
$\parallel \mu \parallel _e$  is denoted by ${\cal E}^+$.  For positive
measures the following inequality holds (M. Brelot 1959,  L. L. Helms 1969)
\begin{displaymath}(\mu,\nu)_e \le
\parallel\mu\parallel_e\parallel\nu\parallel_e.\end{displaymath}

\vspace{0.9ex}
Let $\mu_1, \mu_2 \in {\cal E}^+$, ${\cal E}$ the set of all measures $\mu
= \mu_1 - \mu_2$,  $G_L\mu = G_L\mu_1 - G_L\mu_2$ the potential of the
meaasure $\mu$. The mutual energy of two measures $\mu, \nu \in {\cal E},
\mu = \mu_1 - \mu_2, \nu = \nu_1 - \nu_2$ is defined by,
\begin{equation}(\mu,\nu)_e = \int G_L\mu_1\,d\nu_1 + \int G_L\mu_2\,d\nu_2
- \int G_L\mu_1\,d\mu_2 - \int G_L\mu_2\,d\nu_1.\end{equation}
The {\sl energy} of $\mu \in {\cal E}$ is
\begin{displaymath}\parallel \mu\parallel_e^2 = (\mu,\mu)_e = \parallel
\mu_1\parallel_e^2 + \parallel \mu_2\parallel_e^2 - 2(\mu_1,\mu_2) \ge
(\parallel \mu_1\parallel_e - \parallel \mu_2\parallel_e)^2 \ge
0,\end{displaymath}
its norm  $\parallel \mu\parallel_e = \sqrt{(\mu,\mu)_e}$. For every $\mu
\in {\cal E}$ the condition $\parallel \mu\parallel_e = 0$ is equivalent to
$\mu = 0$ ({\sl energy principle}). On ${\cal E}$ the mapping $(\mu,\nu)
\mapsto (\mu,\nu)_e$ is a scalar product, the set ${\cal E}^+$ is a
complete subset (H. Cartan 1945, 1946, J. Deny 1950, M. Brelot 1959, L. L.
Helms 1961). Using distributions of the first order one can prove that the
completion of the space ${\cal E}$ becomes a Hilbert space (J. Deny 1950).
By means of such ideas one can apply Hilbert space theory to potential
theory. But these results can be applied only for partial differential
equations having similar properties as the Laplace equation (see B. Fuglede
1960).

\vspace{0.9ex}
Following G. C. Evans 1935 for every $\mu \in {\cal E}$ there holds the
relation
\begin{displaymath}\int G_L\mu\,d\mu =
\int(\mbox{grad}\,G_L\mu)^2\,dx.\end{displaymath}


\vspace{0.9ex}
In 1840 C. F. Gau{\ss} considered the integral (M. Brelot 1959, G. Anger
1961, L. L. Helms 1969)
\begin{equation} I(\mu) = \int(G_L\mu - 2f)d\mu.\end{equation}
Here $\mu$ is a positive measure on the boundary $\partial\Omega$
satisfying $d\mu(x) = \sigma (x)dS(x)$ and total mass $\int d\mu$ = c, $f$
a continuous function on $\partial\Omega$. If $I(\mu_0) =
\mbox{min}_{\mu}I(\mu)$ then $G_L\mu_0 - f$ = const. on $\partial\Omega$.
If $f$ is the potential $G_L\mu_0$ of a positive measure $\mu_0$ then we
have the so-called balayage principle (see Section {\bf 5.}). The serious
difficulty to prove the exxistence of this minimum is that it is not clear
that there is a distribution, subject to the given conditions, which makes
the integral a minimum. O. Frostman 1935 proved the existence of the
minimum for (33) using the axiom of choise (see also de La Vall\'{e}e
Poussin 1937). Using the Hilbert space ${\cal E}$ H. Cartan 1945 proved the
following inequality: Let ${\cal F}$ be a nonempty closed convex subset of
${\cal E}^+$ and $\mu \in {\cal E}^+$, then there is a unique measure
$\mu_0 \in {\cal F}$ such that
```

```
\begin{displaymath}\parallel  \mu - \mu_0 \parallel_e < \parallel \mu - \nu
\parallel_e \,\mbox{for all}\; \nu \in {\cal F}, \nu \not=
\mu_0.\end{displaymath}

\vspace{0.9ex}
W. Thomson (Lord Kelvin) in 1847 (see O. D. Kellogg 1929), attempted to
found a proof on the least value of an integral. The same considerations
were used by P. G. Lejeune Dirichlet (1805 - 1859) in his lectures during
the following decade (see also P. L. Butzer 1987 and the results of E. B.
Christoffel in M. Brelot 1981). He considered the integral
\begin{displaymath} D(u) = \int \Big[(\frac{\partial u}{\partial x_1})^2 +
(\frac{\partial u}{\partial x_2})^2 + \cdots + (\frac{\partial u}{\partial
x_n})^2\Big]\,dx = \int (\mbox{grad}\,u)^2dx \end{displaymath}
taken over all smooth functions $u$ having the same boundary values $f$.
Dirichlet and other mathematicians assumed the existence of the infimum of
$D(u)$,
\begin{displaymath} D(u_0) = \mbox{inf}_u\,D(u).\end{displaymath}
From the calculus of variations it follows that $\Delta u_0 = 0,
\,u_0|_{\partial\Omega} = f$. The difficulty with the Dirichlet principle
was felt by mathematicians at an early date. K. Weierstra{\ss} was among
the first to emphasize its unreability, and in 1870 gave a conclusive
example showing the principle in its current form to be false. It therefore
remained in dispute for a number of years, until 1899, D. Hilbert showed
how, under proper conditions on the region, boundary values, and the
function $u$ admitted, it could be proved to be reliable (see O. D. Kellogg
1929). His method is called 'direct methods of the calculus of variations'
and important in partial differential equations up to now. But this method
can be applied only to problems in differential equations having a uniquely
determined solution. This is not the case for most inverse problems in
geophysics and medicine (G. Anger and H. Moritz 1999). The book of R. L.
Parker (1994) applies the direct methods of the calculus of variation for
studying inverse problems in geophysics. His method is correct from the
mathematical point of view, but can be applied only to inverse problems
which have a uniquely determined solution as in engineering (see also E.
Zeidler 1985). This fact is almost unknown.


\vspace{0.9ex}
For simplicity the following calculations are carried out only in
$\mbox{\boldmath$R^3$}$. Let $K(x^0,R) \subset \mbox{\boldmath$R^3$}$ be a
closed ball,
\begin{displaymath}\delta_{x^0,r}(f) = \frac{1}{4\pi
r^2}\int\limits_{\partial K(x^0,r)}f(y)\,dS(y) = \frac{1}{4\pi
r^2}\int\limits_{\vartheta = -\pi /2}^{\vartheta =\pi
/2}(\int\limits_{\varphi =
0}^{2\pi}f(r,\vartheta,\varphi)r^2\mbox{cos}\vartheta \,
d\varphi)\,d\vartheta \end{displaymath}
and  $\quad m_{x^0,R}(f) =$
\begin{displaymath} = \frac{3}{4\pi R^3}\int\limits_{K(x^0,r)}
f(y)\,dy_1dy_2dy_3 =
 \frac{3}{4\pi R^3}\, \int\limits_{r=0}^R (\int\limits_{\vartheta = - \pi
/2}^{\pi /2} (\int\limits_{\varphi = 0}^{2\pi}f(r,\vartheta
,\varphi)r^2\mbox{cos}\vartheta\,d\varphi )d\vartheta )dr.\end{displaymath}
The measures $\delta_{x^0,r}$ and $m_{x^0,R}$ are averages (in physics over
the atomic structures). For the Newtonian potential $G_L\delta_{x^0,R}$ we
obtain
\begin{displaymath}G_L\delta_{x^0,r}(x) = \frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{|x -
x^0|},\quad \mbox{if} \quad |x - x^0|\ge r\end{displaymath}
\begin{displaymath}G_L\delta_{x^0,r}(x) = \frac{1}{4\pi r} \quad \mbox{if}
\quad |x - x^0| \le r,\end{displaymath}
and for $G_Lm_{x^0,r}$
\begin{displaymath}G_Lm_{x^0,R}(x) =  \frac{1}{4\pi }\,\frac{1}{|x - x^0|},
\quad \mbox{if} \quad  |x - x^0| \ge R \end{displaymath}
```

```
\begin{displaymath}G_Lm_{x^0,R}(x) =  \frac{1}{4\pi R^3}(\frac{3}{2}\,R^2 -
\frac{1}{2}|x - x^0|^2), \quad \mbox{if} \quad  |x - x^0| \le R.
\end{displaymath}
Further, the relations hold
\begin{equation}m_{x^0,R}(f) = \int\limits_{r=0}^R\Big (\frac{1}{4\pi
r^2}\int\limits_{\partial K(x^0,r)}f(y)dS(y)\Big )\frac{3r^2}{R^3}\,dr =
\int\limits_{r=0}^R\delta_{x^0,r}(f)\,dm(r),\end{equation}

where$\; \int\limits_{r=0}^R dm(r) = 1$. The potential $G_L\delta_{x^0,r}$
is continuous, the potential $G_Lm_{x^0,R}$ has continuous partial
derivaties of first order and satisfies
\begin{equation}\Delta u = 0 \quad \mbox{outside}\quad K(x^0,R), \quad
\Delta u = - \frac{3}{4\pi R^3}\quad \mbox{in} \quad
K(x^0,R).\end{equation}
Similar results hold in $\mbox{\boldmath$R^n$}$. For $R \searrow 0$ ge get
\begin{displaymath}G_L\delta_{x^0,R}(x) \nearrow
\frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{|x - x^0|}\end{displaymath}
and
\begin{displaymath}G_Lm_{x^0,R}(x) \nearrow \frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{|x -
x^0|}\end{displaymath}
(monotone increasing). There are infinitely many measures $\mu \ge 0$ on
$K(x^0,r), \; r \le R$, which produce the same potential $G_L\delta_{x^0}$
outside $K(x^0,R)$. Therefore we introduce for $\mu = \delta_{x^0}$ the set
\begin{equation}{\cal B}(\mu) = \{\nu \ge 0: \mbox{supp}\, \nu \subset
\bar{\Omega}, \; G_L\mu (z) = G_L\nu (z), z \not\in \Omega
\}.\end{equation}
Later we shall prove that the measures $\mu = \delta_{{x^0},r}, \; r \le
R$, are extremal elements of ${\cal B}(\mu)$ and uniquely determined if the
support supp$\,\mu$ is known (G. Anger 1990).

\vspace{0.9ex}
Let $\mu \ge 0$ be a measure with compact support supp$\,\mu$, i.e., the
measure $\mu$ is concentrated on a compact set. We define for $\mu \ge 0$
and $R = 1/k$
\begin{displaymath}f_k(x^0) = \int G_Lm_{x^0,R}(x)\,d\mu (x) = \int G_L\mu
(y)\,dm_{x^0,R}(y) \le \int G_L(x^0,y)\,d\mu (y) = G_L\mu
(x^0).\end{displaymath}
The functions $f_k$ are continuous and monotone increasing to $G_L\mu
(x^0)$. A sequence of monotone increasing continuous functions is a lower
semicontinuous function. Therefore the potential of a positive measure is a
{\sl semicontinuous function}. In some proofs of mathematics  this
property has deep consequences, but not known in applications (G. Anger
1990).

\vspace{0.9ex}
Let
\begin{equation}\int u(y)\,dm_{x^0,r}(y) =  {\cal M}^r_u(x^0)
\end{equation}
and
\begin{equation}\int u(y)\,d\delta_{x^0,r}(y) = {\cal
A}^r_u(x^0)\end{equation}
averages over $K(x^0,r)$ resp. $\partial K(x^0,r)$.
A lower semicontinuous function $u : \Omega \mapsto
\bar{\mbox{\boldmath$R$}}$ is called {\sl superharmonic}, if for every
(open) ball $B(x^0,R) \subset \Omega$ the inequality
\begin{displaymath} {\cal M}^r_u(x^0) \le u(x^0)\end{displaymath}
holds, {\sl subharmonic} if $-u$ is superharmonic, i.e.,
\begin{equation}u(x^0) \le {\cal M}^r_u(x^0).\end{equation}
In the definition one can replace ${\cal M}^r_u$ by ${\cal A}^r_u$. Both
definitions are equivalent (M. Brelot 1959). A function $u$ is harmonic if
it is both superharmonic as well as subharmonic. Following F. Riesz 1930
every superharmonic function can be represented as a potential of a
positive measure $\mu$ and a harmonic function (see also L. L. Helms 1969).
```

```
\vspace{0.9ex}
A function $u$ defined on an open connected set $\Omega \subset
\mbox{\boldmath$R^n$}$ obeys the {\sl maximum principle} if
$\mbox{sup}\,\{u(x): x \in\Omega\}$ is not attained on $\Omega$ unless $u$
is a constant, and the {\sl minmum principle} if $\mbox{inf}\,\{u(x): x
\in\Omega$\} is not attained unless $u$ is a constant.

\vspace{0.9ex}
Superharmonic functions obey the minimum principle, subharmonic functions
the maximum principle.  Harmonic functions obey both the maximum principle
as well as the minimum principle, i.e., a harmonic function $u \in
C(\bar{\Omega})$ satisfies
\begin{equation}\mbox{min}\,\{u(y):\,y \in \partial\Omega\} \le u(x) \le
\mbox{max}\,\{u(y): \, y \in \partial\Omega\}.\end{equation}
From this inequality the uniqueness of the Dirichlet problem and the
existence of the harmonic measure $\mu_x$, which solves the Dirichlet
problem, follow. A continuous function $u: \bar{\Omega} \mapsto
\mbox{\boldmath$R$}$ harmonic in $\Omega$ is uniquely determined by its
boundary values $u|_{\partial\Omega} = f$. In order to prove the balayage
principle, the existence of the solution of the Dirichlet problem, and so
on,  one needs intrinsic properties of solutions of the Laplace equation
$\Delta u = \rho$, for instance, the maximum - minimum principle,  the
energy principle for potentials, and so on (see also G. Choquet 1969). By
means of such principles modern aspects of functional analysis can be
applied to partial differential equations. Not too many scientists working
in applications know such ideas basic, especially, for inverse problems.
One does not obtain such basic results by using only calculations with
special functions.

\vspace{0.3cm}
{\large\bf 5. The balayage principle (sweeping out process)}.

\vspace{0.9ex}
The solution of the Dirichlet problem
\begin{equation}\Delta u = 0\quad \mbox{in} \quad\Omega,  \quad
u|_{\partial\Omega} = f\end{equation}
for an open ball $\Omega = B(x^0,r) \subset \mbox{\boldmath$R^n$}, n \ge
2$, has the form (Poisson integral)
\begin{equation}u(x) = \int\limits_{\partial\Omega}f(y)P(x,y)\,dS(y) = \int
f(y)\,d\mu_x(y), \end{equation}
where $P(x.y)$ is the Poisson kernel,

\begin{displaymath}P(x,y) = \frac{1}{R\omega_n}\,\frac{R^2 - |x -
x^0|^2}{|x - y|^n}, \; n \ge 2.\end{displaymath}
Here $d\mu_ x(y) = P(x,y)\,dS(y)$ is the so-called {\sl harmonic measure}
which solves the Dirichlet problem. The harmonic measure $\mu_x$ exists for
every bounded domain $\Omega$, where the boundary must not be smooth (G.
Anger 1990, M. Brelot 1959, L. L. Helms 1969).
If $f(y) = G_L(y,z), z \not\in \Omega$, we obtain -  as consequence of the
solution of the Dirichlet problem -
\begin{displaymath}G_L(x,z) =
\int\limits_{\partial\Omega}G_L(y,z)P(x,y)\,dS(y).\end{displaymath}
We define the Green function by
\begin{equation}G_L^{\Omega}(x,z) = G_L(x,z) -
\int\limits_{\partial\Omega}G_L(y,z)P(x,y)\,dS(y) \ge 0, \quad x,z \in
\Omega.\end{equation}
Now let us integrate (43) with respect to $\mu \ge 0$, supp\,$\mu \subset
\Omega$. For $z \not\in \Omega$ the following relations hold (de La
Vall\'{e}e Poussin 1931, 1937)
\begin{equation}G_L\mu (z) = \int\limits_{\partial\Omega}G_L(y,z)(\int
P(x,y)\,d\mu (x))\,dS(y) = \int\limits_{\partial\Omega}G_L(y,z)\sigma
(y)\,dS(y) = G_L\nu(z),\end{equation}
```

```
where
\begin{displaymath} \sigma (y) = \int P(x,y)\,d\mu (x) \ge
0.\end{displaymath}
The measures $\mu$ and $\nu$, where supp\,$\mu \subset \Omega$ and
supp\,$\nu \subset \partial\Omega$, give the same potential outside
$\Omega$. Further, the following inequality holds
\begin{equation}G_L\mu (z) \ge G_L\nu (z) \quad \mbox{for all} \quad z \in
\mbox{\boldmath$R^n$},\end{equation}
which is a consequence of the superharmonicity of $G_L\mu - G_L\nu \ge 0$.
The relations (44) and (45) are called the {\sl balayage principle}
(sweeping out proceess), the measure $\nu \ge 0$  the swept out measure.
This notion goes back to H. Poincar\'{e} (1854 - 1912).  Poincar\'{e}
constructed for a function $\bar{f} : \bar{\Omega} \mapsto
\mbox{\boldmath$R$}, \;\bar{f}|_{\partial\Omega} = f$, a sequence of
functions $f_k$ satisfying $f_k|_{\partial\Omega} = f$ such that
$\lim_{k\to\infty}f_k$ tends to a harmonic function $u$ satisfying $\Delta
u  = 0$ in $\Omega$ and $u|_{\partial\Omega} = f$. The mass of $\bar{f}$,
if this function is a potential, is swept out onto $\partial\Omega$ (O. D.
Kellogg 1929, de La Vall\'{e}e Poussin 1931, 1937). The idea to use the
sweeping out process (balayage) for constructing the solution of the
Dirichlet process goes back to C. F. Gauss (1777 - 1855) and E. B.
Christoffel (1829 - 1900). Christoffel solved for smooth boundaries
$\partial\Omega$ Dirichlet's problem in the form
\begin{equation} u(x) = \int\limits_{\partial\Omega}f(y)\frac{\partial
G_L^{\Omega} (x,y)}{\partial n}\,dS(y) = \int\limits_{\partial\Omega}
f(y)P(x,y)\,dS(y), \end{equation}
where $G_L^{\Omega}$ is Green's function. In the plane Christoffel used
complex analysis to deduce this solution. Follwing M. Brelot 1981
Christoffel was till now unknown to the specialists of potential theory.
However, he had published around 1870 a few remarkable papers on that
question. Most of his research work was not deepened later.

\vspace{0.9ex}
For simplicity we proved the balayage principle by using the solution of
the Dirichlet problem for a ball.

\vspace{0.9ex}
In its general form the {\sl balayage principle} for the Laplace equation
is the following:
\begin{enumerate}
\item To every measure $\mu \ge 0$ satisfying supp$\,\mu \subset
\bar{\Omega}$ there exists a measure $\nu \ge 0$ with supp$\,\nu \subset
\partial\Omega$ and
\begin{equation}G_L\mu (z) = G_L\nu (z) \quad \mbox{for all} \quad   z
\notin \bar{\Omega},\end{equation}
\item on the whole space the inequality
\begin{equation}G_L\mu \ge G_L\nu \quad \mbox{holds}.\end{equation}
\end{enumerate}
If $\mu = \delta_x$ we get $\nu = \mu_x$, the harmonic measure. It solves
the Dirichlet problem of the Laplace equation in the form (de La Vall\'{e}e
Poussin 1931b, 1932, 1937, see also H. Cartan 1945, 1946, M. Brelot 1959,
L. L. Helms 1969)
\begin{equation}u(x) = \int f(y)\,d\mu_x(y).\end{equation}

\vspace{0.3cm}
{\large\bf 6. Further properties of potentials, capacity}

\vspace{0.9ex}
Following F. Riesz 1909 and J. Radon 1913 every continuous linear form $L:
C(K) \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ can be represented by means of a measure
$\mu$ concentrated on $K$
\begin{displaymath}L(f) = \int f(x)\,d\mu (x), \;f \in
C(K).\end{displaymath}
```

This property is often used to define a measure μ concentrated on K as integral. A measure μ on the whole $\mbox{\boldmath$R^n$}$ is defined as a linear form μ on $C_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$ satisfying for every compact subset K
\begin{displaymath}|\mu (f)| \le M_K\; \mbox{sup}\{|f(x)|: \mbox{supp}\,f \subset K\}.\end{displaymath}
Beginning with this continuous linear form one can continue the linear form μ onto integrable functions $f \in L^p_{\mu}(\mbox{\boldmath$R^n$})$ with the norm (19). For the characteristic function 1_B of a measurable set $B \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ one obtains the measure of the set B, i.e.,
\begin{displaymath}\mu (B) = \int 1_B(x)\,d\mu (x).\end{displaymath}
Both definitions (as set function or continuous linear form (integral)) are equivalent. We prefer the definition as continuous linear form, since a large part of modern potential theory is studied by means of results of functional analysis. This is the aspect of the last 50 years which has many advantages. Modern potential theory (and inverse problems) can only be studied by using this aspect.

\vspace{0.9ex}
Let $\lambda \ge 0$ be a measure on K producing a continuous potential $G_L\lambda$, F^+_K the set of these λ, F_K the set of all $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2, \; \lambda_1, \lambda_2 \in F^+_K$, and F^+ the set of all $\lambda \ge 0$ with compact support and continuous potential $G_L\lambda$. Further, let μ be a continuous linear form on $C(K)$ (measure on K) written as integral $\mu (f) = \int f(x)\,d\mu (x)$. For $f = G\lambda$, $\lambda \in F_K$, $K = \bar{\Omega}$ or $K = \partial\Omega$, Ω bounded open set, we deduce
\begin{equation}\int G_L\lambda \,d\mu = \int G_L\mu\,d\lambda.\end{equation}
The potential $G_L\mu$ can be discontinuous (see $\mu = \delta_{x^0}$ or the Lebesgue spine defined in (55)). Integrating this potential with respect to a measure $\lambda \in F_K$ one gets the measure μ at the continuous function $G_L\lambda$. {\sl It is more convenient to study continuous linear forms (measures) μ on $C(K)$ than to study the potential $G_L\mu$. In this way one can apply the results of functional analysis to physics} (G. Anger 1958, 1990). This aspect was not known in potential theory before 1942 (see H. Cartan 1945). One sees that basic mathematical structures are very important in mathematical physics to clarify fundamental problems. Every generation of scientists has new ideas which clarify basic structures in applications, and such results have to be taught.

\vspace{0.9ex}
Let $\mu_1, \,\mu_2$ be two measures. From $G_L\mu_1 = G_L\mu_2$ on the whole space $\mbox{\boldmath$R^n$}$ it follows that $\mu_1 = \mu_2$. This can easily be proved. Multiplying this equation with respect to $(-\Delta \varphi), \; \varphi \in C^{\infty}_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$, integrating this equation and using relation (9), we obtain
\begin{displaymath}\int G_L\mu_1(x)(-\Delta \varphi (x))\,dx = \int (\int(G_L(x,y)(-\Delta\varphi (x)\,dx))\,d\mu_1(y)) = \int \varphi (y)\,d\mu_1(y)\end{displaymath}
\begin{displaymath} = \int G_L\mu_2(x)(-\Delta\varphi (x))\,dx = \int \varphi (y)\,d\mu_2(y). \end{displaymath}
Since the space $C^{\infty}_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$ is dense in $C_0(\mbox{\boldmath$R^n$})$, we get finally
\begin{displaymath}\int \varphi (y)\,d\mu_1(y) = \int \varphi (y)\,d\mu_2 (y)\; \mbox{for every}\;\varphi \in C_0(\mbox{\boldmath$R^n$});\end{displaymath}
this means $\mu_1 = \mu_2$ (de La Vall\'{e}e Poussin 1937, see also G. Anger 1990)

\vspace{0.9ex}

In G. Anger 1981, 1990 the following important theorem is established. Let x be a point of the support of μ, i.e., $x \in$ supp$\,\mu$, $B(x,r)$ a sufficiently small ball. If the potential $G_L\mu$ is not known on $B(x,r)$, then the measure μ is not uniquely determined. This result has far-reaching consequences in inverse theory, especially in electrocardiology and encephalography (G. Anger 1997a, 1997b). In general it is not possible to determine the mass distribution (charges) by means of measurements on the boundary (at finitely many points). Therefore the scientist largely depends on practical experience in dealing with inverse problems (relative to the Laplace equation or another partial differential equation, see also the remarks concerning the complexity of nature on the first page of this paper).

\vspace{0.9ex}
Applying relation (50) to problems of potential theory (theory of the Laplace equation) one often has conclude from
\begin{equation} \int G_L\lambda (y)\,d\mu_1 (y) = \int G_L\lambda (y)\,d\mu_2 (y) \;\mbox{for every}\; \lambda\in F_{\partial\Omega}\end{equation}
to the relation
\begin{equation}G_L\mu_1 (x) = G_L\mu_2 (x)\; \mbox{on}\; \partial\Omega.\end{equation}
This relation holds, except a set of capacity zero. (52) follows from
\begin{equation}\int (G_L\mu_1 (x) - G_L\mu_2 (x))\,d\lambda (x) = 0 \;\mbox{for every} \, \lambda \in F_{\partial\Omega}.\end{equation}
To prove the relations (51), (52), (53) one needs the following important property of Newtonian potentials: If $\lambda \in F_K^+$ then the restriction λ_{K_1} on $K_1 \subset K$ is also an element of F_K^+ (G. Anger 1958, 1961, 1990).

\vspace{0.9ex}
H. Cartan 1945, 1946 proved this relation for measures μ_1, μ_2, where $\lambda \in {\cal E}^{+}$. If $d\lambda (x) = dx$ (Lebesgue measure) and the integration is taken over $\bar{\Omega}$, then
\begin{equation}G_L\mu_1 (x) = G_L\mu_2 (x),\end{equation}
except a set of Lebesgue measure zero. The sets of capacity zero are smaller than the sets of Lebesgue measure zero and more adapted to potential theory. Using the sets of capacity zero one can study Dirichlet's problem for every domain $\Omega \subset \mbox{$\boldmath$R^n$}$ from a systematic point of view (see M. Brelot 1959 and L. L. Helms 1969). Sets of Lebesgue measure zero are necessary to conclude from (53) to (54) and conversely. In this way one can apply the spaces $L^p_{\mu}(\Omega)$. Sets of capacity zero are necessary to conclude from (51) to (52) and conversely. This makes it possible to use the space $C(\partial\Omega)$. {\sl The theory of the spaces} $C(K)$ {\sl is the so-called fine analysis} (in the sense of French mathematicians) {\sl with far-reaching results concerning the logical structures of the problems considered. The topology of the spaces $C(K)$ is finer than the topology of the spaces $L^2(\Omega)$. Such results are necessary to clarify basic structures of inverse problems} (see G. Anger 1990, G. Anger et al. 1993). During the past decades the spaces $L^p_{\mu}(\Omega)$ were used too much in applications. In order to apply the L^p-theory for partial differential equatsions one needs the function u on the whole open set $\Omega \subset \mbox{$\boldmath$R^n$}$. Most scientists do not know the results of 'fine analysis'. This is the reason why the results on inverse problems are not well known.

\vspace{0.9ex}
In the development of potential theory the counterexample of H. Lebesgue 1912 played an important role. He showed that for a special domain $\Omega_0 \subset \mbox{$\boldmath$R^3$}$, whose boundary $\partial\Omega_0$ is smooth except at the origin $(0,0,0) \in \partial\Omega_0$, the Dirichlet problem cannot be solved in the classical sense at (0,0,0). The

```
domain for which the Dirichlet problem cannot be solved is the so-called
{\sl Lebesgue spine}. Let us consider the line segment  ${\cal L} =
\{(\xi,0,0): 0 \le x \le 1\} \subset \mbox{\boldmath$R^3$}$. The Newtonian
potential $G_L\mu$ of this line segment is defined by
\begin{equation}G_L\mu_{\tau}(x) = \int\limits^1_0 \frac{\xi\,d\xi}{((\xi -
x_1)^2 + x_2^2 + x_3^2))^{1/2}}.\end{equation}
The integral considered has the value
\begin{displaymath}G_L\mu_{\tau} (x) = ((1 - x_1)^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}
- (x_1^2 + x_2^2  + x_3^2)^{1/2}+ x_1\,\mbox{log}\,|1 - x_1 + ((1 - x_1)^2
+ x_2^2 + x_3^2)^{1/2}|\end{displaymath}  \begin{displaymath}+
x_1\,\mbox{log}\,|x_1 + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}|
 - x_1\,\mbox{log}\,(x_2^2 + x_3^2).\end{displaymath}
The first four terms tend to 1 if $(x_1,x_2,x_3) \rightarrow (0,0,0)$. Now
let $x_1 > 0$. Then
\begin{displaymath}\lim_{|x|\to 0} G_L\mu_{\tau}(x) = 1 - \lim_{|x|\to
0}\,x_1\,\mbox{log}\,r^2,\end{displaymath}
where $r^2 = x_2^2 + x_3^2$. If $x_1^k = r^2$ then $G_L\mu_{\tau}(x)
\rightarrow 1$. If, however, this approach is along a path for which $x_1 >
0$ and $r = \mbox{exp}\,(-c/2x_1),\; c > 0$, then $G_L\mu_{\tau}
\rightarrow 1 + c$. Outside ${\cal L}$ the Newtonian potential
$G_L\mu_{\tau}$ is harmonic, but along different paths defined by
$G_L\mu_{\tau} (x) = 1 + c_j, \quad j = 1,2,$ the harmonic function has
different values. The point (0,0,0) is called an irregular boundary point.
The set of irregular points is of capacity zero (N. Wiener (1924), O. D.
Kellogg 1929, de La Vall\'{e}e Poussin 1932, 1937, H. Cartan 1945, 1946, M.
Brelot 1959, L. L. Helms 1969).

\vspace{0.9ex}
The problems in electrostatics are governed by the Laplace equation and its
potentials $V = G_L\mu$. The capacity ${\cal C}$ of an isolated conductor
$K \subset \mbox{\boldmath$R^3§$}$ is defined as the ratio of the charges
$Q$  in equilibrium on it to the value of the (constant) conductor
potential $U$ at its surface, i.e.,
\begin{displaymath}Q = {\cal C}U.\end{displaymath}
If $U = 1$ on K then ${\cal C} = Q = \int d\mu_o$ and
\begin{displaymath}{\cal C} = -
\frac{1}{4\pi}\int_{\partial\Omega}\frac{\partial V_0}{\partial
n}dS,\end{displaymath}
where $K \subset \Omega$, $\partial\Omega$ a smooth surface and $V_0 =
G_L\mu_0$. The potential $G_L\mu_0$ is continuous in the whole space.

\vspace{0.9ex}
By using limits one can introduce the capacity for every bounded set $B$
(see O. D. Kellogg 1929, M. Brelot 1959, G. Choquet 1969, L. L. Helms 1969,
B.-W. Schulze and G. Wildenhain 1977). H. Lebesgue was the first who
pointed out the importance of sets of 'capacity zero', but he did not use
this notion (de La Vall\'{e}e Poussin 1932). Following de La Vall\'{e}e
Poussin 1932 the capacity of a compact set $K$ is given by
\begin{equation} {\cal C}(K) = \mbox{sup}\,\{\mu (K): \mu \ge 0, \,
\mbox{supp}\,\mu \subset K, G_L\mu \le 1\}.\end{equation}

\vspace{0.9ex}
Let $B \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$. The {\sl inner capacity} of $B$,
denoted by ${\cal C}_{*}(B)$, is defined by
\begin{displaymath}{\cal C}_{*}(B) = \mbox{sup}\,\{{\cal C}(K): \,K
\;\mbox{compact},\, K \subset B\},\end{displaymath}
the {\sl outer capacity} of $B$ is defined by
\begin{displaymath}{\cal C}^{*}(B) = \mbox{inf}\,\{{\cal C}_{*}(U),
U\;\mbox{open},\, U \supset B\}.\end{displaymath}
A subset $B \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ is {\sl capacitable} if ${\cal
C}_{*}(B) = {\cal C}^{*}(B)$ in which case the {\sl capacity} ${\cal C}(B)$
is defined by the common value. Following G. Choquet 1953, 1969 a large
```

```
class of subsets, especially the compact and open subsets, are capacitable
(see also M. Brelot 1959 and L.L. Helms 1969).

\vspace{0.9ex}
A set of capacity zero $E$ has the following property: There is a
(positive) measure $\mu$ such that $G_L\mu (x) = + \infty$ on $E$ and
$G_L\mu < \infty$ outside $E$. Every positive measure $\nu$ concentrated on
a set $E$ of capacity zero gives a potential $G_L\nu$ which is not bounded
on $E$. Further, it is possible to introduce a notion of capacity for other
differential equations, especially for the heat equation and differential
equations of higher order (see G. Anger 1990).

\vspace{0.9ex}
Following H. Cartan 1945, 1946 a set $B \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ is
of capacity zero, if and only if
\begin{equation}\mu (B) = 0 \;\mbox{for every}\; \mu \in {\cal
E}^+,\end{equation}
and G. Anger 1958, 1990 a set $B \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ is of
capacity zero, if and only if
\begin{equation}\lambda (B) = 0 \;\mbox{for every}\; \lambda \in
F^+.\end{equation}
Then we can apply the relations (51) - (54). In order to prove the
equivalence of (57) and (58) one needs only Lusin's theorem (see P. R.
Halmos 1950 and G. Anger 1958, 1990).

\vspace{0.3cm}
{\large\bf 7. The Dirichlet problem}

\vspace{0.9ex}
It is well known that the Dirichlet problem of the Laplace equation (an
elliptic differential equation of the second order) consists in determining
a solution $u$ satisfying
\begin{equation}\Delta \,u = 0 \quad \mbox{in}\quad \Omega, \; \lim_{x
\rightarrow y \in \partial\Omega} u(x) = f(y), \end{equation}
where $f$ is a continuous function, $\; \Omega \subset
\mbox{\boldmath$R^n$}$ a (bounded) domain, $\;\partial\Omega$ its boundary.
As we have seen in example (55) the Dirichlet problem cannot be solved at
every boundary point $y \in \partial\Omega$ (counterexample of H.
Lebesgue). Therefore O. Perron (and independantly W. Remak, see G. Anger
1961) developed in 1923 a method to obtain a solution of the Dirchlet
problem for an arbitrary domain. No restrictions on $\Omega$ and $f$ are
necessary. In 1924 N. Wiener published two papers on the Dirichlet problem
and introduced the notion of capacity to characterize the irregular
boundary points (see de La Vall\'{e}e Poussin 1937, 1949, M. Brelot 1959,
L. L. Helms 1969 and N. S. Landkof 1972). M. Brelot further studied the
Dirichlet problem and gave an axiomatic approach for this problem (see also
H. Bauer 1984). Now this method is called {\sl Method of Perron-Wiener-
Brelot}.

\vspace{0.9ex}
Let $f: \partial\Omega \mapsto \mbox{\boldmath$\bar{R}$}$ be a real
function. A function $u:\Omega \mapsto \mbox{\boldmath$\bar{R}$}$ is called
{\sl hyperharmonic (hypoharmonic)} on $\Omega$ if it is superharmonic
(subharmonic) or identically $+\infty \;(-\infty)$. The {\sl upper class}
of functions ${\cal U}_f$  determined by the functions $f$ on
$\partial\Omega$ is given by
\begin{displaymath} {\cal U}_f = \{u: u  \; \mbox{hyperharmonic on}
\;\Omega, \, \liminf_{x\rightarrow y} u(y) \ge f(y)\; \mbox{for all } y \in
\partial\Omega, u \;\mbox{bounded below} \}.\end{displaymath}
The {\sl lower class} ${\cal L}_f$ determined by $f$ is given by
\begin{displaymath}{\cal L}_f = \{u: u \; \mbox{hypoharmonic on }\; \Omega,
\, \limsup_{x\rightarrow y} \le f(y)\; \mbox{for all}\; x\;\in
\partial\Omega,
```

```
u\; \mbox{bounded above}\}.\end{displaymath}
Note that ${\cal U}_f$ contains the function that is identically $+\infty$
on $\Omega$ and that  ${\cal L}_f$ contains the function which is
identically $-\infty$ on $\Omega$.

\vspace{0.9ex}
The {\sl upper solution} for the generalized Dirichlet problem for the
boundary function $f$ is defined by
\begin{equation}\overline{{\cal H}}_f(x) = \mbox{inf}\{u(x), u \in {\cal
U}_f\},\end{equation}
and the {\sl lower solution} by
\begin{equation}\underline{{\cal H}}_f(x) = \mbox{sup}\{u(x): u \in {\cal
L}_f\}.\end{equation}
The functions $\overline{{\cal H}}_f$ and $\underline{{\cal H}}_f$ are
either identically $+ \infty$, identically $- \infty$, or harmonic on
${\Omega}$. Further, if $u \in {\cal L}_f$ and $v \in {\cal U}_f$ then $u
\le v$ and $\underline{H}_f \le \bar{H}_f$ on $\Omega$.

\vspace{0.9ex}
If $\overline{{\cal H}}_f = \underline{{\cal H}}_f$ and both harmonic on
$\Omega$, then $f$ is called a {\sl resolutive boundary function} and
${\cal H}_f = \overline{{\cal H}}_f = \underline{{\cal H}}_f$  is called
the {\sl Dirichlet solution} for $f$. The solution can be reprsented in the
form
\begin{equation} {\cal H}_f(x) = \int f(y)\,d\mu_x(y),\end{equation}
where $\mu_x$ is the so-called harmonic measure concentrated on
$\partial\Omega$.
This follows from the representation theorem of F. Riesz 1909 and J. Radon
1913. We note once more that we did not use any restriction on $\Omega$ and
$f$. {\bf This fact is very important in inverse theory. Too hard
restrictions often destroy the structure of an inverse problem} (see also
G. Anger et al. 1993, p. 34). The solution of the Dirichlet problem, a so-
called direct problem, depends continuously on the boundary values.

\vspace{0.9ex}
H. Cartan 1945, 1946 considered a topology on $\mbox{\boldmath$R^n$}$ that
is finer than the metric topology and more natural from the potential
theoretic point of view. The new topology is called the fine topology and
concepts relative to this topology are prefixed by "fine" or "finely". The
{\sl fine topology} is the smallest topology on $\mbox{\boldmath$R^n$}$ for
which all superharmonic functions are continuous in the extended sense (see
M. Brelot 1959, L. L. Helms 1969 and N. S. Landkof 1972).

\vspace{0.9ex}
A point $y \in \partial\Omega$ is a {\sl regular boundary point} if
$\lim_{x \rightarrow y} {\cal H}_f(x) = f(x)$ for every $f \in
C(\partial\Omega)$. Otherwise $y$ is a {\sl irregular boundary point}. The
set of all irregular boundary points form a set of capacity zero (O. D.
Kellogg 1929, de La Vall\'{e}e Poussin 1937). In 1937 M. V. Keldysh
discovered a new phenomenon of instability of the Dirichlet problem under
external variations  of the boundary of the region; conditions for
stability were also investigated (see N. S. Landkof 1972). This result is
important for problems in numerical analysis. About 1970 Russian
mathematicians were of the opinion, that all problems in modern potential
theory were solved. Later most scientists used Sobolev spaces, structure of
which is not fine enough for deep problems in inverse theory, for studying
problems in differential equations. But modern potential theory is the
basis for many inverse problems, especially for inverse problems of the
Laplace equation. In this way one can clarify basic structures of inverse
problems. Generally inverse problems in natural sciences cannot be uniquely
solved (G. Anger 1990, G. Anger and H. Moritz 1999).

\vspace{0.9ex}
```

```
For partial differential equations of higher order, especially for the
biharmonic equation
\begin{displaymath}\Delta^2 u = \Delta(\Delta u) = 0,\end{displaymath}
one needs further boundary conditions. In the one-dimensional case this
equation has the form $u^{(4)} = 0$, its solution is $u(x) = c_0 + c_1x +
c_2x^2 + c_3x^3$. At the endpoints $a$ and $ b$ of an interval $[a,b]$ one
can describe  $u(a), u'(a), u(b), u'(b)$. In the book of B.-W. Schulze and
G. Wildenhain 1977 a theory for equations of higher order is developed.
Equations of higher order are more difficult to handle than elliptic
equations of second order, for which a rich theory exists.


\vspace{0.3cm}
{\large\bf 8. Inverse problems}

\vspace{0.9ex}
The inverse source problem relative to the Laplace equation consists in
determining the mass distribution (measure) $\mu$ concentrated on
$\bar{\Omega}$, the source of the Newtonian field, by measurements on the
boundary $\partial\Omega$, i.e.,
\begin{equation} G_L\mu|_{\partial\Omega} = g.\end{equation}
From (10) it follows that the measure $\mu$ cannot be uniquely determined
by measurements on the boundary $\partial\Omega$. Therefore one needs
additional information on $\mu$ in applications. Similar results hold for
every partial differential equation. Further, in inverse theory sometimes
several coefficients of a partial differential equation are to be
determined by additional information (see G. Anger 1990, G. Anger et al.
1993). The results of Ch.J. de La Vall\'{e}e Poussin are necessary for
dealing with such problems. Following Section 1 the relations between the
inner (unknown) parameters $f$ and the measured data $g$ may be formally
written as an equation of the first kind
\begin{equation}Af = g.\end{equation}
Most problems in applications are governed by partial differential
equations. In this case the operator $A$ has a very complex structure.

\vspace{0.9ex}
The simplest operators are linear (or nonlinear) operators
\begin{equation}A: \mbox{\boldmath$R^n$} \mapsto
\mbox{\boldmath$R^n$}\end{equation}
Often, the operator $A$ is represented by an integral
\begin{equation}Af(x) = \int\limits_a^b K(x,y)f(y)\,dy,\end{equation}
where $f \in C([a,b])$ or $f \in L^2([a,b])$.

\vspace{0.9ex}
In the case of linear mappings $A: \mbox{\boldmath$R^n$} \mapsto
\mbox{\boldmath$R^n$}$  the following facts hold
\begin{enumerate}
\item $Af = g$ has a uniquely determined solution.
\item For $Af = g$ there exists infinitely many solutions $f$.
\item There is no solution $f$ satisfying $Af = g$.
\end{enumerate}
One can explain these results by using two straight lines in
$\mbox{\boldmath$R^2$}$. These basic results hold for every inverse
problem, formally written as equation of the first kind (G. Anger 1990, G.
Anger et al. 1993). In natural sciences and medicine most inverse problems
have, without additional information, infinitely many solutions or its
solution is discontinuous (see the following considerations).

\vspace{0.9ex}
In numerical analysis one has to discretize the integral in (66), i.e., to
consider
\begin{equation}A_Nf(x_j) = \sum_{k=1}^N K(x_j,y_k)f(y_k) = \sum_{k=1}^N
c_{jk}f(y_k) = g(x_j),\end{equation}
```

which is a linear system. Finitely many points have dimension zero. But in inverse theory one has to conclude onto the whole interval $[a,b]$, which is not possible without additional information. The counterexample is the follwing.
Let $\varphi : [a,b] \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$ be a (continuous) function satisfying $\varphi (x_1) = \varphi (x_2) = \cdots = \varphi (x_N) = 0$. Then we get
\begin{equation} A_N(f + \varphi) = A_Nf.\end{equation}
The solution $f + \varphi$ is a so-called {\sl ghost} or {\sl phantom}, in medicine called an {\sl artifact} (see G. Anger 1997, G. Anger and H. Moritz 1999).

\vspace{0.9ex}
Let A be a compact operator, i.e., an operator which maps any bounded set of a Banach space into a compact set. If X and Y are two infinite Banach spaces and $A: X \mapsto Y$ a one-to-one compact operator, then the inverse operator A^{-1} ist discontinuous. This can be easily be proved. If A^{-1} is continuous, then the operator $A^{-1}A = I$, I identity operator, is a compact operator (S. Banach 1932, E. Hille 1948, N. Bourbaki 1955, E. Zeidler 1985). This is not possible if X has infinite dimension.

\vspace{0.9ex}
In applications the operator A has good mathematical properties (compact operator). This is the case on $L^2([a,b])$ if the kernel K of (66) is square-integrable on $[a,b] \times [a,b]$ (see, for instance, M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev 1995, E. Zeidler 1985). Therefore most solutions of inverse problems, if they are uniquely determined, depend discontinuously on the measured data g. This fact has far-reaching consequences (G. Anger 1990, V. G. Cherednichenko 1996, H. Engl 1996, V. Isakov 1998, A. Kirsch 1996, A. I. Prilepko et al. 1999, A. N. Tikhonov et al. 1998). One has to replace the corresponding problem by another problem (regularization). One possibility is to consider the operator A on a compact subset X_0. If $A: X_0 \mapsto Y_0$ is one-to-one, then the inverse operator A^{-1} is continuous, a well known theorem of topology (A. N. Tikhonov at al. 1998). Similar results hold on $\mbox{\boldmath$R^n$}$, especially for the Newtonian potential
\begin{equation}Af(x) = \int\limits_{\Omega}G_L(x,y)f(y)\,dy.\end{equation}
Later we shall explain that this operator has infinitely many solutions (see also (63)), if fdy is replaced by a measure $d\mu(y)$.

\vspace{0.9ex}
Let X and Y be two Banach spaces or, in a more general way, two metric spaces. Further, let $A: X \mapsto Y$ be a mapping from X into Y. The equation $Af = g$ describing the corresponding problem is called {\sl well-posed}, if
\begin{enumerate}
\item For every $g \in Y$ there exists at least one f satisfying $Af = g$ ({\sl existence}).
\item The element f satisfying $Af = g$ is uniquely determined ({\sl uniqueness}). Then f is denoted by $f = A^{-1}g$.
\item The solution f depends continuously on g ({\sl stability}).
\end{enumerate}
If one of these three definitions is not fulfilled, then the problem is called {\sl not well-posed}, {\sl ill-posed} or {\sl improperly posed}. Most inverse problems are not well-posed (G. Anger 1990, M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev 1995).

\vspace{0.9ex}
In science, technology and medicine one is constantly confronted with the necessity to interpret measurements. Such an interpretation is particularly difficult in geophysics, medicine and astrophysics. The problem here is to determine, on the basis of measured data, internal parameters, such as the

mass density or the electrical conductivity, which are not capable of being measured directly. Such problems are briefly called inverse problems in medicine and technology the term diagnostics is also frequently used. Even the process of sensory perception in man and animals may be regarded as an inverse in which unequivocal knowledge may be achieved by a certain redudant (e.g. sight, hearing, and touch). Powerful instruments, together with supercomputers, enormously widen the range of human perception and require the mathematical and numerical solution of a further class of inverse problems. Inverse problems may be considered among the pressing problems of mathematical research, but the importance of inverse problems has come to be recognized rather slowly.

```
\vspace{0.9ex}
To solve an inverse problem the following points have to be studied:

\begin{enumerate}
\item Mastery of the special process both experimentally and theoretically.
\item Possibility of mathematical modelling of the process.
\item Mastery of the direct problem both theoretically and numerically.
\item Studying the information content of the inverse problem, i.e., to
   find out which inner parameters of a system inaccessible to measurement
   can be determined in a stable and unique manner..
\item Development of algorithms for the numerical solution of an inverse
   problem.
\end{enumerate}
```

The inverse problems to be solved are more difficult and more time consuming than most general problems treated in mathematics. For practical and historical reasons the way to a successful carrer was usually through one of the traditional domains of mathematics. From the point of view of the job market, inverse problems are those which students normally face when they leave the university (G. Anger 1990, p. 37).

```
\vspace{0.9ex}
One can find further basic remarks on the relations between natural
sciences (physics) and medicine (biological systems) in G. Ulrich and H.-J.
Treder 1999.

\vspace{0.9ex}
The book of Parker 1994 is correct from the mathematical point of view. But
his methods can be applied only to inverse problems having a uniquely
determined solution, which is a consequence of very weak measured data. In
general, inverse problems for real nature have infinitely many solutions
(G. Anger 1990). Many mathematical results on inverse problems are physical
nonsense, especially mathematical results on deep drilling.

\vspace{0.9ex}
In (9), (10) we proved that the inverse source problem of the Laplace
equation, i.e., the determination of the measure $\mu$ with supp$\,\mu
\subset \bar{\Omega}$ satisfying
\begin{displaymath}G_L\mu|_{\partial\Omega} = g,\end{displaymath}
cannot be uniquely solved. The dimension of the boundary has the dimension
n - 1. But in reality the measurements can be made only at finitely many
points, which have the dimension zero. The information content of the
problem considered is very small.

\vspace{0.9ex}
In order to study such an inverse problem, one has to consider the set of
all solutions as a first step (see formula (36)). Let  $\mu \ge 0$ be a
measure on $\bar{\Omega}$ and
```

```
\begin{equation} {\cal B}(\mu) = \{\nu \ge 0; \mbox{supp}\,\nu \subset
\bar{\Omega}, \,G_L\mu (z) = G_L\nu (z), z \notin
\bar{\Omega}\}.\end{equation}
Since the dual space $C^*(\bar{\Omega})$ consists of all measures $\nu$ on
$\bar{\Omega}$ (F. Riesz 1909, P. R. Halmos 1950) we have
\begin{equation}{\cal B}(\mu) \subset C^*(\bar{\Omega}).\end{equation}

On $C^*(\Omega)$ we introduce the weak topoloigy, i.e., the smallest
topology which make all continuous linear form continuous (N. Bourbaki
1955). In this way we have the induced weak topology on ${\cal B}(\mu)$.
The set of all solutions ${\cal B}(\mu)$ is a convex and weakly compact set
(G. Anger 1990). Therefore we can apply the results of functional analysis
for studying inverse source problems.

\vspace{0.9ex}
Let $D_{\partial\Omega} \subset C(\bar{\Omega})$ be the set of all
potentials $G_L\lambda, \,\lambda \in F_{\partial\Omega}$,
$D(\partial\Omega)$ the set of all restrictions of potentials $G_L\lambda$
on $\partial\Omega$, $\lambda \in F_{\partial\Omega}$. If $\partial\Omega$
consists only of regular boundary points, then $D(\partial\Omega)$ is dense
in $C(\partial\Omega)$ relative to the norm $\parallel\cdot\parallel_C$ (G.
Anger 1990).

\vspace{0.9ex}
From the relations (51) - (54) it follows that
\begin{displaymath}G_L\mu_1(x) = G_L\mu_2(x)\;\mbox{on}\;\partial\Omega,
\end{displaymath}
which is equivalent to
\begin{displaymath}\int G_L\lambda\,d\mu_1 = \int G_L\lambda\,d\mu_2 \quad
\mbox{for every} \quad G_L\lambda, \;\lambda \in
F_{\partial\Omega}.\end{displaymath}
If $\partial\Omega$ consists only of regular boundary points, then we
obtain
\begin{displaymath}\int u\,d\mu_1 = \int u\,d\mu_2\end{displaymath}
for every harmonic function $u \in C(\bar{\Omega})$ in $\Omega$ satisfying
$u|_{\partial\Omega} = f, \,f \in C(\partial\Omega)$. In this way we can
define
\begin{equation}{\cal B}(\mu) = \{\nu: \nu \ge 0, \;\mbox{supp}\,\nu
\subset \bar{\Omega}, \int u\,d\mu = \int u\,d\nu, \,u \in C(\bar{\Omega}),
\,\Delta u = 0 \; \mbox{in} \: \Omega\}.\end{equation}

\vspace{0.9ex}
There exists a systematic approach to apply functional analysis. Let
$\mu_x$ be the harmonic measure, $f \in C(\bar{\Omega}),$
\begin{equation}Af(x) = \int f\,d\mu_x, \; x \in \Omega,\; Af(x) = f(x),\;
x \in \partial\Omega.\end{equation}
and
\begin{equation}J(\partial\Omega) = \{f \in C(\partial\Omega), f(y) = 0
\;\mbox{on}\: \partial\Omega \}.\end{equation}
From (73) it follows that $Af = 0$ for $f \in J(\partial\Omega)$. Let $X_1
= \overline{D_{\partial\Omega}}$, $X_2 = J(\partial\Omega)$, where $X_1\cap
X_2 = \{0\}$. If $\partial\Omega$ consists only of regular boundary points,
we get
\begin{equation}C(\bar{\Omega}) = \{f = f_1 + f_2, f_1 \in X_1, f_2 \in
X_2\}\end{equation}
The mapping $A: C(\bar{\Omega}) \mapsto C(\bar{\Omega})$ is a projection,
i.e.,
\begin{equation}A^2f = A(Af) = A(A(f_1+f_2) = Af_1 = A(f_1+f_2) =
Af.\end{equation}
The space $C(\bar{\Omega})$ and its dual space $C^*(\bar{\Omega})$ form a
dual system relative to the bilinear form (N. Bourbake 1955)
\begin{displaymath} <f,\mu> =  \int f\,d\mu, \;f \in C(\bar{\Omega}), \;\mu
\in C^*(\bar{\Omega}).\end{displaymath}
```

The adjoint operator $A^*: C^*(\bar{\Omega}) \mapsto C^*(\bar{\Omega})$ is for $A: C(\bar{\Omega}) \mapsto C(\bar{\Omega})$ defined by
\begin{equation}<Af,\mu> \; = \; <f,A^*\mu> \; \mbox{for all} \; f \;\mbox{and}\;\mu.\end{equation}
A^* is a continuous operator, i.e.,
\begin{equation}\parallel A^*\mu\parallel \,\le \;\parallel A^* \parallel \;\parallel \mu \parallel \;\mbox{and}\; \parallel A^*\parallel \; = \;\parallel A\parallel\end{equation}
(see N. Bourbaki 1955). The measure $A^* \mu$ is concentrated on $\partial\Omega$, since for $f \in J(\partial\Omega)$ we get $<Af,\mu> \, = \, <0,\mu> \, = \, <f,A^*\mu> = 0.$ One can find further properties of A^* in G. Anger 1990.

\vspace{0.9ex}
If f_1 is a harmonic function, then $Af_1 = f_1$. From (77) it follows that
\begin{displaymath}<f_1,\mu> \, = \, <f_1,A^*\mu> \;\mbox{or} \; \int f_1\,d\mu = \int f_1\,dA^*\mu.\end{displaymath}
$A^*\mu$ is the swept out measure of μ concentrated on the boundary $\partial\Omega$.

\vspace{0.9ex}
Similar results hold for every well-posed problem, especially boundary value problems or initial value problems in differential equations. The results of functional analysis are basic structures in mathematical physics. But in order to solve a real problem of natural sciences or medicine one needs additional information coming from the system to characterize a purely mathematical solution as a {\sl real world solution} of the system (G. Anger 1997, G. Anger and H. Moritz 1999). Once more we point out to the results of Section 1: science is patchwork.

\vspace{0.9ex}
In the following we shall apply a purely mathematical theorem to the inverse source problem. As an example let us study the set ${\cal B}(\mu)$ with $\mu = \delta_{x^0}$, $x^0 \in B(x^0,R) \subset \mbox{\boldmath$R^2$},\,x^0 = 0,$ where $B(x^0,R) = \{x: |x^0 - x| < R\}$ is an open ball. At first a basic result concerning the set ${\cal B}(\mu)$; it is ${\cal B}(\mu)$ is {\sl convex}, i.e., from $\mu_1, \mu_2 \in {\cal B}(\mu)$ it follows that
\begin{equation}t\mu_1 + (1 - t)\mu_2 \in {\cal B}(\mu), \;0 \le t \le 1.\end{equation}
An element of ${\cal B}(\mu)$ is called {\sl extremal}, if it cannot be represented in this form with $0 < t < 1$ (G. Choquet 1969). We remark that the corners of a triangle are the extremal points of the triangle.

\vspace{0.9ex}
Let
\begin{displaymath}H_{G_L} = \{f \in C(\bar{\Omega}): f(x) = \sum_{k=1}^N c_kG_L(x,z^k), \,z^k \notin \bar{\Omega}\}\end{displaymath}
a special space of harmonic functions. R. G. Douglas 1964 characterized the extremal elements of special convex sets (see also B.-W. Schulze and G. Wildenhain 1977, p. 107). A measure $\nu \in {\cal B}(\mu)$ is extremal if and only if $H_G(\bar{\Omega})$ is dense in $L^1(\nu)$ with respect to the norm (19), p = 1. From this theorem it follows that the support of ν cannot contain an interior point, i.e., the support is very thin. One sees that for studying inverse source problems from a systematic point of view we need the transformation (51), (52), the space $C(\bar{\Omega})$, its dual space $C^*(\bar{\Omega})$ and most results of functional analysis (G. Anger 1990). Without Newtonian potentials relative to a measure μ such considerations are impossible. Most scientists working in applications of mathematics are not aware this approach.

```
\vspace{0.9ex}
At first we shall construct some special extremal elements of ${\cal
B}(\delta_{x^0})$. Following formulas (42) - (46) the swept out measure
$d\nu (y) = dA^*\mu (y)$ relative to a ball $B(x^0,R)$ has the form
\begin{displaymath} d\nu (y) = dA^*\mu (y) = \sigma
(y)\,dS(y),\end{displaymath}
where
\begin{displaymath}\sigma (y) = \int P(x,y)\,d\mu (x),\; P\; \mbox{Poisson
kernel}.\end{displaymath}
If $\partial\Omega$ is sufficiently smooth the kernel $P(x,y)$ also exists
(see (46) and O. D. Kellogg 1929).

\vspace{0.9ex}
If $\mu = \delta_{x^0}, \;x^0 = 0$, we obtain for a ball $B(x^0,r) \subset
B(x^0,R)$
\begin{displaymath}\sigma (y) = P(x^0,y) = \frac{1}{\omega_n R^{n-
1}}.\end{displaymath}
In the case $B(x^0,r) \subset \mbox{\boldmath$R^2$}$ we have
\begin{displaymath}d\nu (y) = \sigma (y)\,dS(y) = \frac{1}{2 \pi}\,d\beta,
\; y = (r,\beta).\end{displaymath}
Let $z \in B(x^0,R)$. The swept out measure of $\delta_z$ is $d\nu (y) =
\sigma (y)P(z,y)\,dS(y).$ Now we consider the following new measure
\begin{displaymath}\mu_a = a\delta_z - A^*(\delta_{x^0} - a\delta_z), \, a
> 0,\end{displaymath}
which produces outside $B(x^0,R)$ the same potential as $\delta_{x^0}$,
since the potential of $a\delta_z - A^*(a\delta_z)$ is zero outside
$B(x^0,R)$, where
\begin{displaymath}dA^*(\delta_{x^0} - a\delta_z)(y) = (\frac{1}{2\pi R} -
a\,P(z,y))R\,d\beta = g_a(R,\beta)\,d\beta.\end{displaymath}
In this way one can construct further measures $\mu \in {\cal
B}(\delta_{x^0})$. If $a$ is sufficiently small, we get
\begin{displaymath}g_a(R,\beta) > 0 \; \mbox{on}\;\partial
B(x^0,R).\end{displaymath}
There exists a number $a_0$ such that $g_{a_0}(\beta_0) = 0$ and
$g_{a_0}(\beta) > 0$ for $\beta \not= \beta_0.$ The value of $a_0$ is $a_0
= (R - |z|)/(R + |z|)$. The corresponding $\mu_{a_0}$ is an extremal
element of ${\cal B}(\delta_{x^0})$. One can find further extremal elements
in G. Anger 1990. By using the extremal elements of ${\cal B}(\mu)$ one can
represent every element of $\nu \in {\cal B}(\mu)$ as a certain integral
(barycentre) taken over the extremal elements (Theorem of Krein-Milman-
Choquet, see G. Choquet 1969). A special example is formula (34). Similar
considerations are possible for the heat equation
\begin{displaymath}u_t - \Delta u = 0\end{displaymath}
(see G. Anger 1990). In diffusion such investigations may have an important
meaning.

\vspace{0.9ex}
As a conclusion let us add that de La Vall\`{e}e Poussin produced a
fundamental work in potential theory. It was an important foundation for
later work in the modern field of inverse problems.

\begin{thebibliography}{99}
\bibitem{} G. Anger (1958), {\sl Sur le r\^{o}le des potentiels continues
dans les fondements de la th\'{e}orie du potentiel.} S\'{e}minaire de
th\'{e}orie du potentiel, t. 2 (1958), 30 pp., Institut H. Poincar\'{e},
Universit\'{e} de Paris.
\bibitem{} G. Anger (1961), {\sl Die Entwicklung der Potentialtheorie im
Hinblick auf ihre grundlegenden Existenzs\"atze}, I., II. Jahresber.
Deutsch. Math.-Verein. {\bf 64}, 51-78, 100-134.
\bibitem{} G. Anger (1980). {\sl Lectures on potential theory and inverse
problems}. In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen
Problems in der Geophysik (Sommerschule der KAPG Arbeitsgruppe 5.2.,
```

Freiberg (Sachsen), 5. - 16. Juni 1978). Geod\"atische und Geophysikalische Ver\"offentlichungen, Reihe III, Heft 45, 15 - 95.
\bibitem{} G. Anger (1981), A characterization of the inverse gravimetric source problem through extremal measures. Rev.Geophys. Space Phys. {\bf 19}, 2, 299 - 306.
\bibitem{} G. Anger (1990), {\sl Inverse Problems in Differential Equations}. Plenum Press, New York, London.
\bibitem{} G. Anger (1997a), {\sl Zur Leistungsf\"ahigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin} (The power of theory in natural sciences, technology and medicine). Mitteilungen der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik {\bf 20}, 19 - 36.
\bibitem{} G. Anger (1997b), {\sl Zur Leistngsf\"ahigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria}. Arzt und Krankenhaus 12/97, 354 - 357.
\bibitem{} G. Anger and H. Moritz (1999), {\sl Inverse problems and uncertainties in science and Medicine} (38 pages, to be published). See also the homepage \newline
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
\bibitem{} G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.) (1993), {\sl Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine}. Proceedings of the international conference held in Potsdam, August 30 - September 3, 1993, Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} S. Banach (1932), {\sl Th\'{e}orie des op\'{e}rations lin\'{e}aires}, Warzsawa.
\bibitem{} H. Bauer (1984), {\sl Harmonic spaces, a survey}. III Gruppo dei Seminari Matematici delle Universit\`{a} Italiena, Conference del Seminario di Matematica dell'Universit\`{a} di Bari, no. 197, 34 pp.
\bibitem{} H. Bauer (1990), {\sl Mass- und Integrationstheorie}. de Gruyter, Berlin, New York.
\bibitem{} N. Bourbaki (1955), {\sl Espaces vectorielles topologiques, Chap. III - V}. Hermann, Paris.
\bibitem{} M. Brelot (1959), {\sl El\'{e}ments de la th\'{e}orie classique du potentiel}. Cours de Sorbonne, Centre de Documentation Universitaires, Paris.
\bibitem{} M. Brelot (1981), {\sl \"Uber die Beitr\"age Christoffels zur Potentialtheorie}. In E. B. Christoffel [23], 367 - 377.
\bibitem{} P. L. Butzer (1987), {\sl Dirichlet and his role in the founding of mathematical physics}. Archives Internationales d'Histore des Sciences, {\bf 37}, 49 - 83, Istituto della Enciclopedia Italiana Fondata da Giovanni Trecanni.
\bibitem{} H. Cartan (1945), {\sl Th\'{e}orie du potentiel newtonian, \'{e}nergie, capacit\'{e}, suites des potentiels}. Bull. Soc. math. France {\bf 73}, 74 - 106.
\bibitem{} H. Cartan (1946), {\sl Th\'{e}orie du g\'{e}n\'{e}rale du balayage en potentiel newtonian}. Ann. Univ. Grenoble, Sect. Sci. math. Phys. (N.S.) {\bf 22}, 221 - 280.
\bibitem{} V. G. Cherednichenko (1996), {\sl Inverse Logarithmic Potential Problem}. VSP, Utrecht, The Netherlands.
\bibitem{} G. Choquet (1953/54), {\sl Theory of capacities}. Ann. Inst. Fourier {\bf 5}, 131 - 295.
\bibitem{} G. Choquet (1969), {\sl Lectures on Analysis, I. Integration and Topological Vectorspaces, II. Representaion Theory, III. Infinite Dimensional Measures and Problem Solutions}. W. A. Benjamin, New York, Amsterdam.
\bibitem{} E. B. Christoffel (1871), {\sl Sopra un problema proposito da Dirichlet}. Ann. Mat. Pura Appl. Serie II, 4, 1 - 9.
\bibitem{} E. B. Christoffel (1981), {\sl The influence of his work on mathematics and the physical sciences}. Dedicated to E. B. Christoffel (1829 - 1900) on the occasion of his 150th birthday, edited by P. L. Butzer and F. Feh\'{e}r, Birkh\"auser Verlag, Basel, Boston, Stuttgart.

\bibitem{}D. Colton, H. W. Engl, A. K. Louis, R. R. McLaughlin, W. Rundell (eds.)(2000), {\sl Surveys on Solution Methods for Inverse Problems}. Springer, Berlin, Wien, New York.
\bibitem{} R. Courant und D. Hilbert (1937), {\sl Methoden der mathematischen Physik II}. Springer, Berlin. (Translated into English and published by Interscience Publishers, New Xork, 1962).
\bibitem{} J. Deny (1950), {\sl Les potentiels d'\'{e}nergie finie}. Acta math. {\bf 82}, 107 - 183.
\bibitem{} R. G. Douglas (1964), {\sl On the extremal measures and subspace density}. Michigan Math. J. {\bf 11}, 243 - 246.
\bibitem{} G. Duvaut and J.-L. Lions (1976), {\sl Inequalities in Mechanics and Physics}. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
\bibitem{} H. W. Engl (1996), {\sl Regularization of Inverse Problems}. Kluver, Dordrecht, The Netherlands.
\bibitem{} G. C. Evans (1927), {\sl The Logarithmic Potential. Discontinuous Dirichlet and Neumann Problems}. New York 1927.
\bibitem{} G. C. Evans (1935), {Potentials of positive mass, I. }. Trans. Amer. math. Soc. {\bf 37}, 226 - 253.
\bibitem{} O. Frostman (1935), {\sl Potentiel d'\'{e}quilibre et capacit\'{e} des ensmbles}. Meddel. Lunds Univ. mat. Sem. {\bf 3}.
\bibitem{} B. Fuglede (1960), {\sl On the theory of potentials in locally compact spaces}. Acta math. {\bf 103}, 139 - 215.
\bibitem{} H. Gajewski, K. Gr\"oger, K. Zacharias (1974), {\sl Nichtlineare Operatorgleichungen und Operatordifferentialgleichungen}. Akademie-Verlag, Berlin.
\bibitem{} C. F. Gau{\ss} (1840), {\sl Allgemeine Lehrs\"atze in Beziehung auf die im verkehrten Verh\"altnis des Quadrates der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Absto{\ss}ungskr\"afte}. In: Gau{\ss}' Werke, Bd. 5, 197 - 242.
\bibitem{} H. Habrich (2000), {\sl Geodetic Applications of the Global Navigation Satellite System (GLONASS) and of GLONASS/GPS Combinations}. Mitteilungen des Bundesamtes f\"ur Kartographie und Geod\"asie, Band 15. Verlag des Bundesamtes f\"ur Kartographie und Geod\"asie, Frankfurt am Main.
\bibitem{} L. L. Helms (1969), {\sl Introduction to Potential Theory}. Wiley-Interscience, New York, London.
\bibitem{} P. R. Halmos (1950), {\sl Measure Theory}. Van Nostrand, New York, London.
\bibitem{} E. Hille (1948), {\sl Functional analysis and semi-groups}. Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., vol. 31, New York.
\bibitem{} L. H\"ormander (1983), {\sl The analysis of linear partial differential operators} I, II. Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} V. Isakov (1998), {\sl Inverse Problems for Partial Differential Equations}. Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} O. D. Kellogg (1929), {\sl Foundations of Potential Theory}. Springer, Berlin, Heidelberg.
\bibitem{} A. Kirsch (1996), {\sl An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems}. Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} A. I. Kozhanov (1999), {\sl Composite Type Equations and Inverse Problems}. VSP, The Netherlands.
\bibitem{} N. S. Landkof (1972), {\sl Foundations of Modern Potential Theory}. Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} G. Lauricella (1911), {\sl Sulla distribuzione della massa nell'interno dei pianeti}.
Rend. Acc. Linei, {\bf XXI}, 1, 18 - 26.
\bibitem{} M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev (1995), {\sl Linear Operators and Ill-Posed Problems}. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York.
\bibitem{} H. Lebesgue (1912), {\sl Sur les cas d'impossibilit\'{e} du probl\`{e}me de Dirichlet ordinaire}. C. R. S\'{e}ances Soc. Math. France {\bf 17},

\bibitem{} H. Lebesgue (1923), {\sl Conditions de r\'{e}gularit\'{e}, conditions d'irr\'{e}gularit\'{e}, conditions d'impossibilit\'{e} dans le probl\'{e}me de Dirichlet}. C. R. Acad. Sci. Paris {\bf 176}, 349 - 354.
\bibitem{} H. L\"ubbig (ed., 1995), {\sl The Inverse Problem}. Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} H. Moritz (1990), {\sl The Figure of the Earth}. Wichmann, Karlsruhe.
\bibitem{} H. Moritz (1995), {\sl Science, Mind and the Universe: An Introduction to Natural Philosophy}. Wichmann, Heidelberg.
\bibitem{} G. Nakamura, S. Saito, J. H. Seo and M. Yamamoto (2000), {\sl Inverse Problems and Related Topics}. CRC Press, Boca Raton, Florida (USA).
\bibitem{} R. L. Parker (1994), {\sl Geophysical Inverse Theory}. Princeton University Press.
\bibitem{} P. Pizetti (1910), {\sl Intorno alle possibili distribuzioni della massa nell'interno Terra}. Annali Matem. Pura Appl., Milano, {\bf 17}, 225 - 258.
\bibitem{} A. I. Prilepko, D. G. Orlovsky and I. G. Vasin (1999), {\sl Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics}. Dekker, New York, Basel.
\bibitem{} J. Radon (1913), {\sl Theorie und Anwendungen der absolut additiven Mengenfunktionen} Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, Math. - Naturw. Kl. {\bf 122}, 1295 - 1438.
\bibitem{} R. Riedl (2000), {\sl Strukturen der Komplexit\"at}, Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} F. Riesz (1909), {\sl Sur les operations functionelles lineaires}. Compt. Rend. Acad. Sci. Paris {\bf 149}, 974 - 977.
\bibitem{} F. Riesz (1930), {\sl Sur les fonctions subharmoniques et leur rapport \`{a} la th\'{e}orie du potentiel II}. Acta Math. {\bf 54}, 321 - 360.
\bibitem{} F. Riesz et B. Sz.-Nagy (1952), {\sl Le\c{c}ons d'analyse fonctionelle}. Akad\'{e}mia Kiado, Budapest.
\bibitem{} B.-W. Schulze und G. Wildenhain (1977), {\sl Methoden der Potentialtheorie f\"ur elliptishe Differentialgleichungen beliebiger Ordnung}. Akademie-Verlag, Berlin.
\bibitem{} L. Schwartz{} (1957), {\sl Th\'{e}orie des distribution}, I, II $(2^{nd} ed.)$. Hermann, Paris.
\bibitem{} S. L. Sobolev (1950), {\sl Some Applications of Functional Analysis in Mathematical Physics}. Izd. Leningr. Gos. Univ., Leningrad, (in Russian, translated also into German, Akademie-Verlag, Berlin 1964).
\bibitem{} H.-J. Treder (1999), {\sl Vortr\"age zu Fragen der Physik} (35 pages). Leibniz-Arbeitskreis Berlin, e.V., D-15732 Eichwalde, Am Graben 3, e-mail: leibniz-arbeitskreis@t-online.de
\bibitem{} A. N. Tikhonov, A. S. Leonov and A. G. Yagola (1998), {\sl Nonlinear Ill-posed Problems}. Chapman and Hall, Boca Raton, Florida (USA).
\bibitem{} G. Ulrich und H.-J. Treder (1999), {\sl Im Spannungsfeld von Aletheia und Asklepsios. Versuch einer Ann\"aherung von Medizin und Physik}. nexus GmbH, D\"usseldorf.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1915), {\sl Sur l'integrale de Lebesgue}, Transact. Amer. Math. Soc. {\bf 16}, 435 - 501.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1916), {\sl Int\'{e}grales de Lebesgue. Fonctions d'ensemble. Classes de Baire}. Gauthiers-Villars. Paris.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1931a), {\sl Crit\'{e}rium d'existence de la d\'{e}riv\'{e}e normale d'un potentiel de surface en un point de la surface active}. Annales de la Soci\'{e}t\'{e} Scientifique de Bruxelles, S\'{e}rie A, Sciences Math\'{e}matique, {\bf 50}, 231 - 139.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1931b), {\sl Sur quelques extensions de la m\'{e}thode du balayage de Poincar\'{e} et sur le probl\`{e}me de Dirichlet}. Comptes Rendus de l'Acad\'{e}mie des Sciences, {\bf 192}, 651 - 653.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1932), {\sl Extension de la m\'{e}thode du balayage de Poincar\'{e} et probl\`{e}me de Dirichlet}. Annales de l'Institut Henri Poincar\'{e} (Paris), {\bf 2}, 169 - 232.

```
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1933a), {\sl Propri\'{e}t\'{e}s
des fonctions harmoniques dans un domaine ouvert limit\'{e} par des
surfaces \`{a} courbure born\'{e}e}. Annalii della Reale Scuola Normale
Superiore di Pisa (scienze fisiche e mathematiche) (2), {\bf 2}, 167 - 197.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1933b), {\sl Sur l'extension de
la m\'{e}thode du balayage \`{a} une aire connexe non \'{e}tal\'{e}e}.
Bulletin de l'Acad\'{e}mie Royale de Belgique (Classe des Sciences) {\bf
19}, 1217 - 1229.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1933c), {\sl Expression
nouvelle d'une fonction harmonique positive dans un aire et nulle en tout
point du bord sauf un}. Annales de la Soci\'{e}te  Scientifique Bruxelles,
S\'{e}rie A, Sciences Math\'{e}matique, {\bf 54}, 113 - 122.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1937), {\sl Les nouvelles
m\'{e}thodes de la th\'{e}orie du potentiel et le probl\`{e}me
g\'{e}n\'{e}ralis\'{e} de Dirichlet}. Actualit\'{e}s scientifiques et
industrielless No. 578, Hermann, Paris.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1938a), {\sl Potentiel et
probl\`{e}me g\'{e}neralis\'{e} de Dirichlet}. Mathematical Gazette {\bf
22}, 17 -36.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1938b), {\sl Point
irr\'{e}guliers. D\'{e}termination des masses par les potentiels}. Bulletin
de l'Acad\'{e}mie Roayale de Belgique (Classe des Sciences), {\bf 24}, 672
- 689.
\bibitem{} Ch.-J. de La Vall\'{e}e Poussin (1949), {\sl Le potentiel
logarithmique. Balayage et repr\'{e}sesentation conforme}. Gauthier-
Villars, Paris.
\bibitem{} M. T. Vlaardingerbroek and J. A. den Boer (1996), {\sl Magnetic
Resonance Imaging: Theory and Practice}. Springer, Berlin, New York.
\bibitem{} E. Zeidler (1985 - 1990), {\sl Lectures on Nonlinear Analysis
and its Applications, I - V}. Springer, Berlin, New York.
```


```
\end{thebibliography}

\end{document}
```

9.

Inverse Problems and Uncertainties in Science and Medicine

Gottfried Anger and Helmut Moritz

Abstract

Measuring data are always inexact. This truism is frequently disregarded in natural sciences such as physics, biology and medicine. This may be admissible in "classical" (deterministic and stable) processes. However, unstable or inverse problems are becoming increasingly more practically important. In particular when the body's interior is inaccessible (e.g. gravimetric inverse problems and seismic tomography in geophysics, or X-ray and NMR tomography in medicine), instable or "ill-posed" problems are essential. Rather similar is the case in logic: deduction is a (algorithmic or "deterministic") direct problem, the inverse of which, induction, is essentially more problematic. Uncertainties arise even in deductive logic in the form of Goedel's theorem, and even in deductive physics in the form of Heisenberg's uncertainty. Also behavior problems in biology, psychology and medicine exhibit similar uncertainties.
The present article attempts a synthesis of all these aspects in the form of a unified treatment.

Introduction

This article considers some general aspects of the relation between theory and experiments in general, and is impact on science and medicine.

The basis will be the theory of inverse problems. Direct and inverse problems are related like deduction and induction. The well-known of induction are mirrored onto the fact that many problems in science and most problems in medicine are difficult inverse problems. Thus many applications of sciences, technology, and medicine have the proverbial "skeleton in the cupboard". Rather than pretending that this skeleton does not exist, we shall squarely face it and try to examine it. In the use of measurements, we shall try to outline their proper use, their achievements as well as their limitations.

Generally we may make the following remarks:

- Mathematics is the language of physics because, for most physical processes, it allows the formulation of a meaningful description. (This should not scare the reader because all mathematics will be relegated to the Appendix and the main paper can be read without mathematics.)
- Unfortunately, for the complex systems of real nature, there is no mathematical systems theory: "Science is patchwork".
- For such systems only certain partial informations can be measured, and practical experience is needed to draw at least some meaningful conclusions from the measured data: "praxis cum theoria".
- Engineering systems are relatively well known and managable. For them, a mathematical systems theory usually exists.
- Biological systems are much more difficult: measurements may not be reliable and meaningful, and mathematical systems theories hardly exist. Thus in medicine practical experience ("ars medica") is particularly important.
- Social sciences are between: systems theories do exist to a limited extent, and computers can be used with a certain success.

The sections 1 to 3 are a preparation for the central topic (section 4), the relation of man and nature where basic principles of the use of measurments in this context are outlined. The Appendix is only for mathematical readers and may be omitted by the general readers.

1 Inverse problems

An *inverse problem* is the opposite of a *direct problem.* The inverse problem usually is much more difficult than the underlying direct problem.

A few examples will help to understand this.

1. *Weather*. By creating weather, nature solves the direct problem. In forecasting weather, meteorologists have to solve a difficult and notoriously unstable inverse problem.
2. *A broken leg.* By breaking his leg, a person suffers a direct problem, which happens easily. The task of the surgeon is to heal the broken leg, which is the corresponding inverse problem, which is certainly much more difficult.
3. *In medicine* in general, direct problems occur without much effort: the patient falls ill. The task of the medicial doctor is to diagnose the illness and to find a cure, which may be very difficult, even impossible.
4. *An unknown physical phenomenum* occurs (direct problem). The physicist wants to find a theoretical explanation. This may be easy or difficult, or may lead to a new theory, this is the inverse problem.
5. *Two problems in information.* First, someone writes a computer program and makes a mistake. This is direct, and happens all the time. Then one must try to find the mistake, and this may be a very frustrating inverse problem. Second, one writes a source code, having finally succeeded in wanting out of errors. The compiler converts it into a executable file. This is direct: source code (e.g. in the computer language C) is compiled to give an exe-file. The inverse problem, finding the source code from the exe-code, is usually unsolvable.) Commercial software makes money by this fact.)

There is one profession, *engineering,* which thrives on *direct* problems: constructing roads, buildings, engines, computers . . . Here, inverse problems relatively less frequent: finding the reason why a building collapses or why a car suddenly fails. In these inverse problems, one also speaks of *reverse engineering,* implying that normally, engineering solves direct problems.

In *medicine*, it is the other way round. Every diagnose must solve an inverse problem, so most medical problems are inverse. Direct problems in medicine are, e.g. surgery.

The fact that difficult inverse problems are so prominent in medicine, is also the reason for the use of so much medical technology which again leads to inverse problems of a physical mathematical nature, from primitive X-rays to sophisticated NMR tomography, which we shall discuss later. Diagnosis is also helped by modern *expert systems* which try to solve inverse problems in logic.

Engineering and medicine, on the other hand, are frequently compared with science, on the other hand. Science is thought of as the study of nature, whereas engineering and medicine are intended to change nature, hopefully for the better. This is certainly a gross simplification, and we see that engineering and medicine differ by the role of direct and inverse problems. Constructing an automobile may be incomparably simpler than curing a cancer patient or an alcoholic.

The set of all solutions. This is a key concept (Anger 1990). Usually inverse problems have several or even infinitely many solutions. Knowing the set of all possible solutions, we can select out of these a solution that is most suitable for us.

Let us illustrate this by comparing this situation to a simple example. A company needs a new secretary. It advertizes the vacancy and gets a number of applications. From this set of all candidates, the most suitable candidate is selected.

Important as it is, there a few cases in which such a set of all possible solutions of an inverse problem can be found explicitely (cf. Appendix). Nevertheless, this concept is of fundamental theoretical importance.

2 The problem of deduction and induction in science

Let us start with a ridiculously simple reasoning: "If it rains, then the street is wet" is an almost "logical deduction" from basic facts of physics (exception are hot desert roads where rain, if it falls, dries up almost immediatly). The inverse reasoning: "If the sreet is wet, it has rained" is less convincing; a watering engine may have passed or a waterpipe broken instead. The first sentence is a very primitive case of *deduction*, and the second, of i*nduction,* In this example (and also generally), induction is must more difficult and untertan than deduction.

As a first preliminary definition, let us speak of the rain as *cause*, and the wet street as *effect*, then *deduction is the reasoning from cause to effect,* and *induction is the reasoning back from effect to cause.* If the first is a direct problem, induction is an inverse problem.

Given the cause, the effect can be deduced *automatically* by pure logic provided the laws of physics are presupposed as axioms. For the present context, axioms are simply the starting point of a logical deduction.

Since the procedure is automatic, it can be expressed by a computer program, or in other words, by a computer *algorithm.* (An algorithm is just a mechanized or mechanizable logical-mathematical procedure.) *Deduction is algorithmic reasoning.* (This is already a quite general and useful definition, although logicians and mathematicians are asked to be benevolent and indulgent about our simplemindedness.)

Induction, the inverse problem of deduction, is much less simple, as we have already repeatedly seen. It usually has several or even infinitely many solutions and then *cannot be*

directly converted into a computer program. To get a reasonably correct solution, one must have additional information and include previous experience, which are incorporated using arguments of probability. A good physician performs this complicated reasoning intuitively. Trying to computerize such a procedure leads to medical *Expert Systems* which are based on logic and data, but should also include the experience of the best medical doctors and some probalistic reasoning (experts use such incomprehensible terms as non-monotonic reasining and Bayesian inference; never mind). Still expert systems will be inferior to a physician of high class. (In the same way, a chose-playing machine may beat average chess players and even grand masters, but the very best champions will usually beat the best available machine.) The key word in this context is *intuition*, whose logical standing will be discussed later, in the context of artificial intelligence and Goedels theorem.

Let us continue here in the usual informal way. The problem of induction has been one of the most famous and most difficult problems of philosophy, from David Hume (1711 - 1776) to the present day. Let us start with some simpler examples.

(1) *Succession of day and night.* This has been observed since mankind came into existence, and there was never a single exception. Can we conclude that tomorrow the sun will shine again - at least above the clouds? Pragmatically we all believe that there will be another day, but this cannot be proved logically. *Induction is not a purely logical problem.* If logical procedures such as deduction are called analytic, *induction is not analytic.* It is a physical problem: there will not be tomorrow if the Earth or the sun explode during the night, or if the Earth has been destroyed by the impact of a huge meteorite. But still we may consider that high probability there will be another day.

(2) *All swans are white*. Let us assume, for the sake of argument, that, so far, only white swans have been observed. Can we say (a) that *the next* observed swan will also be white and (b) that *all* swans are white? Obviously we can expect event (a) to occur with much higher probability than the general law (b) to be true. Even if zoology claimed that all swans are white (which it does not), a black swan could still occur: a student might have painted the swan black in order to fool his professor.

It is sometimes said that induction works if there is a certain *uniformity of nature.* This certainly applies to Example 1: the laws of earth rotation guarantee the succession of day and night if there is no perturbation by a collision with a large meteorite or by an explosion as mentioned above. But will these laws also hold tomorrow?

Here we have used the book (Moritz 1995). From this book we also take two quotations:

> To ask whether inductive procedures
> are rational is like asking whether the
> law is legal.
>
> Jonathan Cohen

> Induction simply does not exist
>
> Sir Karl Poper

These extreme statements from two philosophers are typical for the attitude of the philosophers and the scientist toward induction.

Verification and falsification. Scientists, expecially physicists, dont like induction. They try to reduce induction to deduction.

To understand this, let us reformumlate the definition. *Deduction* proceeds from the general to the particular, using a general law to compute particular observable quantities which then may be compared with actual observations. *Induction* is said to proceed from the particular to the general, using particular observed data to derive the general law.

In simple cases in science, induction may be indeed be used. For formulating the grand theories of physics, however, such as Newtonian classical mechanics, Einsteins theory of relativity, or the quantum mechanics of Heisenberg and Schroedinger, physicists proceed quite differently. They first formulate a provisional theory, based on experiments, experience, mathematics, physical intuition, and good lack. They use this provisional theory as a working hypothesis, and try to drive, be deduction, *possible* outcomes of experiments. If they are in agreement with many different actual experiments, and no instance to the theory is found, scientists consider the theory as correct. This is *verification* by experience.

Note that all above-mentioned theories, from Newton to Heisenberg, have been found in this way. All these theories are very simple and beautiful to the mathematician. Discoverers, from Kepler to Schroedinger, have thus been guided also by esthetic considerations. Usually, great theories are also beautiful. The converse is not true: there have been beautiful theories which have not been found to explain the observed facts.

Thus a theory must be thoroughly verified. The excellent philosopher Sir Karl Popper, has maintained, however, that no amount of verification can ensure the validity of a theory, whereas a single *falsification* is sufficient to overthrow it. Therefore, falsification is logically more important that verification.

However, this holds for pure mathematics and pure logic. Actual data are almost always affected by uncertainties and errors. Thus even Popper's falsification is not absolute: the falsification may only be *apparent*, caused by a measuring error, whereas in reality, the theory is true. This is not a theoretical speculation: many modern experiments operate in the gray zone between error and reality: it may be difficult to decide whether a certain small effect is "real" or due to measuring errors.

In practice, there is no big difference between verfication and falsification. If a new interesting theory is presented, the discoverer (or inventer) of this theory need not worry about verification or falsification: his experimental friends will try to verify it and his opponents will be most happy to falsify it.

In all these cases, measuring errors play an essential role; so they will be discussed in the next section.

3 Uncertianties in science

3.1 Measuring errors

Measurements are inexact. If I measure the length of my desk, I may get 1.41 meters. Is this true?

If we apply the logician's alternative, true or false, then the answer must invariably be that the measurement is *false*. A more careful measurement may give a length of 1.407 m. Is this mathematically true? It is also false because the length is certianly not 1.407000000... but perhaps 1.40723...

Well, this is logical hairsplitting because everyone knows that a length of 1.41 is only approximate. We thus must, in some way, take measuring errors seriously.

After earlier attempts by R. Boskovic and A.M. Legendre, C.F. Gauss (1777-1855) created a theory of errors in a perfect and comprehensive form which is valid even today, in spite of the great progress of statistics since then. The principle is that *every* measurement or empirical

determination of a physical quantity is affected by measuring errors of random character, which are unknown but subject to statistical laws.

Error theory has always been basic in geodesy and astronomy, but has been less popular in physics. Here it is frequently thought that, at least in principle, the experimental arrangements can always be made so accurate that measuring errors can be neglected. This is, usually implicitly, assumed in any book on theoretical physics. You will hardly find a chapter of error theory in a course of theoretical physics.

In medicine, assume that I (H.M.) measure my own blood pressure with one of these popular home instruments. I may get 135/85, which probably is fine at my age. Half an hour later I get 145/95, which is less acceptable. I am getting frightened, so I measure again and get 160/105. The next measurement gives a reassuring 140/85. Is there a real change of my blood pressure, or is the outcome simply the incorrect reading of my cheap blood-pressure instrument which, furthermore is operated by a layman, namely myself? Such questions can be of vital importance.

The answer given already by Gauss is that every measurement should be accompanied by a measure of its accuracy, which is called *standard error* or *r.m.s.* (root mean square) *error*. In the first case, the result may be

$$\text{length} = (1.41 \pm 0.004) \text{ meters},$$

in the second case, say,

$$\text{blood pressure} = 150 \pm 8/90 \pm 8$$

which explains all measurements to be the same within a prescribed accuracy. (If the standard error is 1.0, then a measurement of a quantity of value 45.1 may will be

$$44.2 \quad \text{or} \quad 46.5$$

but also

$$43.0 \quad \text{or} \quad 47.1$$

or even slightly smaller or larger values are possible, but with smaller probability.)

In fact, if a medical expert system receives as imput not only certain measuring data, but also their accuracy, then the outcome would be better and more reliable.

Taking inaccuracies into account, rather than glossing over them, is in a way a matter of honesty and wisdom.

Effect on verification and falsification. In the present section we have seen that a theory must be verified or falsified by experience. Popper considers falsification to be better because a theory can be falsified by *one* counterexample, whereas a*ny number* of measurements cannot completely verify a theory: the next measurement may already contradict it. This is true in principle; because of measuring errors, even the falsification may only be apparent: the theory may still be true, the measurement being in error. In the language of statistics, this is an *error of second kind*: rejecting a hypothesis although it is true. Verification is subject to *errors of first kind*: a hypothesis is accepted although it is false.

3.2 Heisenberg uncertainty in quantum physics

Unavoidable observational errors came to the attention of physicists first around 1925 when W. Heisenberg established his famous uncertainty relation (if you dont like the mathematics, forget it!)

$$\Delta p \Delta q = h/2\pi$$

where *h* is Plancks constant basic in quantum theory. It states that a coordinate *q* and a momentum *p* (mass times velocity) cannot *both* be measured with arbitrary precision. If *q* is very accurate ($\Delta q \to 0$), then the error Δp in *p* will be very great:

$$\Delta p = h/2\pi\Delta q \to \infty$$

that is, an accurate measurement of position *q* makes the momentum *p* very uncertain.

Heisenbergs uncertainty relation is of fundamental conceptual importance and thus has become justly famous. In fact, Heisenbergs relation is much more popular with natural scientists and natural philosophers than Gauss error theory, although the latter, as Jeffreys (1961, pp. 13-14) remarked, is certainly more important in everyday experimental practice than Heisenbergs uncertainty relation. Ordinary observational errors are usually much larger than Heisenbergs quantum uncertainties.

What makes Heisenberg uncertainty so interesting is that it reflects the influence of the oberserver on the observed quantity: if you observe an electron under a powerful light microscope (say), then the measurement involves a collision of the measuring photon (the particle equivalent of a light wave) with the observed electron, which usually disturbs the electron unpredictably.

Quantum effects are very small; they belong to the word of molecules, atoms, electrons, protons etc. Nevertheless mental processes in the brain may be quantum effects rather than effects of classical physics, so that the simplistic materialsm of "neurophilosophers" and neuroscientests such as Churchland (1988) or Edelman (1989) is most certainly inadequate. Mental activity and quantum phenomena seem to be interrelated in a very remarkable way, see (Lockwood 1989), (Margenau 1984), (Moritz 1995), (Penrose 1989), (Squires 1990), or (Stapp 1993).

Classical physics (including relativity theory) claims that *the material world is essentially independent of the observer*: a train moves through the countryside in the same way whether it is observed or not (except by the engine driver). An apple falls from a tree without the least regard to its being observed or not.

Quantum physics claims that the observer interacts with the material microworld changing it by the very act of observation.

3.3 Heisenberg-type uncertainties in psychology, medicine, and biology

Physicists are justfied in considering quantum physics, together with the Heisenberg uncertainty relations, as highly relevant philosophically.

Curiously enough, disturbing of the surrounding world by observation, has been a well-known fact in life-sciences, long before the arrival of quantum theory, but its philosophical implications have hardly been noted.

If a man observes a girl, the very act of observation changes the "object": the girl blushes, touches her hair, comes closer or walks away. In medicine, this is the *placebo effect* which is so important that great care is needed to take it into account (or rather to eliminate it) in testing a new medicament. The very fact that the patient thinks that a new medication being

tested on him may relieve his symptoms, makes the medication possibly effective even if it is only a placebo (a medically inactive substance).
...If you observes a dog, he may wish to play with you or bite you. He will certainly not remain passive under observation. If you dont know the dog, you may suffer from a very unpleasant "Heisenberg uncertainty" concerning the behavior of the dog in the next second. Dogs may be as dangerous as quantum theory!

3.4 Uncertainties in logic: the logical paradoxes

Around 1900, the German logician Frege tried to derive mathematics from logic, thus putting mathematics on a firm and exact logical basis. Unfortunately, his (at that time the only) follower, the British philosopher Bertrand Russell, discovered a paradox which made Frege so unhappy that he considered his life work useless. Russell tried to minimize the damage by finding a way to avoid his paradox, which led to the monumental work *"Principia Mathematica"*, by B. Russell and A.N. Whitehead, published around 1910.

What is this paradox? It concerns the set of all sets which do not contain itself as a member. Most people, including the present authors, have great difficulties understanding this abstract formulation. Russell himself gave it a popular formulation which anybody can understand. In a small village there is only one barber, but a remarkable one: he shaves all male persons in the village who do not shave themselves. Does the barber shave himself? Yes, if he does not belong to the persons who do not shave themselves. The opposite is also true. Thus the barber shaves himself if and only if he does not shave himself ...

A ridiculous logical children's play? Not quite, it has shattered the very foundations of logic and mathematics, a shock from which these "most exact" sciences have not recovered to the present day, and no way is seen for recovery in the foreseeable future. The very fundament of logic and mathematics, *set theory*, remains in doubt. Probably it works, nobody has found a devastating failure yet, but this is not excluded in the future. As a mathematician said: "God exists because mathematics is consistent, and the devil exists because we cannot prove it".

A second paradoxon is known from classical antiquity: the *paradox of the liar*. Someone writes a sentence on the blackboard: "This statement is false". Is it correct? Yes, if the sentence is correct, then the statement holds and says it of itself. The opposite can also easily be seen. Thus, this sentence is correct if and only if it is false. If we call the statement L, then L *is correct if and only if it is false*. This paradox is used by the logical and mathematical genius, the Austrian Kurt Goedel, to prove a highly important statement, which throws doubt not only on the absolute, all-embracing and provable exactness of mathematics, but is also basic for understanding artificial intelligence.

3.5 Uncertainties in mathematics: Goedel's theorem

Of all sciences, mathematics has always been the most exact. All valid mathematical theorems must, and can, be derived from a finite set of axioms. Crudely speaking, axioms are fundamental truths which are immediately recognized as correct, even self-evident. For instance, statements such as "1+1=2" or "Through two given points there passes one and only one straight line". Euclidean geometry is based on the historically first set of axioms, which were formulated already in the 3rd century B.C.

It is necessary that the axioms be *consistent*. For instance, possible axioms "1+1=2" and "1+1=1" are inconsistent. *From inconsistent axioms, all propositions, even logically contradictory ones, could be derived*. For instance, "2+2=4" and "2+2=3" could be derived as follows

To	1+1=2	To	1+1=2
add	1+1=2	add	1+1=1

to get 2+2=4 (true) to get 2+2=3 (false)

This, of course, is nonsense because the axioms are inconsistent and the "axiom" "1+1=1" is manifestly false.

There are, however, more complicated instances of this general principle.

In 1931, the young mathematician and logician Kurt Goedel, then living in Vienna, published a paper with the formidable titel "On formally undecidable propositions of *Principia Mathematica* and related systems". The paper is extremely difficult and very few people understood its importance. Nevertheless it soon became famous among specialists.

Principia Mathematica is the work by Russell and Whitehead mentioned in the preceding section, which claimed to furnish a complete system of axioms, by which all mathematics can be derived from logic.

What did Goedel do? He considered a proposition similar to (L) above:

(G) This statement is unprovable.

He then proved that G is derivable from the axioms if, and only if, its contrary, not-G, is also derivable! Thus, with "provable" being the same as "derivable from the axioms",

(GG) G is provable if and only if not-G is provable.

The reader will note the similarity to the paradox of the liar, discussed in the preceding section, about a proposition L: "This statement is false". We saw that L is true if and only if it is false, or in other terms,

(LL) L is true if and only if not-L is true.

Clearly, the sentence (LL) is ridiculous and pretty useless. Not so, if we consider Goedel's sentence (GG) which differs only in replacing "true" by "provable".

If G were provable, then not-G would also be provable. If a proposition is derivable together with its contrary, then the axioms of Principia Mathematica would be inconsistent. Hard to swallow, but possible.

There is, in fact, another possibility: neither G nor non-G are provable. Then (GG) would also be true because it does *not* say G is provable, but *only* that G is provable *if* not-G is also provable. If neither G nor non-G are provable, fine.

At present it is generally assumed that the axioms of mathematics *are* consistent. Then the second alternative says that there is at least one proposition, namely G, which can never be derived from the axioms, but neither is its contrary, non-G, derivable. The proposition G is *undecidable* (see the title of Goedel's paper).

But now comes the sensation: though neither G nor non-G can be derived, it can be seen by higher-level "informal thinking" that G *must be true*. In fact, let us rephrase what we have just said:

- neither G nor non-G can be derived,
- hence, trivially, G cannot be derived,
- hence, G is unprovable.

This means that the proposition G above, which says exactly this, *must be true* (provided, of course, that our axiom system is consistent). Clearly, this proof is not a simple derivation from the axioms but involves "metamathematical" reasoning.

This proof is tricky indeed, but the reasoning, though oversimplified, is basically correct. From the darkness of undecidability there arises, at a higher level, the light of truth!

Thus there is a least *one* true proposition that connot be derived from the axioms.

This is admittedly a somewhat difficult argument. (Never mind, Goedel's paper with all the details is even incomparably more difficult. The best "popular" presentation is still (Nagel and Newman 1958).

As we have seen, deduction from the axioms is a typical activity of a computer working "algorithmically" by fixed axioms and rules of deduction. The way by which G is seen to be *true* is a typical flash of *intuition*, no less rigorous than algorithmic deduction. However, this kind of rigorous intuition is typical for the human mind able to *reflect* "from a higher level" on the algorithmic work of the computer.

Perhaps a medical example can serve to illustrate the situation. A patient suffering from compulsory neurotic thinking always repeats to himself a certain argument. (It is said that a antique "philosopher" got such a compulsory neurosis by taking the antinomy of the liar too seriously, day and night repeating: L implies non-L implies L implies non-L ... Had he been able to think about this *from a higher level,* he would have recognized that this argument is really nonsense, and he would have regained his normal thinking.) In fact, one way of curing a neurotic is raising his thinking to a higher level to make him recognize the futility of such an "infinite loop" of thinking.

We have used this word purposely because also in a computer there are *infinite loops*, which must be avoided by good programming and having built-in mechanisms that stop the computer before an infinite loop occurs. Alas, all programmers know that computers nevertheless fall quite frequently into an infinite loop, and often it may be necessary to stop the computer and start it again...

Whereas the loop (LL) is deadly but irrelevant, Goedel's formula (GG) is logically acceptable and incredibly fruitful.

Two results of Geodel's theorem should be pointed out.

1. Mathematics cannot be completely derived "algorithmically", although computer algorithms are very useful, not only in numerical computation but also in computer algebra and computer logic (e.g., theorem proving). Hopefully, mathematics is consistent; to the present day no case to the contrary seems to have been found. However, we can never be absolutely certain; an element of "Goedelian uncertainty" remains, as we have mentioned in the preceding section.
2. Computers working algorithmically can never be intelligent as humans are, because they cannot reflect about themselves, about their own thinking: they cannot display "creativity" or "intuition". To repeat, "intuition" in the sense used by Goedel is to recognize as true a proposition that cannot be derived from the axioms. There is nothing mystical in this, and it is as rigorous as algorithmic thinking.

Thus, computers can think only "algorithmically". Man, in addition, can think "nonalgorithmically". ("Nonalgorithmic thinking" is but another expression for "intuition" or "creativity", but it sounds less mystical.) Since computers cannot think nonalgorithmically, they can never replace human thinking.

Goedel's proof shows something which is absolutely remarkable: in contrast to a machine, man can think "at two levels": a lower level, "algorithmic thinking", is accessible to computers as well as to humans, but a higher level, "nonalgorithmic thinking", is reserved to man only.

Other terms for "nonalgorithmic thinking" are "reflexive thinking", "self-referential thinking", as well as "selfconsciousness" or "creativity" even "metathinking".

This thinking in two levels is not a useless hairsplitting, but the basis of Goedel's proof, which has been seen to have enormous theoretical and practical importance for artificial intelligence. By replacing "true" by "provable", Goedel has tamed the destructive energy of the paradox of the liar, turning it into a highly sophisticated logical proof (some people regard Goedel's proof as the most important achievement of mathematical logic and Goedel himself as the greatest logician of all time, with the possible exception of Aristotle).

Such a thinking "at tow levels" occurs, whenever I reflect about the possible value or insignificance of my latest scientific work. Such self-critical thinking is impossible to a computer (unfortunately also to some human persons ...). A computer will never spontaneously write on the screen "Thank you, dear programmer, your program has really been great" or "It is a shame that I must work with such a stupid program".

Multilevel thinking is quite common in philosophy. One of the most famous philosophical statements is "Cogito, ergo sum", "I think, therefore I am". This conclusion is *not* a deduction of *formal* logic, which could be done algorithmically by a computer. Instead, the conclusion follows by reflecting on the *meaning* of the fact that I am thinking, by reflecting on thinking at a higher level. This cannot be done by a computer! By the way, this is perhaps the simplest example of "nonalgorithmic thinking" and thus may help understand Goedel's argument. In fact, we may say: With Descartes, from low-level thinking or even doubting ("cogito" or "dubito"), there follows high-level certainty of existence ("sum"). With Goedel, from low-level undecidability there followed high-level truth.

Another example, perhaps less known, has also played a great role in philosophy. It is due to the Greek philosopher Plotinus (around 200 A.D.). He formulated the statement "The thinking thinks the thinking". You may say: "Of course, what else?". But try to program this statement in a computer! As far as I know, this statement cannot be formulated in any know computer language but if it could, a horribly destructive infinite loop would follow. We know the reason: a computer can work at one level only, whereas Plotinus' sentence comprises no less than three logical levels: one for the subject "The thinking", a lower level for the verb "thinks" and a still lower level for the object "the thinking".

By the way, Plotinus' theorem was very influential in philosophy: from providing the basis of St. Augustinus' theory of the Christian trinity to the dialectic triad of Fichte, Hegel and followers.

3.6 Artificial intelligence

Artificial intelligence (Weizenbaum 1976) is considered to comprise activities which are performed by computer-type systems and which previously were thought to be performable only by human beings, such as *language recognition* (a speaker dictates a letter and the computer prints out the letter automatically in an almost perfect form), *computer vision* (image processing similar to the activity of the eye), *expert systems, robotics* and similar operations.

They have reached a high state of perfection and are very useful indeed. An advanced medical *expert system*, in addition to performing "logical reasoning", is also able to acquire data from measuring systems (possibly including language and image processing) and to incorporate knowledge from the enormous body of previous experience of the most prominent medical experts. If expert systems are "intelligent", the incorporated intelligence is provided by the physicians, programmers and by other *human* experts.

Robots no longer belong to science fiction. They largely have replaced human workers at the assembly line for automobiles etc., relieving man of monotonously recurring simple operations. There are, however, also "intelligent robots" capable of performing surgery in cases where high precision is needed, such as replacement of hip joints or even brain surgery. The robot not only performs surgery, but also measures, processes his measuring data, and

performs automatic image processing to assure that he is working at the right place within the patient. Naturally, everthing must be done under the supervision of an experienced surgoen, who can also direct or stop the robot if necessary.

This is certainly an impressive feat of "artificial intelligence".

Is it possible that robots get more and more and more intelligent, behave more and more like human persons, and finally are tired of their subordinate role so that they make a revolution, enslaving or finally eliminating humankind?

Goedel's theorem tells us not to fear this. Robots can only think along an algorithm, however complex it may be. They have no self-consciousness: they do not know what they are doing, and cannot be made responsible for it. Thus strikes, frustration and fights of robots against mankind belong to science fiction.

Finally, a few words on the relation between "natural" and "artificial" intelligence. We "naturally" use our legs to walk from one place to another. If the two places are far apart, such as Berlin and Graz, it is better to take an automobile (if possible). The car, so to speak, is an "artifical" extension of our legs, increasing their power to cover distances. An automobile certainly is not a *replacement* for our legs, which we need even to operate the car. In the same way, *artifical intelligence is not a competitor, but an extension of our mind*, greatly increasing its power and opening new fascinating possibilities.

Nevertheless, the language of artificial intelligence is useful to describe natural phenomena: Our brain obtains and stores, by means of the eyes, geometrical colored patterns, by means of the ears, acoustical patterns, by means of nose and mouth, chemical patterns, etc. Thus we get an enormous amount of verious interacting patterns, which our brain seems to handle without great difficulty. The medical doctor thus first makes a classical anamnesis, on the basis of which he will decide which measuring technology he will then apply. Pattern analysis with or without technology is essential also, e.g., for language and for economical sciences.

3.7 How accurate are laws of nature?

Laws of nature are never *absolutely* exact. The reasons partly are based on the verious uncertainties discussed in previous sections, and partly they are considered in (Moritz 1995, sec. 6.5). For most practical purposes - engineering, medicine etc. - they can be considered *practically* exact.

Classical physics is usually sufficient. Quantum physics may be necessary in the study of brain processes. It should be understood, however, that *tomography* (magnetic resonance, positron emission etc.) involves quantum phenomena and the usual books explaining this theory to physicians, for instance the excellent booklet (Horowitz 1989) must be regarded with a grain of salt.

On the crude materialism of "neural philosophers" we have already talked in sec. 3.2. Generally, we have the curious phenomenon that biologists have a naive trust in physics (more exactly, in the kind of physics they had learned at their university studies); chemists take physics, especially quantum theory, for granted (justly); physicists have a naive belief in mathematics, and the most rigorous mathematician usually does not like to hear about the uncertainties of set theory, and hardly knows much about Goedel.

Reductionism reducing thinking to neuronal activity, biology to chemistry and physics, etc. has been a highly important and incredibly successful working hypothesis. To accept it at full face value is difficult because quantum theory, in some way, seems to be related to mental activity, so that there is a strange loop of reductionism (Fig. 1).

Figure 1: The self-reference loop of reductionism according to E. Wigner

Again it is curious that biologists are usually the most fervent partisans of reductionism, whereas most great physicists of this century, such as Schroedinger and Wigner, have expressed their doubts in this regard.

But nevertheless, in medicine the trust in science and technology is practically justified, if measuring errors are duly taken into account and if inverse problem structures are handled appropriately.

In fact, the greatest enemy to exactness in the application of technology etc. does not come from science, but from mathematics. It is the *instability of inverse problems*, which applies to NMR tomography as well as to long-time weather forecast, in spite of the high development of both medical technology and meteorology.

3.8 Uncertainties in inverse problems

The theory of inverse problems is very difficult even for mathematicians. Therefore we shall relegate the mathematical theory to the Appendix. In this place we shall only try to outline some of the most fundamental aspects in a very simple and informal way. Fortunately, this can be done.

Instability. In sec. 1 we have seen the fundamental importance of inverse problems in medicine etc. Now inverse problems are frequently instable. Instability can be succintly formulated: *Stability* means that small causes have small effects. *Instability* means that small causes may have large effects. (Only for mathematicians: A reason of such an instability is often the fact that only smoothed properties, averaged over molecular structures, are accessible to measurements. They represent, so to speak, compact operators, the inverses of which are frequently highly unstable: e.g. integration is stable but differentiation is unstable.)

A typical example of instability occurs in meteorological weather prediction. A small inaccuracy in the meteorological data may change the predicted results completely. This is the reason why weather prediction over more than a few days is extremely unreliable.

The American mathematician and meteorologist Edward Lorenz made a detailed mathematical investigation of this phenomenon. His work made popular what today is known as *chaos theory* (see sec. 3.9). It has the advantage that it can be easily programmed and produces beautiful pictures, so it is popular with computer fans. Applications to biology and medicine are discussed in (Glass and Mackel 1988).

Discretization. This is a main reason why methods such as NMR tomography may have difficulties (Anger 1990, 1997, 2003). Fortunately it can be understood very easily.

For simplicity, consider the onedimensional analogue of a twodimensional computer picture. This is a *curve* representing a certain *function*, for instance a diagram of body temperature which plots temperature against time. What is measured is body temperature (say) at 7 a.m., 12, and 5 p.m. every day. The curve is interpolated by hand to get the full curve.

Usually this poses no problem except if the body temperature changes very rapidly and irregularly. Of course, in this case temperature will be measured more often, and this will cause no problem.

Assume now, however, that the patient (unrealistically) always has a constant temperature of 36.0 degrees Celsius, say. The temperature is again measured, or "sampled" at constant intervals (Fig. 2). The "true" curve will coincide with the horizontal straight line.

Figure 2: A fictitious temperature curve

Let us assume that we know the function only at the discrete sample points. The function between the sample points is not known. The reconstruction of the entire function is done by *interpolation*. Thus:

direct problem	→	sampling
inverse problem	→	interpolation

Sampling is also *discretization*, because samples are taken at discrete points only.

Now you will say, for interpolation take the simplest interpolation function, and you will exactly get the true initial straight line.

This is true, but from a mathematical point of view, *all* interpolated functions are equally possible, as long as they are zero (or rather 36.0) at the sample points. Thus from a mathematical point of view, also the "crazy" interpolation curve of Fig. 2 is perfectly legal.

Again you will say: just program the computer such that is gives you a straight line. If the real curve is not straight, however, this will not work. You will then say: tell the computer to find an interpolation curve that is as smooth as possible. This will work in most cases, but assume that for other reasons (e.g. to be applicable to realistic non-straight curves) the computer is programmed so (intentionally or accidentally) that is does give the interpolated curve of Fig. 2, which is less unrealistic than it looks.

The patient will be scared to have such a wild temperature curve and may think he or she is seriously ill. It may help if the doctor patiently explains that the computer has solved his inverse problem poorly, and that the picture is not reality but rather a *"ghost"* (Louis 1981; Anger 1981, 1997, Vlaadingerbroek and de Boer 1996). Hopefully he can convince the patient, but the patient may also consider this as an unconvincing evasion.

Now let us turn to the twodimensional images of *tomography*. Since the computer can work only with discrete data, discretization and interpolation must be done also here. Let us now again assume that all sample values are zero (no tumor). For some reasons, the computer nevertheless produces a nonzero "ghost image", which is the twodimensional analogue of Fig. 2. The patient may be scared to death, thinking he has a tumor which in reality he does not have... This is not science fiction but *"Ghosts in tomography"* may really occur (Louis 1981).

We may also repeat: *Measuring errors and discretization errors are blown up in inverse problem* because of instability.

These consclusions are independent of a detailed mathematical understanding. The mathematically interested reader will find the details in the Appendix.

We have, however, seen very clearly that the inverse problem structure may be the most dangerous aspect in medical problems, from expert systems to verious methods of tomography. In spite of (or because of) advanced medical technology, the experience and wisdom of the medical doctor are as necessary, and even more necessary, now than they were ever before.

3.9 Complexity and reductionism

Simplicity. It is said that all great physical theories (from classical mechanics to quantum theory) are simple. This is generally true, and great theories are selected with a view to beauty and simplicity (Section 2).

Chaos theory. For this reason, it was very surprising that even "simple" nonlinear classical mechanics applied to planetary motion has solutions which exhibit a very chaotic and "complex" behavior, although some order is usually present (Fig. 3), as first shown by Poincaré (1890).

Figure 3: The change of a certain parameter converts, even in classical mechanics, "regular" into "chaotic" motion. All dots belong to *one* trajectory!

Nowadays *nonlinear dynamics* has become very fashionable by the name of *chaos theory*. It describes phenomena as different as perturbed planetary motion in astronomy (H. Poincaré), the essentially irregular behavior of weather in meteorology (E.N. Lorenz); a turbulent mountain stream as well as human heartbeats. *Fractals* with their strange "complex" beauty, arising solutions of very "simple" equations, are closely related (Briggs 1992). The fascinating interplay between complexity and simplicity is described in the very readable book (Cohen and Stewart 1994).

The well-known condensed-matter physicist Philip Anderson believes that complexity is getting increasingly important also in physics (Schweber 1993), and a whole issue of *Physics Today* (February 1994) is devoted to the topic "Physics and Biology" where complexity comes natural.

Static complexity. Most *crystals* have a simple structure. *Snowflakes*, etc. have more complex structures, combining symmetry and randomness. The *genome* of any living organism is known to consist of DNA which is an extremely complex arrangement (Schrödinger's "aperiodic crystal") of 4 very simple amino acids (A, G, C, T). These 4 amino acids are the same for any organism, from bacteria and algae to man! DNA, so to speak, supplies the genectic *information*. Information is related to a complex order, whereas negative information (*entropy*) is characteristic for disorder.

Dynamic complexity. It is difficult, if not impossible, to define complexity, especially if it is not static but dynamic, such as in a living organism. Nevertheless, we shall try to list some features of complex systems.

- A *great number of elements* seems to be necessary but by no means sufficient. A heap of sand contains many grains, but this does not yet make it a complex system. A biological organism consists of many cells and is a prototype of a complex system because:

- A complex system possesses a rich *structure* at each level (from the macroscopic to the microscopic level), an order which is intrinsic rather than imposed from the outside, e.g., an animal versus an automobile.

- The intrinsic order of a complex system is *dynamic* rather than static: it must always defend itself against *chaos*. Think of a warm-blooded animal: it must permanently strive to keep its bodily temperature constant, in spite of the usually colder environment with all its random temperature changes. Another example is a person

who must constantly strive to maintain mental equilibrium in spite of many disturbing impressions and experiences.

- A picturesque description of this situation is to say that complexity *lies at the edge of order and chaos* (Waldrop 1992).

- A typical complex system encompassing order and randomness is also the terrestrial environment consisting of atmosphere and hydrosphere, which is governed by "orderly" laws but is subject to chaotic fluctuations going as far as hurricanes.

- The element of *chaos* is by no means only negative: frequently it provides spontaneous novelty and creativity. Natural selection in Darwinian evolution is based on random mutations that occur spontaneously. (The "survival of the fittest" then restores order, possibly on a higher level.)

- The antithesis to Darwin's "struggle for survival" is "*cooperation for survival*", e.g. between algae and fungi to form lichens. Similar to cooperation is *adaptation* to the environment. An important example of self-organization, struggle, cooperation and adaptation is the *market economy* which is, however, beyond the scope of the present paper. An exemplary case of cooperation between natural scientists and socio-economists is the *Santa Fe Institute*, cf. (Waldrop 1992; general) and (Lewin 1992; emphasis on biology).

Complexity and reductionism. Let us now consider the problem of complexity from a different angle.

In biology there have been essentially two opposite opinions:

(A) *Vitalism*: A living organism is not determined by the laws of physics only; there exist special "vital forces" which cause the purposeful behavior of living organisms, their special structure, their ability to heal wounds and even to regenerate lost organs (this is in praticular conspicuous in lower animals such as polyps or starfish), etc.

(B) *Reductionism*: a living organism is nothing else than a very complex and well-structured system, which is completely governed by the ordinary laws of physics and chemistry. Since chemistry, through the laws of quantum mechanics, is thought to be reducible to physics, also the laws governing the apparently so special behavior of living organisms are reducible to the laws of physics. This is reductionism or physicalism.

The main empirical data are clear:

(1) The behavior of animals and plants is completely different from any mechanisms or similar man-made automata.

(2) All physical experiments performed with living organisms or with living tissue have never indicated any measurable deviations from the ordinarily known laws of physics and chemistry.

(3) There seems to be no sharply defined boundary between highly-organized macromolecules and the most elementary organisms, between chemistry and biology.

It is safest and least controversial to consider living organisms as very elaborate and highly organized complex systems (Shorter 1994, Ulrich 1997, Ulrich and Treder 1998, Wilson 1998).

Thus complexity is a "complex" collection of interesting ideas and mathematical models rather than a unified scientific theory such as, for instance, quantum mechanics. It is a field that contains many fascinating open problems.

Nowadays, reductionism is fashionable in biology, and vitalism is considered obsolete or even nonscientific. The famous biochemist and Nobel laureate A. Szent-Györgyi once wrote: "When a molecular biologist calls you a vitalist it is worse than when an FBI man calls you a Communist" (quoted after W.M.Elsasser's autobiography).

This topic is thus very emotional. An objective approach may be to compare a living being to a highly complex computer. Is a computer governed by the laws of physics? Undoubtedly, *yes*. Is it *fully* governed by the laws of physics? *No*. Let me explain.

For the work of a computer, not only the *hardware* (which is fully governed by physical laws), but also the programs (called *software*) are essential. The programs are written by humans and are not fully determined by physics, but also by the intelligence of the programmer, who provides essential non-physical *information*.

With no input, the computer will not work in the sense of producing a useful output. As soon as the software is introduced, the computer starts to work and produces a useful output.

The input may consist of a complicated program *which in itself may contain a law*: for instance a sequence of highly complex mathematics. Or the program for computing income tax may contian a mathematical-logical form of the income tax law (Davies 1988, p. 144). Hence we may well speak of *software laws*.

Thus, the operation of a computer is governed by the physical hardware laws and the non-physical software laws! (Nobody would claim that the income tax law is derivable from the laws of physics...)

Using our simplified model of an animal as a computer, we may say

Life = matter + information

(Küppers 1987, p. 17).

Thus, in addition to the physical "hardware laws", there are "software laws" based on information. Both kinds of laws are, so to speak, complementary, that is, they complement each other.

This has been drastically formulated as follws ("*Bohr's paradox*"): in order to determine whether a cat is fully governed by physical laws, it is not sufficient to determine its bodily temperature. One must use an X-ray equipment, which has to be very powerful to determine the cat's exact internal structure, so powerful that it may well kill the cat or damage it irreversibly. This is not sufficient, however: to get other physical parameters, we must implant physical equipment in the cat's body, and finally we must dissect it. By then, the cat is surely dead. Thus, life and a "full" physical examination are incompatible with each other!

A living organism is an individual "whole". This is what the concept "*holism*" means: *the whole is more than the sum of its parts*.

Reductionism may be defined as the opposite of holism (Hofstadter 1979, p. 312): it is the view that "a whole can be understood completely if you understand its parts, and the nature of their 'sum'". This concept is more general than the usual reducibility to the laws of physics. We shall coll it "*H-reductionism*" (H because it is the opposite of *H*olism or because it is due to *H*ofstadter).

Holism versus reductionism. Most scientists are reductionists: they believe that biology can be reduced to chemistry and physics. This approach is very useful as a working hypothesis. It is, however, not the whole truth because the "software laws" are neglected. Cf.

(Hofstadter 1979, pp. 310-336; Popper 1982, pp. 131-132; Davies 1988, p. 142).

Strictly speaking, the universe must be considered as *one* complex system. This is what 'strong holism' asserts. In practice, however, some part of the universe: the Earth, a tree, or a

patient are considered without regard to its environment. This is a typical case of H-reductionism as defined above. This approach, common in science and medicine, is necessary because we can study a finite system only. It also works frequently, but not always, as we shall see in the next section.

4 Conclusion: the relation between man and nature

4.1 General remarks

The Earth, where the basic forces of physics act, is a tiny part of the Universe. We know four basic forces: gravitation, electromagnetism, and the strong and weak interactions of atomic physics.

We are able to test the fundamental laws of physics basically only on the Earth's surface and, recently, in interplanetary space. If these laws hold at all, we a rigorously permitted to apply them only to this limited space and to our limited time.

It is believed that the laws of physics hold throughout the universe from its very beginning, the famous "big bang" of creation, to its end. Is this extrapolation to the infinite realms of space and time justified? The only answer we can give is that this assumption is the simplest one and has not so far been obviously contradicted by astronomy, astrophysics, paleontology etc. The assumption thus certainly serves as a working hypothesis, but we shall probably never be able to confirm it exactly.

Even our Earth is a very complex system. As we have seen in sec. 3.9, the laws of biology cannot be completely reduced to the laws of physics and chemistry, although this "reductionism" serves as an excellent working hypothesis.

The *biosphere*, that is, the environment in which life exists, must be treated as a whole. This is *holism* (sec. 3.9).

It is *theoretically* impossible to exactly consider only a *part* of the whole, neglecting the rest. Every *partial system* is only an *open* system, exchanging energy, information etc. with the whole system. Only the whole system is *closed*; any partial system is open to the environment.

In practical science and medicine we *must* consider incomplete partial systems which nevertheless are regarded as *closed*. For instance, if a scientist performs an experiment, the experimental system must be considered closed. E.g., the laboratory in which the experiment is performed, is considered closed (not only by putting a sign "Do not enter" at the door). Activities performed in Nigeria are practically neglected in an experiment performed in Berlin, but the experiment is shielded, as well as possible, even from activities going on in other rooms of the same building. Physics and chemistry are based on the assumption that this "reduction" of the whole to a laboratory subsystem is possible. This is "H-reductionism" as defined in sec. 3.9.

Purposely exaggerating, we may say: In medical technology, such as MR tomography, the patient is "reduced" to a limited physical object, only the factors relevant for tomography being of relevance. In surgery, what is relevant is only the part of the patient from which something is to be removed (apart from considering the patient's behavior with respect to anesthesia). This does not mean that, for the supervising doctor, the patient as a whole person is of no importance, but there are some tendencies along this direction (Ulrich 1997).

Generally an adequate scientific treatment of a problem requires a careful synthesis of H-reductionism (the experiment) and holism (influence of the environment). Similarly in medicine: the data furnished by technology, must be subordinated to the "holistic" view of the supervising physician. This distringuishes true medicine form "health engineering" (Ulrich 1997, p. 26).

In many cases a simple H-reductionsm is not applicable because the partial system under consideration is too complex to "reduce" it to simple physical laws. The partial system is principally open and cannot be considerd closed. This is true for the study of the Earth's interior by (only) seismic tomography, the study of the patient by (only) MR tomography, prediction of earthquakes, even prediction of weather, and medical diagnosis in general.

An exact error analysis in the sense of sec. 3.1 is highly desirable but frequently not possible.

These facts do not diminish the importance of highly sophisticated mathematical, physical, chemical and technological methods. It is only intended to put these methods into a proper perspective, which by its very nature must incorporate a good amount of holism.

This is particularly important in biology and medicine. As we have seen in sec. 3.3, observation of animals and humans frequently changes the result of observation in a rather unpredictable way (Heisenberg-type uncertainty, placebo effect).

The application of electrocardiography and electroencephalography are based on Maxwell's equations, fundamental for all electromagnetic phenomena. This application requires the knowledge of certain physical parameters within the human body, which are only imperfectly known, although practical assumptions frequently provide quite useful results.

Modern cosmology, based on Einstein's general theory of relativity, quantum theory etc., has provided very interesting models of our universe, from the "big bang" to our present time and even to the future possible end of the universe. Interesting as they are, they are limited by the (to many scientists questionable) universal validity of the physical laws throughout space and time and by the imperfect knowledge of essential parameters such as the amount of invisible "dark matter" in the universe. Depending on the value of these parameters, we get a *set of possible models* for our universe rather than one single model. (This concept of *set of solutions* is very important for inverse problems, as we have seen in sec. 1.)

Such a set of possible models may be considered a limitation of science, but as well it may be regarded a victory of science: a tribute to intellectual honesty which does not pretend to know more than it really does. (Everyone can then select one's favorite model, just as from the set of literary authors one may select one's favorite author(s).)

Another contribution to intellectual honesty, was Goedel's theorem (sec. 3.5) and related undecidability theorems (e.g., on Cantor's continuum hypotheses which are known only to a small number of specialists). Why pretend that mathematics is "absolutely exact" if it shares the fate of all our knowledge, namely to be imperfect?

4.2 Methods for the study of problems of science and medicine

Only one or two centuries ago, the study of nature was based on the data furnished by our senses. The eyes use visible light (electromagnetic waves of frequency 3.75×10^{14} to 8.4×10^{14} Hertz), the ears analyze acoustic waves (20 to 20.000 Hertz) etc. What is given is a "projection" of the real world on our senses, rather than the real world directly (Kant's "thing-in-itself"). Theories, experiments, and technologies permit to know practically the whole spectrum of electromagnetic waves (from X-rays to radio waves), and it is frequently believed that no radically new phenomena, beyond the reach of our contemporary physical theories, exist. The present authors do not share this view.

To return to sense data, bats are able to orient themselves in space by "acoustic radar" (82.500 Hertz), produces by their mouth. Thus the concept of sense data and their use is variable for different animals.

The informations of our senses are analyzed by our brain, which is much more complex than any imaginable computer (see also Goedel's theorem, sec. 3.5). Computer vision has explained many features of human vision (pattern recognition etc.) but an unexplained rest will remain.

It is in fact possible and highly important that some features of our senses, and even some features which are not directly accessible to our senses, such as invisible electromagnetic waves or magnetic fields, are at present precisely measurable. The use of these data frequently requires "hard inverse function problems" which are mathematically very difficult and complex (sec. 1 and Appendix). (An example is the "geodetic boundary-value" problem which was solved (partially) only by the famous Swedish mathematician Lars Hörmander.) Inverse problems have recently become fashionable, but they are extremely difficult. Their introduction into the regular curriculum of applied mathematics is nevertheless urgently recommended.
In view of the complexity and lack of information, a complete mathematical system theory, particularly for biological systems, does not exist. Solutions are usually non-unique, so the concept of the *set of all possible solutions* comes into focus again. If a physician gets this set of solutions, he can (by experience, intuition, etc.) select one or several realistic solutions, thus narrowing down the possibilities.

Already some 2.400 years ago, Hippocrates and his students (Ginsburg 1983), based on experiences of Egyptian, Babylonian and Indian medicine, asserted that it is only possible *to elaborate the "history" of the various illnesses by observing the symptoms carefully and tracing them down with great accoracy: the illness itself is unattainable.* For the reasons mentioned above, this is valid even today. In a world determined by "exact" sciences and engineering, Hippocrates' assertion is largely forgotten. Exceptions are traditional "holistic" systems such as Chinese medicine (Unschuld 1995). Such and other "alternative" systems should not be condemned *a priori*, but their possible use should be studied, with due mistrust of charlatanry.

4.3 Further thoughts about complex systems

Every real system of nature consists of very many atoms and thus has a very complex structure. A cubic centimeter of a solid body contains about 10^{23} atoms, and about 10^{22} atoms in the case of a liquid. A human person consists of about 10^{27} atoms in about 10^{13} cells. For these cells and atoms it can be assumed that they obey physical and biological laws. No computer can deal with such an atomic system directly; simplifications based on practical experience and experiments are needed: *praxis cum theoria*.

A crude measurement of complexity of a living system is the amount of information necessary to encode its genetic information; see also sec. 3.9: life = matter + information. The smallest autonomous living beings are the bacteria. However, even *their* genetic information comprises four million nucleotides (Küppers 1987). The human genetic code consists even of several billion nucleotides. If N is the number of possible alternative sequences contained in a macro-molecule, if n is the number of nucleotides of a chain molecule, and if $\lambda = 4$ is the number of elements of the genetic 'alphabet' (A, G, C, T) (sec. 3.9), then there are

$$N = \lambda^{4n} = 4^{4\text{ million}} \approx 10^{2.4\text{ million}}$$

alternatives, a number beyond all our comprehension. N obviously is a measure of the structural and functional richness of a biological system at the molecular level. We see how complex life and its evolution must have been.

4.4 Pricipal differences between the approaches of engineering and medicine

As we have seen already in sec. 1, the problems of engineering and medicine are, roughly speaking, direct and inverse problems, respectively.

In the constructive engineering sciences partial physical systems are combined to form efficient machines or instruments. Space technology and microelectronics are obvious examples. These systems frequently have a hierarchical structure which can be more or less fully understood by logical deduction (see. 2). The materials used are usually well known by long-time experience, both concerning their properties and their change of material parameters with time and stress ("ageing"). This is not completely true as accidents of airplanes because of material faults show. Fortunately, they are rare. If we go to the limits of physics and technology, such as with space rockets, our knowledge is less and accidents are more frequent.

Electronics is getting more and more miniaturized and computers are getting bigger and more complex. The number of atoms needed to represent 1 bit (unit of information) are decreasing dramatically: 1970 we needed about 10^{15} atoms/bit, 1990 about 10^{8} atoms/bit. The extrapolation to the your 2010 gives about 1000 atoms/bit, and to 2020 a few atoms/bit, which reaches the size of quantum systems and introduces quantum computation (Williams and Clearwater 1997, p.8). Systems are getting more and more complex but remain (hopefully) under the control of science and advanced technology.

On the other hand, biological systems are much less under our control. The reduction of biological systems to physics and chemistry is possible only to a certain degree. So far, a complete mathematical systems theory for biological systems is not available at present and may well never be possible even in the future. Only a partial description, e.g. by expert systems (sec. 3.6) seems to be possible.

Here we must work with *induction* rather than *deduction* (sec. 2), and a "holistic" *practical experience* plays a decisive role: *praxis cum theoria*. Dissipative, dynamics, and open (sec. 3.9) thermodynamical systems in biology are the counterparts of the largely conservative, static, and closed systems of engineering.

Medicine is able to solve an "engineering" problem only if the problem is uniquely defined and admits only one solutions, for instance treating a well-defined infectional disease or performing a precisely prescribed surgical operation, such as the removal of a tumor. In medical diagnostics, the doctor has to determine the illness on the basis of limited information, which usually is an ill-defined "inverse" problem. The surgeon, however, usually deals with well-defined "direct" partial problems for which, in the course of time, standard solutions (operational techniques) have been developed.

In general, complex problems of nature pose the following task: *all decisions must be made on the basis of incomplete information* (Anger 1990). This fact underlines the great importance of practical experience, which cannot be replaced by the best possible mathematics. On the other hand, very sophisticated mathematics may be needed in order to make best use of the experimental data. The question is not: theory or practice, bat practice with theory (*praxis cum theoria*).

Besides a theory of measuring errors (sec. 3.1), we would urgently need a *theory of measurement* itself: For a complex system, which quantities must be measured *outside* of it, in order to determined certain *inner* parameters, which cannot be directly measured, in a unique and stable manner (Anger 1985, 1990).

4.5 Remarks on the further evolution of mankind

Concerning evolution of man, we do have a problem which never arose before. In former times, man has lived from plants, seeds, and animals which are themselves complex systems which had enough time to undergo a slow and relatively stable evolution. Water was available and was usually relatively clean. At present, man is faced with a rapidly changing

environment, and also plants and animals from which he lives are rapidly changed by breeding and, recently, genetic engineering, not to speak of very recently developted chemicals (e.g., pharmaceutical substances). Will mankind be able to evolve so fast as to keep pace with this rapid development?

Modern civilization also provides other disturbances of our environment: chemical pollution of water and air, and, recently, electromagnetic "smog" from electrical transmission lines, radio stations, computers, handies etc. These disturbances are not made harmless by the very fact that they are invisible. Of course, it is astonishing what amount of new chemical, pharmaceuticals and electromagnetic and other noise the human organism can take.

So far, the average life time of women and men is constantly increasing, to a great measure by more hygiene, better food, not to forget incomparably better medical treatment and the new pharmaceutical products, e.g., antibiotics. It is only to be hoped that this trend will continue. For this, a certain beneficial equilibrium in the biosphere, an equilibrium between man and his environment, seems to be necessary. Fortunately, this problem is now being extensively studied, e.g., by the Geosphere-Biosphere-Project of the International Council for Science (ICSU).

For the continued survival of humankind, all efforts of natural, medical, and social sciences must be combined in a good synthesis which contains reductionistic as well as holistic aspects. Cooperation is required, according to the statement of Hans Urs von Balthasar:

"Truth is symphonic".

Appendix: The mathematics of inverse problems

As we have already mentioned in the introduction, mathematics is the language of physics. Most physical problems are inaccessible to direct observation by our senses, especially on an atomic or molecular scale or in medicine. In order to characterize particular physical processes one needs a mathematical model, frequently involving sophisticated mathematics, in addition to experiments to determine their range of application

Denoting by f the inner (physical) material parameter, by $g = Af$ measurable quantities expressed in terms of the parameters f, then the relation between f and the measurements g may be formally written as an equation of first kind:

$$Af = g \,. \tag{1}$$

Here f is an element of a set X, and g is an element of a set Y. In both sets we define metrics which are necessary for defining convergence and for determining the numerical stability of numerical procedures. The determination of $g = Af$ if A and f are known is called *a direct problem*, and the determination of f from given g and A is called an *inverse problem of first kind*, symbolically written as

$$f = A^{-1}g \,. \tag{2}$$

The determination of A by measurements f and g, as for instance in impedance tomography to be treated below, is called an *inverse problem of second kind*, following the terminology of (Moritz 1993).

Definition 1: Let X and Y be two metric spaces. Further let $A : X \to Y$ be a mapping from X into Y. Following J. Hadamard (1902), the equation $Af = g$ describing the corresponding problem is called *well-posed*, if

1. for every $g \in Y$ there exists at least one f satisfying $Af = g$ (*existence*),

2. the element f satisfying $Af = g$ is uniquely determined (*uniqueness*),

3. the solution f depends continuously on g (*stability*).

If one of these three definitions is not fulfilled, the problem is called *not well-posed*, ill-posed or improperly posed.

Most mathematical problems in science, technology and medicine are inverse problems (Anger 1990, Anger et al. 1993). Studying such problems is the only complete way of completely analyzing experimental results. Often, these problems concern the determination of properties of some inaccessible regions from observations on the boundary or outside the boundary of that region, as in geophysics, astrophysics and medicine. Further, the automatization of physical processes leads necessarily to inverse problems, which absolutely must be solved. The practical importance of inverse and ill-posed problems is such that they must be considered among the pressing problems of mathematical research.

A main problem in mathematical physics is to study the *information content* of an inverse problem, i.e., to find out which internal parameters of a system inaccessible to measurement can be determined in a stable and unique manner. In order to solve an inverse problem, the following points have to be studied:

- mastery of the special process both experimentally and theoretically,
- possibility of mathematical modelling of the process,
- mastery of the direct problem both theoretically and numerically,
- studying of the information content of the inverse problem,
- development of algorithms for the numerical solution of the inverse problem.

Since almost every mathematical model is a (weak) projection of the real world, every such model has solutions which are not necessarily real-world solutions. The problem whether a given solution is a "real-world solution" can only be decided by experiment (praxis cum theoria). Real-world systems have such a great information content that the system cannot be characterized completely by measuring data. A consequence are essential difficulties of measuring physics (Anger 1990) and particularly of medical diagnostics (Anger 1997, Ulrich 1997, Lown 1996).

A basic concept for modelling physical systems is the concept of distribution of mass or of density. The mathematical concept of a measure describes this fact quite adequately (Anger 1990). In the 19th century, the general concept of measure was not yet known; one worked with the concept of density ρ, or of mass element ρdy, where dy is the volume element. In this form, the equations of mathematical physics may be found in textbooks. However, not all models relevant for application can be obtained using this restriction. Also, density distributions may be heterogeneous which is evident in the case of the Earth. Since the Earth does not have a smooth density structure, the use of ρdy is an idealization. In electrostatics, we have charges which are concentrated on the surface of the body.

The present concept of measure was introduced by the Austrian mathematician J. Radon in 1914, and G.C. Evans (1920-1936), H. Cartan (1946) and G. Anger (1958) used it for studying the gravitational and the electrostatic fields, applying the methods of modern mathematics. Without this general concept of measure a systematic study of inverse problems is impossible. The mathematical methods must fit the physical problems in a natural way

(Anger 1990, Anger et al. 1993). Let us mention here that already in 1917, J. Radon has solved the problem of computed tomography as a geometric problem (Anger 1990, v. Wolfersdorf 1996). Both problems, the physical and the geometric, are mathematically equivalent.

As examples of (noninvasive) inverse problems we mention:

1. Determination of the mass density $\rho(y)$ of the Earth by measurements on the Earth surface (gravimetry, seismics).

2. Determination of the mass density $\rho(y)$ of the human body using absorption of (very many) X-rays (computed tomography). For technical reasons, this method can only be used in the laboratory.

3. Determination of electrical conductivity $\gamma(y)$ of the Earth or of the human body by measurements outside the body (impedance tomography, cf. Anger et al. 1993, Isakov 1998).

4. Determination of electrical parameters of the heart (ECG) or of the brain (EEG) by measurements outside the body (see Ulrich 1994).

5. Determination of the density of water (protons) in the human body using nuclear magnetic resonance tomography (cf. Anger 1997, Schempp 1998, Vlaadingerbroek and den Boer 1996).

Further examples of inverse problems may be found in (Anger 1990, Isakov 1998, Kirsch 1996, Lavrent'ev and Savel'ev 1995, Prilepko et al. 1999, Romanov and Kabanakhin 1994, Tanana 1997, Tikhonov et al. 1995 and 1998, Vasin and Ageev 1995).

A simple example for (1) is the linear equation system in the plane $\mathbf{R}^2$ with the coordinates f_1 and f_2:

$$a_{11}f_1 + a_{21}f_2 = g_1 \; ; \qquad a_{21}f_1 + a_{22}f_2 = g_2 \tag{3}$$

With the matrix A and $f = (f_1,f_2)$, $g = (g_1,g_2)$. If A and f are known, then $g = Af$ can always be computed from (3) in a unique way.

The determination of f if A and g are known is essentially different and more difficult. Each of the two equations of (3) defines a straight line in the plane. There are three possible types of solutions:

- The two staight lines of (3), given $g = (g_1, g_2)$, intersect at precisely one point $f = (f_1, f_2)$. Then (1) has exactly *one* solution.

- The second equation of (3) is identical to the first equation, i.e. $a_{11}f_1 + a_{12}f_2 = a_{21}f_1 + a_{22}f_2$, $g_1 = g_2$; then, because of underdetermination, (3) has *infinitely many* solutions (all points of the straight line).

- The equation system consists of two parallel straight lines, i.e., $a_{11}f_1 + a_{12}f_2 = a_{21}f_1 + a_{22}f_2$ and $g_1 \neq g_2$. In this case there is *no* solution of (3).

Similar considerations can be made in n-dimensional space $\mathbf{R}^n$ concerning linear or nonlinear systems of equations. In such relatively simple inverse problems, a certain plausible geometrical intuition is possible (algebraic surfaces of degree n, the structure of which is

relatively well known). Regarding inverse problems for gravitational or electrodynamic fields, which require infinitely-dimensional function spaces, such plausibility considerations are hardly possible. The scientist must rely here completely on the formal mathematical apparatus and on the experiment. This may explain the great unpopularity of inverse problems even with mathematicians and other scientists. An additional difficulty with inverse problems in mathematical physics is furthermore the fact that we must frequently rely on rather unprecise measurements. This occurs, for instance, in medical diagnostics, where the practical knowledge, experience and intuition of the medical doctor gives indispensable basic and additional information (praxis cum theoria).
The simplest example of a differential equation which must be studied in an infinitely-dimensional function space, is the ordinary differential equation

$$u' = f\,, \quad u(a) = 0\,, \quad f \text{ continuous on } [a,b],\ f(x) = 0 \text{ for } x < a. \tag{4}$$

The solution of (4) is

$$\mathrm{u}(x) = Af(x) = \int_a^x f(y)dy = \int \Theta(x - y)f(\mathrm{y})dy \tag{5}$$

where $\Theta(z) = 1$ for $z > 1$ and $\Theta(z) = 0$ for $z \leq 0$. For the study of problems of mathematical physics certain functional spaces are required, for instance the space $C(K)$, $K = [a, b]$ of functions continuous on K, with the norm

$$||f||_C = \max\{|f(x)|, x \in K\} \tag{6}$$

by which a concept of convergence is defined. Another example is the space $L^2(K)$ of functions square integrable on K, with the norm

$$||f||_{L^2} = (\int_K |f(x)|^2 dx)^{1/2} \tag{7}$$

This again defines a metric $d(f, g) = ||f - g||$ and hence a convergence concept.
The inverse $f = A^{-1}u$ of (5) has the form

$$A^{-1}u = u'\,. \tag{8}$$

The assignment $u \to A^{-1} = u'$ is a discontinuous operation in the spaces $C(K)$ or $L^2(K)$, an *ill-posed problem*, which makes the numerical treatment rather more difficult (Anger 1990). In order to demonstrate the discontinuity of $u \to u'$ one uses the following counterexample:

$$u_k(x) = (\sqrt{1/\mathrm{k}}) \sin kx \quad \text{with } A^{-1}u_k(x) = \mathrm{u_k}'(x) = (\sqrt{k}) \cos kx \tag{9}$$

which tends to infinity as $k \to \infty$.
Many problems (1) have the implicit form

$$Af(\mathrm{x}) = \int_a^b G(x,y)f(y)\mathrm{d}y \tag{10}$$

with known kernel $G(x, y)$; this is an inverse problem of the first kind. The integral (10) may be considered as a kind of "averaging over atomic structures". This frequently gives good mathematical properties of A. However, what we really need is $f = A^{-1}g$, the inverse problem.

We can measure values of g at finitely many points $x_1, x_2,...,x_N$ only. The discretization of (10) has the form

$$A_n f(x_k) = \sum_{j=1}^{n} G(x_k, y_j) f(y_j) = g_k , \quad j, k = 1, ..., n . \tag{11}$$

It is very simple to show by 19th century mathematics that the system (11) at best determines f only at the points x_k. Hence there follow so-called "ghost-images" (phantom images, artifacts). In fact, let ϕ be a continuous function defined on K for which

$$\phi(y_1) = \phi(y_2) = \cdots = \phi(y_n) = 0 . \tag{12}$$

Then in (11) we have

$$A_n(f + \phi) = A_n(f) , \tag{13}$$

which means that the function $f + \phi$ is also a solution of the discretized equation (11). Hence infinitely many functions $f + \phi$ satisfy the system (11). A finite set of points has the dimension zero. Thus, in inverse problems of form (11) we wish to draw conclusions regarding a continuous function (on the space $\mathbf{R}^n$) from a set of dimension 0, which is impossible without essential additional conditions. Such a condition might have the form $|f''(x)| \le H$.

Since inverse problems are frequently underdetermined in a mathematical sense, such additional conditions play an essential role (Anger 1990, Hofmann 1999, Vasin and Ageev 1995). Phantom images exist in all inverse problems in which an equation of form (10) is to be solved for f. These simple fact should be familiar to students already at the very first university year.

One of the first inverse problems of mathematical physics was solved by N.H. Abel in 1823. It consists in determining the shape of a hill from travel time (Anger 1990) and is reduced to an (Abel) integral equation of the first kind ($\alpha = 1/2$)

$$\int_a^\eta (\xi - \eta)^{\alpha - 1} f(\xi) d\xi = g(\eta), \quad (\xi,\eta) \in [a,b], \ 0 < \alpha < 1. \tag{14}$$

Its solution is given by

$$f(\xi) = (\sin \pi\alpha)/\pi \ (d/d\xi) \int_a^\xi (\xi - \eta)^{-\alpha} g(\eta) d\eta \tag{15}$$

From this relation it follows that, if a and $g(a)$ are finite and g' exists,

$$f(\xi) = (1/\pi)\sin \pi\alpha \ [g(a)(\xi - a)^{-\alpha} + \int_a^\xi (\xi - \eta)^{-\alpha} g'(\eta) d\eta]. \tag{16}$$

Since the right-hand side contains a derivative, the solution $f = A^{-1}g$ depends discontinuously on g relative to the norm of $L^1([a,b])$.

If the kernel G in (10) is quadrically integrable, i.e., $G \in L^2([a,b] \times [a,b])$, then the mapping A has very good mathematicial properties. It maps any bounded set $\{f : ||f||_{L2} \le M\}$ into a relatively compact set. This means, that any sequence $\{Af_j\}$ contains a subsequence $\{Af_{jk}\}$ converging to a solution $Af_{jk} \to g$. Such a mapping $A : X \to Y$ is called a compact mapping.

This is the basis for the well known Fredholm-Riesz-Schauder theory (1900 - 1930) relative to equations of the second kind

$$Af + \lambda f = g. \tag{17}$$

For such equations a complete theory exists (Lavrent'ev and Savael'ev 1995). Most results of mathematical physics are results relative to equations of the second kind. But equations of the first kind were not studied extensively, since the inverse $f = A^{-1}g$ of an equation of the first kind $Af = g$, A a compact one-to-one mapping on infinite dimensional spaces, is discontinuous (F. Riesz 1918).

In the case of a discontiuous operator A^{-1} one has to replace A by a family of operators B_α for which the inverses B_α^{-1} are continuous (Anger 1990, Hofmann 1999, Isakov 1998, Kirsch 1997, Lavrent'ev and Savel'ev 1995, Tanana 1997, Tikonov et al. 1995 and 1998). Then one has to consider the limit of $f_\alpha = B_\alpha^{-1}u$ for $\alpha \to 0$ and to determine a solution which is of interest in applications. This method is called *regularization*, well known for linear equations on $\mathbf{R}^n$. Following A.G. Yagola (lecture held at the Weierstraß Institute for Applied Analysis and Stochastics in Berlin in 1999) there exist equations of the first kind for which a regularization is not possible.

One possibilty to regularize an equation of the first kind $Af = g$ is to replace this equation by an equation of the second kind $Af + \alpha f = u$, A a compact operator (Lavrent'ev and Saval'ev 1995). The simplest differential equation on the real line is equation (4) with its solution (5). The inverse $f = A^{-1}u = u'$ is a discontinuous mapping. Let

$$B_\alpha f_\alpha = Af_\alpha + \alpha f_\alpha = (A + \alpha I)f_\alpha = u. \tag{18}$$

Differentiating (18) we get $f_\alpha + \alpha f'_\alpha = u'$. Its solution is

$$f_\alpha(x) = c_0 \exp(-x/a) + \int_a^x u'(y)(1/\alpha)\exp(-(x-y)/\alpha))dy\,, \tag{19}$$

which tends to $u'(x)$ for $x > 0$ and $\alpha \to 0$. If $c_o = 0$ the right-hand side of (19) is equal to

$$(1/\alpha)u(y)\exp(-(x-y)/\alpha)\Big|_a^x - \int_a^x u(y)(1/\alpha^2)\exp(-(x-y)(1/\alpha))dy, \tag{20}$$

i.e., the solution of the regularized equation depends continuously on the norm of $C(K)$ and tends to $u'(x)$ for $\alpha \to 0$. But every mathematical approach has to be proved by experiments.

References

G. Anger (ed.) (1979), *Inverse and Improperly Posed Problems in Differential Equations.* Conference held at the Martin Luther University Halle-Wittenberg, May 29 - June 2, 1979, Mathematical Research, vol. 1, Akademie Verlag, Berlin.

G. Anger (1980), *Lectures on Potential Theory and Inverse Problems.* In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik, Sommerschule an der Bergakademie Freiberg (Sachsen), May 29 - June 2, 1978, Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft **45**, 15 - 95.

G. Anger (1981), *A characterization of the inverse gravimetric source problem through extremal measures.* Rev. Geophys. Space Phys. **19**, 299 - 306.

G. Anger (1985), *On the relationship between mathematics and its applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse problems **1**, L7 - L11.

G. Anger (1990), *Inverse Problems in Differential Equations.* Akademie Verlag, Berlin, and Plenum Press, Plenum, London, New York.

G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.) (1993), *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine.* Proceedings of the International Conference held at the GeoResearch Center Potsdam, August 30 - September 3, 1993, Mathematical Research, vol. 74, Akademie Verlag, Berlin.

G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria* (T*he power of theory in natural sciences, technology and medicine*). Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20**, 19 - 36.

G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria*. Arzt und Krankenhaus **12/97**, 354 - 357.

G. Anger (1998), *Basic principles of inverse problems in natural sciences and medicine.* Z. Angew. Math. Mech. **78**, 354 - 257.

G. Anger, H. Moritz, H.-J. Treder und G. Ulrich (1999), *Das Verhältnis von Mathematik, Physik, Medizin und Philosophie - Die Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften und der Medizin*. Diskussionsrunde an der Sternwarte Potsdam-Babelsberg am 16. Februar 1999.

G. Anger (2003), *The contributions of Ch.-J. de La Vallée Poussin to potential theory - The power of theory.* In: Collected Works of Charles-Jean de La Vallée Poussin, Academie Royale de Belgique and Circolo Matematica di Palermo.

A.S. Barashkov (1998), *Small Parameter Methods in Multidimensional Inverse Problems*. VSP, The Netherlands.

E.M. Bellon, E.M. Haackle, P.E. Coleman, D.C. Sacco, D.A. Steiger and R.E. Ganerosa (1986), *MR artifacts: A review.* AJR **147**, 1271 - 1282, American Roentgen Ray Society.

K. G. Blüchel (2003), *Heilen verboten, töten erlaubt. Die organisierte Kriminalität im Gesundheitswesen.* C. Bertelsmann, München.

B.A. Bolt (1980), *What can inverse theory do for applied mathematics and its applications.* Austral. Math. Soc. Gaz. **7**, 69 - 78.

J. Briggs (1992), *Fractals: The Patterns of Chaos*, Simon and Schuster, New York.

J. Cohen and I. Stewart (1994), *The Collaps of Chaos: Discovering Simplicity in a Complex World.* Viking-Penguin, New York.

P.M. Churchland (1988), *Matter and Consciousness*, 2nd ed., MIT Press.

P. Davies (1988), *The Cosmic Blueprint.* Simon and Schuster, New York.

H.-P. Dürr (1998), *Die Stellung des Menschen in der Natur.* Vortrag am 30. März 1998 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden.)

W.L. Duren (1994), *The most urgent problem for mathematics professores*. Notices American Math. Soc. **41**, no. 6, 282 - 286.

G.M. Edelman (1989), *The Remembered Present: A Biological Theory of Consciousness.* Basic Books, New York.

G. Falk (1990), *Physik - Zahl und Realität*. Birkhäuser, Basel.

H. Fritzsch (2002), *Vom Urknall zum Zerfall - Die Welt zwischen Anfang und Ende.* 6. Aufl., Piper, München.

C. Ginsberg (1983), Spurensicherungen (*transl. from Italian*). Verlag Klaus Wagenbach, Berlin.

L. Glass and M.C. Mackey (1988), *From Clocks to Chaos.* Princeton Univ. Press.

W. Heisenberg (1942), *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaften* (*sechs Vorträge*). 3. Auflage, S. Hirzel, Leipzig.

B. Hofmann (1999), *Mathematik inverser Probleme*. Teubner, Stuttgart, Leipzig.

D.R. Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid.* Basic Books, New York.

V. Isakov (1998), *Inverse Problems for Partial Differential Equations*. Springer, Berlin, New York.

H. Jeffreys (1961), *Theory of Probability*, 3rd ed., Oxford Univ. Press.

A. Kirsch (1996), *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*. Springer, Berlin, New York.

B.-O. Küppers (1988), *Leben = Physik + Chemie?* In: B.-O. Küppers (ed.)

B.-O. Küppers (ed.) (1988), *Ordnung aus dem Chaos: Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens*. Piper, München.

M.M. Lavrent'ev and Ya.L. Savel'ev (1995), *Linear Operators and Ill-Posed Problems*. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York.

R. Lewin (1992), *Complexity: Life at the Edge of Chaos*, Macmillan, New York.

M. Lockwood (1989), *Mind, Brain and the Quantum.* Basil Blackweel, Oxford.

A. Louis (1981), *Ghosts in tomography - the null space of Radon transform*. Math. Meth. Appl. Sci. **3**, 1 - 10.

B. Lown (1996), *The Lost Art of Healing,* Houghton Niffin Company, New York. (German translation: Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken, Schattauer, Stuttgart, 2002).

H. Margenau (1984), *The Miracle of Existence*. Ox Bow Press, Woodbridge, Connecticut.

K. Meyl (1998), *Elektromagnetische Umweltverträglichkeit - Ursachen, Phänomene und naturwissenschaftliche Konsequenzen.* 3. Aufl., Indel, Villingen-Schwemmingen.

H. Moritz (1993), *General considerations regarding inverse and related problems*. In: G. Anger et al. (eds.), Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine, pp. 11 - 23, Akademie Verlag, Berlin 1993.

H. Moritz (1995), *Science, Mind and the Universe: An Introduction to Natural Philosophy*. Wichmann, Heidelberg.

R. Mössbauer (1999), *Neue Erkenntnisse der Neutrino-Forschung und ihre Konsequenzen*. Vortrag am 16. März 1999 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden.)

E. Nagel and J.R. Newman (1958), *Gödel's Proof*. New York Univ. Press.

H.G. Natke and Y. Ben-Haim (eds.) (1997), *Uncertainty: Models and Measures*. Mathematical Research, vol. 99, Akademie Verlag, Berlin.

H.G. Natke (2002), *Introduction to Multi-Disciplinary Model-Building.* Wittpress, Ashurst, Southampton, UK.

O. Oesterle (1997), *Goldene Mitte: Unser einziger Ausweg. Vom zersplittern zum ganzheitlichen Wissen*. Universal Experten Verlag, Rapperswil am See (Schweiz).

R. Penrose (1989), *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*. Oxford Univ. Press.

K.R. Popper (1982), *The Open Universe: An Argument for Indeterminism*, Routledge, London.

A.I. Prilepko, D.G. Orlovsky and I.G. Vasin (1999), *Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics*. Dekker, New York, Basel.

R. Riedl (2000), *Strukturen der Komplexität. Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens.* Springer, Berlin, New York.

V.G. Romonov and S.L. Kabanikhin (1994), *Inverse Problems for Maxwell's Equation*. VSP, Utrecht.

G. Ropohl (1998), *Wie die Technik zur Vernunft kommt - Beiträge zum Paradigmenwechsel in den Technikwissenschaften*. GtB Verlag Fakultas, Amsterdam.

H. Schäfer (1997), *Anforderungen an eine patientenorientierte klinisch-therapeutische Forschung*. Deutsche medizinische Wochenschrift **122**, 1531 - 1536.

W. Schempp (1998), *Magnetic Resonance Imaging-Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, New York, Chichister, Brisbane.

E. Scheibe (1993), *A new theory of reduction in physics*. In: Philosophical Problems of the Internal and Esternal World. Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum. Edited by J. Earman et al., Pittburgh Univ. Press.

Schweber (1993), TITLE TO BE ADDED

E. Shorter (1994), *History of Psychosomatic Illness in the Medicine*. Free Press, New York. (German translation: Zur Geschichte der psychosomatischen Krankheiten, Rowohlt, Hamburg (1994).)

E. Squires (1990), *Conscious Mind in the Physical World*. Adam Hilger, Bristol.

H.P. Stapp (1993), *Mind, Matter, and the Quantum Mechanics*. Springer, Berlin.

M. Stöhr (1994), *Das UBO*(*unidentified bright object*)*-Sydrom: Eine iatrogene Schädigung durch* Kernspinn(NMR)-*Tomographie*. Deutsches Ärzteblatt **91**, Heft 46, B-2339 - B-2340.

M. Stöhr (2001), *Ärzte, Heiler, Scharlatane, Schulmediziner und alternative Heilverfahren auf dem Prüfstand.* Steinkopff, Darnstadt.

D. Straub (1990), *Eine Geschichte des Glasperlenspiels - Irreversibilität in der Physik*. Birkhäuser, Basel.

D. Straub (1997), *Alternative Mathematical Theory of Non-equilibrium Phenomena*. Academic Press, New York, London.

V.P. Tanana (1997), *Methods for Solutions of Nonlinear Operator Equations*. VSP, Utrecht.

V.P. Tanana (1997), *Methods for Solving Operator Equations*. VSP, Utrecht.

A.N. Tikhonov, A.V. Goncharsky, V.V. Stepanov and A.G. Yagola (1995), *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*. Kluver Academic Publishers, Dordrecht.

A.N. Tikhonov, A.S.Leonov and A.G. Yagola (1998), *Nonlinear Ill-posed Problems*. Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA).

G. Ulrich (1994), *Psychiatrische Elektroencephalographie*. Fischer, Jena, Stuttgart.

G. Ulrich (1997), *Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes*. Schattauer, Stuttgart.

G. Ulrich und H.-J. Treder (1998), *Im Spannungsfeld von Aletheia und Asklepio - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik*. Briefwechsel zwischen G. Ulrich (Freie Universität Berlin) und H.-J. Treder (Sternwarte Potsdam-Babelsberg). nexus, .Düsseldorf.

P.U. Unschuld (1995), *HUICHUN - Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bildern*. Prestel, München.

K. Urban (1997), *Die Natur erkennen - Die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik*. Forschung und Lehre 1997, Heft 1, 24 - 27.

V.V. Vasin and A.L. Ageev (1995), *Ill-Posed Problems with a Priori Information*. VSP, Utrecht.

M.T. Vlaardingerbroek and J.A. den Boer (1996), *Magnetic Resonance Imaging: Theory and Practice*. Springer, Berlin, New York.

S. Webb (1993), *From the Watching of the Shadows: The Origin of Radiological Tomography*. Adam Hilger, Bristol.

J. Weizenbaum (1976), *Computer Power and Human Reason. From Judgement to Calculation*. W. H. Freeman.

E.U. von Weizsäcker (2000), *Das Jahrhundert der Umwelt. Vision: Öko-effizient leben und arbeiten.* Campus, Frankfurt, New York.

E.O. Wilson (1998), *Consilience - the Unity of Knowledge*. Knopf, New York.

L. v. Wolfersdorf (1996), *Der Beitrag J. Radons für die Entwicklung er Integralgeometrie und Computer-Tomographie*. In: G. Haase und E. Eichler (eds.), Wege und Forschritte der Wissenschaft, 357 - 377. Akademie Verlag, Berlin.

E. Zeidler (1996), *Teubner Taschenbuch der Mathematik*. Teubner, Stuttgart, Leipzig.

The authors thank the physicist Prof. Hans-Jürgen Treder (Observatory Potsdam-Babelsberg) and the neurologist Prof. Gerald Ulrich (Free University Berlin) for important discussions.

Addresses:

Prof. emer. Gottfried Anger, Department of Mathematics and Informatics, Martin Luther University Halle-Wittenberg, D-06099 Halle, home address: Rathausstrasse 13, D-10178 Berlin.
Prof. Helmut Moritz, Department of Physical Geodesy, Graz University of Technology, A-8010 Graz.

10.

Zum Verhältnis Mensch - Natur
Grundlegende Prinzipien der messenden Physik:
Science is patchwork

Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779

email: GottfriedAnger@aol.com
homepage: http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Ich habe noch nicht dahin gelangen können, aus den Erscheinungen den Grund dieser Erscheinungen der Schwere abzuleiten, und Hypothesen erdenke ich nicht. Alles nämlich, was nicht aus den Erscheinungen folgt, ist eine Hypothese und Hypothesen, seien sie nur metaphysische oder physische, mechanische oder diejenigen der verborgenen Eigenschaften, dürfen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungen ab und verallgemeinert sie durch Induktion (Sir Isaac Newton, Principia 1687. Deutsche Übersetzung, S. 511)

Zusammenfassung

Diese persönlichen Aufzeichnungen wurden zwischen 1997 und 2001 zusammengestellt und fortwährend ergänzt. Man kann die einzelnen mathematischen Fakten als Ergebnis einer 50-jährigen wissenschaftlichen Arbeit ansehen. Die Entwicklung der mathematischen Physik begann nach 1800 in Frankreich, Großbritannien und Deutschland [28]. Hauptvertreter dieser Entwicklung waren unter anderem J. B. J. Fourier (1768 - 1830), A. L. Cauchy (1789 - 1857), A. M. Ampère (1775 - 1836), I. Poisson (1781 - 1840), M. Faraday (1791 - 1867), G. Green (1793 - 1841), G. G. Stokes (1819 - 1903), Lord Kelvin (1824 - 1907), J. C. Maxwell (1831 - 1879), C. F. Gauß (1777 - 1855), J. P. G. Lejeune Dirchlet (1805 - 1859), B. Riemann (1826 - 1866), C. Neumann (1832 - 1925), H. v. Helmholtz (1821 - 1894), und viele andere. Vor 1800 studierten die Mathematiker und Physiker hauptsächlich Fragen der Punktmechanik und der Geometrie, wobei aus einfachen geometrischen Überlegungen bezüglich Kugeln das Newtonsche Anziehungsgesetz von Massen sofort folgt [18] - ohne Kenntnis physikalischer Grundgesetze. Dieselben Überlegungen gelten auch in der Elektrodynamik. Nach 1900 begann man mit der Entwicklung der mengentheoretischen Betrachtungsweise der mathematischen Analysis (Maßtheorie, Funktionalanalysis) beruhend auf Anfangsideen von G. Cantor (1845 - 1918), deren Ergebnisse die Grundlage der heutigen mathematischen Physik bilden. Dem Autor gelang 1957 die natürliche Kopplung zwischen Newtonschen Potential und moderner Strukturmathematik (feine Analysis im Sinne von H. Cartan und M. Brelot) [8], [18]. Dadurch konnten die Ergebnisse der Mathematik des 20. Jahrhunderts (maßtheoretischer Begriff der Massen- bzw. Ladungsverteilung, Raum der stetigen Funktionen, usw.) systematisch zum Studium des Newtonschen Gravitationsfeldes angewendet und zur Formulierung und Studium des inversen Quellproblems (Ursache des Newtonschen Gravitationsfeldes) verwendet werden, 270 Jahre nach der Publikation der *Principia* von I. Newton. Weiter können damit die mathematischen Modelle in ihrer ursprünglichen Form, an denen noch keine Vereinfachungen vorgenommen wurden, formuliert und studiert werden. Vor 1920 wurden

nur spezielle Massenverteilungen der Gestalt dm(y) = ρ(y)dy, dy Volumenelement, und die dazugehörigen spezielleren Modelle betrachtet. Dadurch bleiben der mathematischen Physik, speziell bei inversen Problemen, viele Modelle vorenthalten. Die moderne Mathematik ist in der Lage, die Menge der Lösungen des inversen Quellproblems vollständig zu charakterisieren [8], [18]. Wegen eines fast totalen Informationsmangels bezüglich des Feldes innerhalb der Quellen sind beim inversen Quellproblem nur Sonderfälle für die Anwendungen möglich, was sich vor allem in der Geophysik und der Medizin negativ bemerkbar macht. Dieselben Aussagen bestehen auch für die Elektrodynamik. Somit bleibt die innere Struktur der Materie der Physik fast vollständig verschlossen [107]. Die meisten bisher studierten physikalischen Prozesse sind reversibel, während alle biologischen Prozesse irreversibel ablaufen [16], [90]. Im Abschnitt **8.** sind die 'Spielregeln' für den Umgang mit Meßwerten aufgeschrieben. Diese Fakten sind die Grundlage für die Erkennung der Natur seitens der Wissenschaften, und diese Fakten müßten eigentlich alle kennen. Beim Umgang mit Materie, speziell in der Biologie, ist der Wissenschaftler im wesentlichen auf praktische Erfahrungen angewiesen (praxis cum theoria). In der Technik jedoch werden spezielle physikalische Teilprozesse zu leistungsfähigen Maschinen bzw. Meßgeräten zusammengesetzt. Dabei sind die Eigenschaften der verwendeten Materialien weitgehend bekannt. Der vorliegende Artikel klärt viele Fragen der messenden Physik vom mathematischen Standpunkt aus. Wünschenswert wäre eine Diskussion über die komplexen Systeme der offenen Natur seitens der Mathematik, der Physik und der Medizin [16], [90], [117], [118]. Dabei ist die Biosphäre, in der wir leben, ein superkomplexes System, welches sich niemals voll beschreiben läßt.

Nach K. Urban [122] bleiben die *wesentlichen Aspekte des Lebens, des Denkens und des Verhaltens im Grunde der Physik verschlossen. Es bedarf eigener Denkstrukturen und Werkzeuge, um diesen Teil der Welt zu verstehen, soweit dies überhaupt möglich sein wird* [35]. Vor allem biologische Systeme besitzen vom physikalischem Standpunkt aus eine große Bandbreite, die notwendig ist, um sich immer an die Natur anpassen zu können. Solche Gesichtspunkte sind für unser tägliches Lebens von großem Interesse und sollten viel mehr in den Medien diskutiert werden. Nach H.-P. Dürr [35] bilden die Atome eines biologischen Systems die 'Hardware' und die im biologischen System nach festen Prinzipien angeordneten Atome die 'Software'. Die nichtbelebte Materie kann man fortwährend teilen, während die belebte Natur (Pflanzen, Tiere) stets ein komplexes System bildet, welches bei Teilung kein lebendes Systems mehr ist. Seit der Entwicklung der Quantenphysik durch M. Planck (1900) und viele andere hat sich das Weltbild der Physik grundlegend geändert [27], [34], [35], [38], [44], [45], [51], [52], [53], [62], [69], [77], [83], [85], [87], [98], [107], [128], [151]. Allerdings leben die meisten Menschen noch in den Vorstellungen des 19. Jahrhunderts, nach denen alles bekannt und machbar ist [34], [35], [83], [117]. Die Probleme der Umwelt gehören in diese Richtung. Nach R. Riedl [90], S. 1, haben wir unsere Weltsicht sträflich zerlegt und simplifiziert, unsere Lebenswelt aber gleichzeitig so kompliziert werden lassen, daß wir sie kaum noch durchschauen. Der langjährige Herausgeber der Zeitschrift *Nature, J. Maddox,* meint in dem Artikel [73], daß die moderne Naturwissenschaft erst am Anfang grenzenloser Erkenntnisse steht. *Die Komplexität einer Zelle ist so groß, daß sie nur mit einem mathematischen Modell verstanden werden kann. Um die Verbindungen der Gene und der unzähligen von ihnen gesteuerten Eiweißprodukte untereinander zu untersuchen, müsse sich in Zukunft die Biologie der Hilfe der Mathematik versichern, 'das aber ist den Biologen nicht nur ungewohnt, sondern auch unwillkommen. Schließlich die Frage, auf deren Antwort wir noch etwas warten müssen: Wie ermöglicht das Gehirn uns Denken und Bewußtsein?'* Viele Wissenschaftler vertreten die Auffassung, daß die meisten Naturwissenschaftler und Ärzte nur mathematische Kenntnisse aus der Oberschule (Gymnasium) besitzen. Damit lassen sich die komplizierten Aufgaben des 21. Jahrhunderts nicht lösen [151]. Hier sind grundsätzliche Veränderungen notwendig. Vor allem muß man die (relativ einfachen) verbalen Kenntnisse über die messende Physik (inverse Probleme) propagieren (siehe **8.**). Der Nobelpreisträger (1991) R. R. Ernst erhielt den Preis für seine faszinierenden Entdeckungen über die Kernresonanz-Spektroskopie-Erkenntnisse, die heute mit der darauf beruhenden schonenden Untersuchungstechnik der Kernspin-Tomographie uns allen zugute kommen. *In seinem Vortrag* [41] *hob er immer wieder die Verantwortung der Wissenschaftler, speziell der Universitäten, hervor. Wie können angesichts der rasanten technologischen Fortschritte, z. B. in der Genetik, zugleich innovative und dennoch nachhaltig wirkende Konzepte entwickelt werden? Welche Rolle sollen die Wissenschaftler übernehmen*? Vor allem die Weiterbildung spielt eine immer wichtigere Rolle, da die Probleme der Naturwissenschaften nur interdisziplinär gelöst werden können [8], [41], [134],[151]. Selbst das Nobelpreiskomitee zeichnet immer nur Lösungen eines speziellen Prozesses der offenen Natur aus [150]. Der Schluß auf das Gesamtsystem, speziell in der Medizin, wird selten einwandfrei vollzogen.

B. Kramer [66] schreibt: *Since the 'discovery' of the 'exact sciences' in the times of Galilei (1564 - 1642) the 'art of precise measurement' has become a well-established and unavoidable ingredient for*

achieving scientific progress. I hope that I was able to demonstrate that the history of modern sciences would have been far less exciting without precise experiments. Especially the development of solid state physics in the past few decades has shown again and again how rich the world of the phenomina is, which can be discovered by precise and careful experimentation. However, there is always also the necessity of deep theoretical understanding, although the richness of the quantum coherence effects which were discovered during the past years, has hardly been theoretically anticipated in this form. Der größte Teil der Arbeit von B. Kramer beschäftigt sich mit den Erfolgen auf dem Gebiet der Quantenphysik. Weiter findet man in [66] auch einige grundlegende Bemerkungen über die physikalische Deutung der Wechselwirkungskraft *Gravitation*. Zahlreiche Wissenschaftler haben verschiedene Auffassung bezüglich der Gravitation, siehe auch [18], [21], [22]. Die komplexen Strukturen der realen Systeme der Natur, speziell der Medizin, werden in [66] nicht betrachtet.

Der Physiker und Nobelpreisträger B. Josephson [140] stellt das augenblickliche Weltbild der Physiker in Frage. *Für ihn ist die ganze Quantenmechanik eine reduktionistische Theorie, die bei weitem nicht alles erklärt.* **"Stoßt das ganze Paradigma um"**, *forderte er vor den versammelten Spitzen- und Nachwuchswissenschaftlern. Sein Ziel:* **Die Vereinigung von Geist und Materie.** *... Die Quantenmechanik hat die Physik in eine falsche Richtung geführt. Die Quantenmechanik erklärt alles, aber sie definiert zuvor, was alles ist. ... "* **Die Physik hat den Anschluß an die Realität verloren"**. *Eine Gesamttheorie müsse Geist und Materie umfassen.* So haben unter anderem Meteorologen der Universität Bonn festhestellt, daß die physikalischen Eigenschaften der Wolken praktisch unbekannt sind (Sendung des Fernsehsenders 3sat.de/nano vom 16. April 2002). Daher ist ohne die Ergebnisse über die Wolken eine Wettervorhersgae fast unmöglich. Viel schwieriger ist die Situation in der Geophysik. Hier sollen Materialparameter in Erdinneren durch Messungen auf der Erdoberfläche bestimmt werden. Bohrungen sind nur in endlich vielen Punkten bis zu einer Tiefe von 12 km möglich. Daher bleibt die Innere Struktur des Erdinneren im allgemien unbekannt (siehe etwa G. Anger [8]). Die Wissenschaftler leben meist von Hypothesen, die nach I. Newton nichts in der Experimentalphysik zu suchen haben.

Der Quantenphysiker A. Zeilinger [165] hat durch spektakuläre Experimente zur Quantenteleportation neue Einsichten in die Quantenmechanik gewonnen. Der Begriff **Information** ist das wesentliche Konzept der Quantenphysik und nicht der Versuch, die Wirklichkeit zu beschreiben. Nach A. Zeilinger kann man den Informationsinhalt des menschlichen Körpers (in Bits) auf CD's speichern. Übereinandergelegt würden diese CD's eine Strecke bis zur nächsten Milchstraße ergeben, d.h. der menschliche Körper enthält fast unendlich viele Informationen. Dieses Ergebnis stimmt mit den Überlegungen von G. Anger überein.

Der Physiker P. C. Sabatier schreibt in seiner Arbeit [151] '*Past and Future of Inverse Problems*' unter anderem: *Inverse problems are those where a set of measured results is analyzed in order to get as much information as possible on a "model" which is proposed to represent a system in the real world. Exact inverse problems are related to most parts of mathematics. Applied inverse problems are the keys to other sciences. Hence the field, which is very wealthy, yields the best example of interdisciplinary research but is has nevertheless a strong individuality. The obtained results and explored directions of the 20th century are sketched in this review, which attempts to predict their evolution.* (Remark of G. Anger: The paper of Sabatier does not deal with the results of physical fields, i.e. the modern potential theory developed by French mathematicians and G. Anger [18]).

Der Ornithologe, Geologe. Naturwissenschaftler und Leiter unzähliger Expeditionen U. George [144] verbrachte sechs Jahre im tropischen Regenwald und unternahm allein 25 Expeditionen in die Sahara. "Mich hat die Wüste das Absolute gelehrt - man muß nur zu lesen verstehen". Sehen lernen ist eine Sache, die man Kindern beibringen müßte, so wie sie das Sprechen lernen. Daran krankt unser Bildungssystem, daß Kinder und später auch Studenten an den Universitäten nur das Denken in vorgefertigten Schubladen eingetrichtert bekommen. ... Es wird an den Universitäten viel zu wenig draußen in der Natur geschaut. ...

R. Stein schreibt [153]: *Seit der Nazi-Zeit habe sich die 29köpfige Nobelpreisgalerie in der Humboldt Universität Berlin um kein Bild vermehrt, stellte der Präsident der Humboldt-Universität, der Physiker Prof. Jürgen Mlynek, fest. "Wie schafft man ein Umfeld für Nobelpreise?" Darauf habe ihm einmal ein amerikanischer Kollege geantwortet: 1. Wissenschaft ist elitär - man muß die Leistungsfähigsten auswählen und fördern. 2. Exzellente Wissenschaftler berufen erstklassige Leute. 3. Die Jungen sollen nicht für die Alten arbeiten. Diese drei Prinzipien folge jetzt auch die Humboldt-Universität. ...*Der Nobelpreisträger G. Blobel sagte bei einer Veranstaltung zur Verleihung der ersten Nobelpreise

vor 100 Jahren*: Die Architektur der Dresdner Frauenkirche erinnere ihn in ihrer Komplexität an die einer Zelle, die überdies ein höchst bewegtes Innenleben hat: Eine Milliarde Eiweißmoleküle werden in ihr ständig abgebaut und neu gebildet. ...*

Zum jetzigen Zeitpunkt ist folgende Einschätzung der Anwendung der Mathematik - seit den fundamentalen *Principia* von I. Newton aus dem Jahre 1687 - möglich. Die Mathematiker und Physiker beschäftigten sich, da die mathematische Analysis noch keinen hohen Entwicklungsstand erreicht hatte, damals vor allem mit Problemen der Punktmechanik, der Algebra und Geometrie. Diese große Lücke konnte in der Zeit von 1900 - 1960 durch G. Cantor, D. Hilbert, I. Fredholm, H. Lebesgue, F. Riesz, J. Radon, S. Banach, K.O. Friedrichs, M. Brelot, J. Dieudonné, H. Cartan, L. Schwartz, G. Choquet, A. Kolmogorov, M. Krein, I. M. Gelfand, A. N. Tikhonov, M. M. Lavrent'ev und viele andere geschlossen werden. An die komplexen Systeme der Natur (innere Struktur der Festkörper, biologische Systeme, irreversible Prozesse usw.) hat sich fast niemand herangewagt [16], [18], [109]. Die Wissenschaftler an den Universitäten müssen fortwährend publizieren, Doktoranden können sich meist nur auf bekannten 'eingefahrenen' Gebieten qualifizieren. Viele der jüngeren Mathematiker scheitern bei den Fragen der messenden Physik bezüglich komplexer Systeme der Natur (Geophysik, Wettervorhersage, Klimaforschung, Biologie, Medizin usw.), d.h. bei der Modellierung der entsprechenden komplexen Prozesse und bei der Bestimmung unbekannter physikalischer Parameter f aus der Beziehung g = Af, g Meßwert. Die Bestimmung von g bei bekanntem A und f heißt *direkte Aufgabe*, die Bestimmung von f bei bekanntem A und g *inverse Aufgabe*, symbolisch geschrieben in der Form $f = A^{-1} g$. In dieser Hinsicht hat es sehr schlimme Dinge gegeben. Der Mathematiker, der sich mit rein innermathematischen Problemen beschäftigt, hält sich für den besseren. Anwendungen der Mathematik läßt man unerfahrene Wissenschaftler studieren, wobei die meisten Fragen aus den Anwendungen bezüglich der komplexen Systeme der Natur auf nichtentscheidbare mathematische Probleme führen (praxis cum theoria). Der Mathematiker J. Hadamard führte 1904 den Begriff einer *korrekt gestellten Aufgabe* Af = g ein, d.h. f ist eindeutig durch A und g bestimmt und hängt stetig (stabil) von g ab [8], [18]. Ist eine dieser Bedingungen nicht erfüllt, heißt Af = g *inkorrekt gestellt*. Nach der früheren Meinung von J. Hadamard sind inkorrekt gestellte Aufgaben (mathematisch) nicht sinnvoll, obwohl die meisten inversen Aufgaben auf inkorrekt gestellte Aufgaben führen und von zentraler Bedeutung in den Anwendungen sind. Durch die Bemerkungen von J. Hadamard ist das Studium inkorrekt gestellter Aufgaben bis ca. 1960 liegengeblieben [8], jetzt wegen der Dringlichkeit hoch aktuell. Dabei ist zu beachten, daß eine eventuelle Lösung einer inkorrekt gestellten Aufgabe $f = A^{-1}g$ unstetig (instabil) von den Meßwerten g abhängt, was bei der numerischen Behandlung **oft zu falschen Ergebnissen führt** [8], [11], [14], [18], in der Medizin eine schlimme Situation.

Bei inversen Problemen müssen die Modelle der (klassischen) Physik erst einmal bezüglich allgemeiner Massenverteilungen formuliert und anschließend mit Methoden der Funktionalanalysis (Strukturmathematik) studiert werden. Das erfordert einen vollständig neuen Aufbau der angewandten Mathematik (für die komplexen Systeme der Natur). Grob gesprochen kann man sagen, daß erst nach 1960 das Studium inverser Probleme von einen systematischen Standpunkt aus möglich war. Und diese Ergebnisse [8], [9], [12], [18] sind vielen Wissenschaftlern und Medizinern unbekannt. Dabei führen fast alle Anwendungen der Mathematik (Interpretation von Informationen) auf inverse Probleme [8], [9], [26]. Vor allem ist unbekannt, daß die Messungen (EKG, EEG usw.) auf der Makroebene vorgenommen werden und nur einen schwachen Output (Mittelwerte) darstellen. Weiterhin hängt eine eventuelle Lösung $f = A^{-1}g$ unstetig (instabil) von den Meßwerten g ab, für die numerische Behandlung eine schlimme Sache. Von einem solchen Output wollen die Wissenschaftler auf die lokalen Parameter schließen, was im allgemeinen unmöglich ist. Weiter ist praktisch unbekannt (bis auf Chirurgen, die den menschlichen Körper öffnen), daß bei bildgebenden Verfahren bei der Rekonstruktion des Inneren des menschlichen Körpers Geisterbilder (Phantombilder, Artefakte) auftreten können. Endlich viele Meßpunkte haben die Dimension Null. Die bildgebenden Verfahren wollen von einer Dimension Null auf die Dimension zwei schließen, was nicht in jedem Fall gelingt [11] [15], [18]. Dadurch entstehen viele falsche Diagnosen in der Medizin mit weitreichenden Konsequenzen [12], [123].

Man kann die Ergebnisse von G. Anger [2] bis [18] ansehen als Übertragung der Ergebnisse der Mathematik auf die Naturwissenschaften und die Medizin. Dadurch entstehen bei den realen Anwendungen mathematische Strukturen, auf denen aufzubauen ist und die hinweisen auf entscheidbare oder nichtentscheidbare Probleme der messenden Physik. Viele von Nichtmathematikern behandelte Probleme aus den Anwendungen, wie etwa in der Geophysik, sind **physical nonsense**.

Neuerdings unterstützt die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) ab 2002 das Großprojekt *Mathematik für Schlüsseltechnologien* (*Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse*) an der Technischen Universität Berlin. Daran sind weiter beteiligt die Humboldt Universität Berlin, die Freie Universität Berlin, das Weierstraß Institut für Angewandte Analysis und Stochastik in Berlin und das Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin. Dabei spielen vor allem ingenieurtechnische Fragen eine zentrale Rolle. Man kann alles nachlesen im Internet unter www.math.tu-berlin.de/DFG-Forschungszentrum . Fragen des messenden Physik (Diagnostik) für die Systeme der offenen Natur (Geophysik, Wettervorhersage, Medizin, Biologie, Universum usw.) werden nach dem vorliegenden Programm nicht behandelt. Zentrale Fragen zu diesem Problemkreis findet man in den Arbeiten von G. Anger (siehe etwa die Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc) mit weitreichenden Konsequenzen für die Naturwissenschaften, d.h. praxis cum theoria. Eine zentrale Aufgabenstellung der angewandten Mathematik besteht in der Bestimmung der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle aus den Naturwissenschaften, was bisher kaum geschehen ist. Im Gegensatz dazu ist die Bestimmung der Leistungsfähigkeit rein innermathematischer Modelle intensiv untersucht worden. Die inverse Theorie liefert vollkommen neue Lösungen für die Naturwissenschaften, die im Labor als Lösungen der Natur nachzuprüfen sind (siehe etwa [8], page 225).

1. Allgemeine Bemerkungen

Die Erde, auf der grundlegende Wechselwirkungskräfte der Physik gelten, ist ein winzig kleiner Teil der Natur. Diese Wechselwirkungen sind die Gravitations-Wechselwirkung (Massen), elektromagnetische Wechselwirkung (elektrische Ladungen), starke Wechselwirkung innerhalb des Atoms (Protonen, Neuronen, Mesonen) und die schwache Wechselwirkung (Elementarteilchen) [64], [75], [78]. Letztere Wechselwirkung folgt aus den drei ersten Wechselwirkungen. Es ist naheliegend, anzunehmen, daß diese im gesamten Universum gelten. Der experimentelle Nachweis kann jedoch nur auf der Erdoberfläche und im erdnahen Raum vorgenommen werden. Es ist durchaus möglich, daß es weitere nicht bekannte Grundgesetze der Natur gibt [11], [15], [75], [83], [85], [87]. Dieses dürfte speziell für biologische Systeme gelten, die sich wegen ihrer Komplexität und der permanenten dynamischen Interaktion mit ihrer Umgebung nicht vollständig durch die bisherige Physik beschreiben lassen [11], [16], [45], [52], [109], [117], [119], [122]. Aus dem Weltall trifft fortwährend bekannte und unbekannte Strahlung auf die Erde [68]. Neuerdings nehmen Wissenschaftler die Existenz von Schattenmaterie (Äther) an, die mit den bisherigen Meßinstrumenten nicht nachweisbar war [34], [44], [77]. Ein Nachweis soll mit Hilfe von Raumstationen versucht werden. Im Universum wird weiterhin die Existenz einer Art *Energie* vermutet [44]. Es ist durchaus möglich, daß es viele Universen gibt [44]. Physiker versuchen in der Gegend von Hannover und später im Weltraum, das Vorhandensein von Schwerewellen durch Laufzeitmessungen elektromagnetischer Wellen in zwei zueinander senkrechten Richtungen nachzuweisen [38]. Damit kann eine eventuell vorhandene Komprimierung der Massen nachgewiesen werden.

Im Verlauf von Milliarden von Jahren hat sich das Universum entwickelt [34], [44], [52], [83], [87]. Für den Menschen ist das Leben auf der Erdoberfläche von besonderem Interesse. Wir müssen die augenblicklichen physikalischen und biologischen Gegebenheiten anerkennen und uns mit dieser Tatsache wissenschaftlich auseinandersetzen. Dabei ist unsere Biosphäre, in der wir leben, ein superkomplexes System, welches sich niemals voll beschreiben läßt. Pflanzen und Lebewesen haben sich im Verlauf einer sehr langen Zeit an die physikalischen und biologischen Sonderbedingungen der Erde gewöhnt, wobei die genetischen Voraussetzungen in vielen Fällen eine Anpassung ermöglichten [25], [34], [45], [69], [90]. Der Mensch hat sich früher von Pflanzen, Samen und Tieren ernährt, die komplexe Systeme sind und praktisch alle lebensnotwendigen Stoffe enthalten. Als Flüssigkeit diente das vorhandene Wasser. Der Berliner Chemiker A. S. Maggraf (1709 - 1782) stellte 1747 den Zuckergehalt der Runkelrübe fest und bemerkte, daß der Rübenzucker dem aus dem Zuckerrohr gewonnen gleich ist. Dadurch konnte später in Europa sehr viel Zucker produziert werden. Nach der in [103] zitierten Zeitschrift, S. 8, ist zu viel Zucker die größte Droge unserer Zeit. Weiter findet man auf dieser Seite die Bemerkung: *Bei aller soziokultureller und biologischer Ursachenforschung, die Wahrheit ist so einfach: 90% aller Krankheiten kommen durch schlechte Ernährung, negative Gedanken und zu wenig Bewegung.* Die Bedingungen für das Überleben der Tiere und des Menschen bezüglich der physikalischen und sozialen Strukturen stellte an den Körper große Herausforderungen, woran sich diese biologischen Systeme gewöhnt haben. Aus diesem Grund sind im täglichen Leben diese Herausforderungen weiterhin notwendig. Aber der Mensch beachtet in der von ihm geschaffenen Zivilisation diese Fakten zu wenig.

Jede spezielle physikalische Information ist eine schwache Projektion der realen Welt. Innerhalb der Erdkruste sind gewisse physikalische und biologische Fakten gespeichert, die einen Aufschluß auf die Entwicklung der Erde in den vergangenen Millionen Jahren zulassen [84]. Eine genaue Beschreibung der damaligen physikalischen Bedingungen ist wegen eines fast totalen Informationsmangels jedoch nicht möglich. Im Verlauf der Zeit könnten sich verschiedene physikalische Größen geändert haben [11], [75], [152]. Außerdem befindet sich das Universum in einer ständigen Veränderung. Nach [34] und [84] besteht die Möglichkeit, daß laufend neue Massen im Universum herauskondensieren. Dieses zeigt sich am Wachsen der Erde [84] und anderer Planeten. Dieser Sachverhalt kann nicht mit Hilfe der Energie der Sonnenstrahlung erklärt werden.

Um die Massen des Gravitationsfeldes der Erde bzw. die Ladungen eines elektrodynamischen Feldes unter den augenblicklichen Bedingungen zu bestimmen, benötigt man die Kenntnis des entsprechendes Feldes in jedem Punkt der Massen bzw. der Ladungen. Der Nachweis ist relativ einfach. Kennt man das Feld nicht in einer (beliebig kleinen) Kugel, so ist die Massen- bzw. Ladungsverteilung innerhalb der Kugel nicht eindeutig bestimmt [5], [8].

Voranstehende Aussage hat weitreichende Folgen für die messende Physik, d.h. aus Meßwerten sollen innere Parameter eines Systems, die direkten Messungen unzugänglich sind, bestimmt werden. Solche Aufgabenstellungen sind unter dem Begriff **inverse Probleme** bekannt [8], [9], [11], [13], [14], [15], [18], [30], [57], [63], [64], [70], [80], [88], [93], [101], [112], [113], [114], [115], [117], [123], [124], [131], [151]. Aus technischen Gründen können die Messungen bezüglich physikalischer Felder im dreidimensionalen Raum $\mathbf{R}^3$ nur in endlich vielen Punkten vorgenommen werden. Endlich viele Punkte haben die Dimension Null. Zu jedem anderen Punkt außerhalb dieser Meßpunkte gibt es eine genügend kleine Kugel, in der kein Meßpunkt enthalten ist. Hieraus folgt die Mehrdeutigkeit (Phantombilder, keine *real world solutions*) der Aufgabenstellungen der messenden Physik, speziell bildgebender Verfahren der medizinischen Diagnostik (Computer-Tomographie [71], Nuclear Magnetic Resonance (NMR)-Tomographie [24], [123], usw.), mit weitreichenden negativen Folgen, wenn keine Zusatzinformationen bezüglich der zu bestimmenden physikalischen Parameter vorhanden sind. Chirurgen, die den menschlichen Körper öffnen, stellen oft fest, daß das mit Hilfe eines bildgebenden Verfahrens rekonstruierte Körperinnere nicht mit der Realität übereinstimmt. Darüber wird praktisch nicht gesprochen. Vom Prinzip her ist es fast nicht möglich, von einer Menge der Dimension Null auf die Dimension 2 zu schließen. Praktische alle Wissenschaftler präsentieren immer wieder Schnitte durch das Innere des Hirns bzw. den menschlichen Körper, ohne zu wissen, daß solche Rekonstruktionen nicht immer der Realität entsprechen [42], [95]. Hieraus folgen zahlreiche Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang [11], [12], [15], [18]. Erschwerend ist weiterhin folgende Tatsache: Die Lösungen inverser Probleme hängen **unstetig** von den Meßwerten ab. Daher gelten hier ganz andere Gesetze als bei den bisher studierten direkten Problemen (Randwertaufgaben, Anfangswertaufgaben) der mathematischen Physik.

Vor 30 - 40 Jahren war noch folgende Denkweise bei vielen Physikern und Medizinern verbreitet: *Die Natur existiert, also kann ich (mit einem mathematischen Modell und einer bestimmten Menge von Informationen) das System vollständig charakterisieren* [11]*. In einem komplexen System der offenen Natur* [108] *(außerhalb des Labors) ist diese Schlußweise im allgemeinen falsch*. In [86] wird eine Theorie für inverse Aufgaben der Geophysik entwickelt. Solche Ergebnisse sind vom mathematischen Standpunkt aus richtig, können aber nur für inverse Probleme angewendet werden, die genau eine Lösung besitzen, wie etwa bei inversen Problemen der Ingenieurwissenschaften. Inverse Probleme der Geowissenschaften und der Medizin besitzen – wegen eines fast totalen Informationsmangels – meist unendlich viele Lösungen. Daher sind solche Ergebnisse für viele inverse Probleme der realen Natur nicht brauchbar. Und diese Tatsachen sind den meisten Wissenschaftlern unbekannt. Vollständig bekannt dagegen ist die Struktur linearer Gleichungssysteme im $\mathbf{R}^n$ [6]; **warum wurde nicht die Struktur (Leistungsfähigkeit) der Modelle der mathematischen Physik, die seit über 200 Jahren studiert werden, untersucht??** Einzelne Mathematiker und Physiker sind seit 100 Jahren - mit Hilfe von Gegenbeispielen - immer wieder an die Grenzen dieser Leistungsfähigkeit gestoßen [8], [15], [18].

Die Physiker haben sich vor allem mit solchen inversen Problemen beschäftigt, bei denen zwischen Meßwert und zu bestimmenden Parametern eine umkehrbar eindeutige Zuordnung besteht, d.h. ein Meßwert entspricht genau einem zu bestimmenden Parameter. Das trifft zu bei der Bestimmung von Entfernungen, von Punkten im $\mathbf{R}^n$, der Zeit, von atomaren Prozessen usw. Nach Nobelpreisträger (1998) H. Störmer [107] beruht der Erfolg der Mikroelektronik vor allem auf der Beherrschung der Physik der verwendeten Kristalle (Diamant, Silizium usw.), deren Atome wie im Schachbrett

angeordnet sind. Dadurch lassen sich wichtige Strukturen auf den Kristallen anbringen. Weiterhin ist die innere physikalische Struktur von Metallen, Holz usw. unbekannt. Für diese Materialien gibt es nur praktische Erfahrungen. Auf diese Weise lassen sich durch Zusammensetzung gewisser physikalischer Teilprozesse leistungsfähige Maschinen und Meßgeräte konstruieren. Vor allem in der Medizin sind die meisten inneren Parameter (und Prozesse) des menschlichen Körpers unbekannt. Deshalb ist der Arzt im großen Umfang auf praktische Erfahrungen (praxis cum theoria) angewiesen [12], [15], [37], [119].

Die Schwierigkeiten der messenden Physik werden uns bewußt bei der Erdbebenvorhersage, der Wettervorhersage, der Geophysik, der medizinischen Diagnostik, usw. [11], [12], [99], [100]. Die meisten physikalischen Prozesse entziehen sich einer sinnlichen Wahrnehmung. Die Mathematik ist die *Sprache* der Physik [34], [38], [126]. Um Prozesse der Natur mit Hilfe von Meßwerten beschreiben zu können, benötigt man ein (leistungsfähiges) mathematisches Modell. Dabei ist zu beachten, daß wegen des großen Informationsinhaltes der Materie (überdurchschnittlich viele Atome) und der Schwäche der Meßwerte, die meist nur auf der Makroebene (Mittelwerte über die atomaren Strukturen) gewonnen werden können, in vielen Fällen praktische Erfahrungen bezüglich der speziellen Materie hinzugezogen werden müssen. Und solche praktischen Erfahrungen sind für das Innere der Erde und die Astrophysik in weiten Entfernungen kaum zu gewinnen [162]. Man sollte aber bei solchen theoretischen Untersuchungen beachten, daß die realen (komplexen) Prozesse der Natur vom physikalischen Standpunkt aus anders aussehen können [51], [85]. Auch unsere Sinnesorgane liefern eine dem Betrachter eigene Interpretation der Natur. Trotzdem kann man sehr erfolgreich mit den realen Prozessen der Natur umgehen [95], [103].

Viele der mathematischen Ergebnisse sind als Folge eines Informationsmangels keine 'real world solutions' [8], [11], [15], [18], [162]. Ohne mathematisches Modell und ein systematisches Studium der **Leistungsfähigkeit des Modells** ist eine Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Meßwerten - auf der Basis der Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung - nicht möglich. Dabei ist die Geophysik bei der Bestimmung der Struktur des Erdinneren und die Astrophysik in weiten Entfernungen vollständig auf Meßwerte angewiesen. Ähnliches gilt für jede Materie, wenn man die Struktur des Inneren ohne Zerstörung mit Hilfe von Meßwerten bestimmen will. In den Proceedings von 1993 [9] findet man von G. Anger folgende Sätze: **It may be that 95% of the information must come from the special complex system considered. My most important sentence I wrote down as mathematician is the well known fact: In the complex systems of nature, the scientist largely depends on practical experience!**

Die Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit eines mathematischen Modells sind rein mathematische Untersuchungen, deren einzelne Schritte nicht notwendig einer physikalischen Rechtfertigung bedürfen. Physikalische Zusatzinformationen gehören zum mathematischen Modell (Bemerkungen dazu siehe [109]). Ein systematisches Studium des Modells ist in den meisten Fällen, speziell in Geophysik, Medizin und Astrophysik in weiten Entfernungen, bisher kaum durchgeführt worden, woraus überdurchschnittlich große materielle Verluste entstehen. Dabei ist vor allem mit Hilfe von Experimenten zu klären, inwieweit ein mathematisches Modell und seine Lösungen den Prozeß **richtig beschreibt** [8], [11], [15], [18]. Voranstehende Fakten bezüglich der Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle sind fast allen Mathematikern, Naturwissenschaftlern und Medizinern unbekannt. Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle sind daher eine große Herausforderung für die Mathematik, die eigentlich sofort erfolgen sollten.

Die Bestimmung der Bahnkurven von Planeten, anderen Himmelskörpern und sogar von künstlichen Raumkörpern, die man bei den Berechnungen - wegen der großen Abstände der Körper - als Punktmas-sen ansehen kann, hat große Erfolge zu verzeichnen. Zur Berechnung dieser Bahnkurven benötigt man das Newtonsche Gravitationsgesetz, die Raumkoordinaten des Körpers, seine Gesamtmasse sowie die Parameter von endlich vielen anderen in Frage kommenden Raumkörpern [49]. Diese großartigen Erfolge der Punktmechanik wollte man im 20. Jahrhundert auf die komplexen Systeme der Natur übertragen, was wegen der Komplexität der Systeme unmöglich ist. Außerdem vertraten nach 1945 viele Wissenschaftler die Auffassung, daß unter Verwendung von Computern eine künstliche Intelligenz entwickelt werden kann, was sich inzwischen als nicht machbar herausgestellt hat (siehe auch **5**.) [15], [76], [126].

Bereits I. Newton schrieb 1687 in seinem berühmten Buch [81] folgende Sätze (deutsche Übersetzung Seite 511) ... *Ich habe noch nicht dahin gelangen können, aus den Erscheinungen den Grund dieser Eigenschaften der Schwere abzuleiten* (Anmerkung von G. Anger: In der heutigen Begriffsbildung handelt es sich hierbei um inverse Probleme, die die zentralen Fragen der Naturwissenschaften sind,

aber wegen der prinzipiellen Schwierigkeiten meist nicht genügend untersucht worden sind), *und Hypothesen erdenke ich nicht. Alles nämlich, was nicht aus den Erscheinungen folgt, ist eine Hypothese und Hypothesen, seien sie nur metaphysische oder physische, mechanische oder diejenigen der verborgenen Eigenschaften, dürfen nicht in die Experimentalphysik aufgenommen werden. In dieser leitet man die Gesetze aus den Erscheinungen ab und verallgemeinert sie durch Induktion*. ... Das Newtonsche Gesetz der Anziehung von Massen läßt sich relativ einfach herleiten, indem der Inhalt der Kugeloberfläche verwendet wird [18]. Nach der allgemeinen Relativitätstheorie von A. Einstein (1916) bewirken die Massen eine Krümmung des Raumes. Nach Ansicht von G. Anger ist dieses eine elegante mathematische Beschreibung der Gravitation. Aber wie wirkt die Gravitation aus physikalischer Sicht? Seit I. Newton werden diese Fragen immer wieder diskutiert [21], [22], [66]. Im Gegensatz dazu sind die Verhältnisse in der Elektrodynamik weitgehend bekannt.

Im Labor (auf der Erdoberfläche bzw. im erdnahen Raum) sind sehr viele hervorragende Teilergebnisse erzielt worden, die in einem gewissen Umfang zur Verbesserung des Lebens auf der Erde und zur Konstruktion von Meßgeräten und Maschinen verwendet werden. Pflanzen, Tiere und der Mensch sind aber nach wie vor den Gegebenheiten der Natur (des Universums) **total** ausgeliefert. Sie sind in jeder Hinsicht nur ein Teil der Natur (Schöpfung), wobei beim Menschen eine vollständige Einheit von Körper und Seele vorhanden ist [64], [90], [103]. Bei der Entwicklung der Natur gibt es gewisse physikalische 'Spielregeln'. Nur solche biologischen Systeme haben einen dauernden Bestand, die sich sinnvoll in das System 'Biosphäre' eingliedern können [34]. Vom Prinzip her leben wir wie vor 10.000 Jahren oder 1 Million Jahren in einer Welt der Empirie. Der Mensch hat fast keinen Einfluß auf das Universum [34], [44], [162], sondern verändert durch Wissenschaft und Technik fortwährend die Bedingungen auf der Erdoberfläche.

Wegen eines fast totalen Informationsmangels ist eine Beschreibung des Universums von Beginn an (Urknall) nicht möglich [44] [64], [83], [87]. Solche Betrachtungen sind Überlegungen bezüglich eines mathematischen Modells und beruhen zum großen Teil auf physikalischen Hypothesen (speziell konstanter Lichtgeschwindigkeit *c* [64]) bezüglich der Materialparameter, die meist nicht nachprüfbar sind (siehe auch [87]). Ähnliche Aussagen gelten für das Innere der Erde, das Innere biologischer Systeme, usw. So werden die Gleichungen der Elektrodynamik (Maxwell-Gleichungen) für den menschlichen Körper (Hirn, Herz) unter der Annahme hergeleitet, daß die physikalischen Parameter im Inneren des menschlichen Körpers bekannt sind, was nicht zutrifft. Vom mathematischen Standpunkt aus sind solche Überlegungen korrekt [82], aber wegen der vielen Hypothesen kaum von Belang für die realen Anwendungen. Mit zusätzlichen Informationen kommt man eventuell zu sinnvollen Aussagen. Bei Untersuchungen der theoretischen Physik gibt es oft einen großen Informationsmangel mit weitreichenden Konsequenzen für deren Ergebnisse [15], [66]. Daher gelten hier wegen eines prinzipiell vorhandenen Informationsmangels bezüglich der realen Systeme der Natur ähnliche Aussagen wie bei der Cantorschen Kontinuumshypothese. G. Cantor (1845 - 1918), Professor für Mathematik an der Universität Halle-Wittenberg, wollte folgenden Sachverhalt beweisen: Jede unendliche Menge reeller Zahlen läßt sich umkehrbar eindeutig entweder auf die Menge **R** der reellen Zahlen oder die Menge **N** = {1,2,3, ...} der natürlichen Zahlen abbilden. Nach K. Gödel (1931) und P. Cohen (1963) sind die mathematischen Axiome der Mengenlehre nicht hinreichend, um diese Hypothese zu beweisen. Auch in diesem Fall werden zusätzliche Informationen benötigt, um weiterreichende Aussagen zu bekommen. Für die Cantorsche Kontinuumshypothese gilt: **weder beweisbar noch widerlegbar** [8], [15], [75], [132]. Dies scheint eine prinzipielle Aussage im Verhältnis Mensch - Natur zu sein und charakterisiert die geringfügige Möglichkeit der Erkennung der Natur durch den Menschen [16], [18], [33], [44], [45], [83], [90], [108], [109], [122], [162]. Zusätzliche Untersuchungen ermöglichen manchmal weitere Aussagen.

Die in diesem Artikel skizzierten Überlegungen bezüglich der Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in Naturwissenschaften und Medizin sind in ihrer Gesamtheit praktisch allen Mathematikern, Physikern und Ärzten unbekannt, woraus große materielle Verluste entstehen. Man kann den Zustand der messenden Physik bezüglich der realen Systeme der Natur (außerhalb des Labors) **vielleicht vergleichen mit dem Zustand der Alchimie vor 300 Jahren**. Es ist mehr als erstaunlich, daß die meisten Wissenschaftler eine Klärung dieses Sachverhaltes, der in diesem Artikel zu finden ist, ablehnen und somit eine Weiterentwicklung dieses Gebietes unterbinden [1]. Folgender Sachverhalt ist sehr realistisch: 50 hochqualifizierte Wissenschaftler sind mit größter Wahrscheinlichkeit in der Lage, innerhalb von 10 Jahren die Leistungsfähigkeit der messenden Physik (inverse Probleme) zu klären und viele Lösungsvorschläge für spezielle inverse Probleme zu

unterbreiten. Rechnet man für einen Wissenschaftler mit ca. 200.000 DM Gesamtkosten pro Jahr, so ergibt das einen Gesamtbetrag von 100 Millionen DM für 10 Jahre für 50 Wissenschaftler. Anschließend lassen sich dann viele Milliarden DM pro Jahr einsparen. **Die angewandte Mathematik gehört zu denjenigen Disziplinen der Wissenschaften, die in Zukunft einen überdurchschnittlich hohen Nutzen erbringen können [18]**. Aber die meisten Mathematiker sind nur auf innermathematischen Gebieten ausgebildet worden. Ein Hinwenden zu den inversen Problemen erfordert ca. 10 Jahre zusätzliche Arbeit für einen Wissenschaftler, was nur zentral geregelt werden kann. Große physikalische wissenschaftliche Einrichtungen verbrauchen jährlich viele hundert Millionen DM, ohne einen entsprechenden Nutzen zu erbringen [47].

2. Methoden zum Studium von Problemen der Naturwissenschaften und der Medizin

Noch vor 150 - 200 Jahren und vorher beruhte die Erkennung der Natur im wesentlichen auf der Verwendung der Sinnesorgane des Menschen, wobei beim Gebrauch der Sinnesorgane die zugrunde liegenden physikalischen Vorgänge nicht bekannt sein müssen. Die Augen verwenden sichtbares Licht (elektromagnetische Wellen 3,75 10^{14} Hz - 8,4 10^{14} Hz) zur Erkennung von Objekten, die Ohren analysieren akustische Wellen (20 Hz - 20.000 Hz) auf eine **dem Menschen eigene Weise**. Beim Gebrauch elektromagnetischer bzw. akustischer Signale liegt ein Gemisch verschiedener Frequenzen vor, die zusammen oft eine Identifikation von Objekten zulassen. Fledermäuse können sich mit Hilfe akustischer Wellen (erzeugt mit dem Mund, ~ 82.500 Hz) vollständig im Raum orientieren. Weiterhin analysieren Nase und Mund ein Gemisch verschiedener chemischer Substanzen. Die Komplexität obiger Frequenzen ermöglicht die Identifikation von **sehr vielen Objekten** [90]. Die Technik arbeitet aber meist mit speziellen Frequenzen, woraus eine geringere Möglichkeit der Identifikation von Objekten folgt. Eine Schwarz-Weiß-Aufnahme enthält wesentlich weniger Information als eine Farbaufnahme. Solche Bemerkungen sind wichtig für die Diagnostik in der Medizin. Die Informationen der Sinnesorgane werden im Hirn, welches ein System höchster Komplexität und vermutlich niemals vollständig durch Meßinstrumente ersetzbar ist, analysiert [11], [34], [87], [103]. Im Verlauf des Lebens speichert das Hirn viele Muster. Es ist sehr wohl möglich, daß das Hirn durch die Evolution zur Erkennung von Objekten bereits vorprogrammiert ist. Bei Bedarf werden verschiedene Muster - speziell bei Sprachen - zur Analyse herangezogen, die mitunter eine Identifikation von einzelnen Objekten bzw. von Sätzen zulassen. Ohne Zusatzinformationen sind viele Informationen mehrdeutig und lassen daher keine Entscheidung zu. **Dieser Sachverhalt wird auf dem Gebiet der messenden Physik bei der Charakterisierung komplexer Systeme oftmals vergessen.**

Will man Teilfunktionen der Sinnesorgane durch Instrumente ersetzen, sind neben einem mathematischen Modell leistungsfähige Meßwerte notwendig [9], [11], [13]. Auf diese Weise lassen sich auch Aussagen treffen über physikalische Vorgänge, die sich der sinnlichen Wahrnehmung entziehen, wie zum Beispiel Strahlung außerhalb des sichtbaren Lichtes oder magnetische Felder. Häufig wird in den Naturwissenschaften und der Medizin versucht, sehr komplexe Vorgänge unter Verwendung von mathematischen Modellen zu beschreiben. Dabei landet man oft bei bisher ungelösten Problemen der mathematischen Grundlagenforschung [3], [10]. Ob das Problem vom Prinzip her lösbar ist, hängt wie bereits gesagt, von der Leistungsfähigkeit des betreffenden Modells sowie einer hinreichenden Anzahl leistungsfähiger Meßwerte ab. Das Studium inverser Probleme verlangt die Kenntnis großer Teile der Mathematik (hard analysis) und ist viel arbeitsintensiver als innermathematische Probleme. Bei solchen Überlegungen stellt sich oft heraus, daß mit den vorliegenden Informationen ein inverses Problem nicht (eindeutig) lösbar ist oder die Lösung unstetig von den Meßwerten abhängt [8], [9], [10], [11], [55], [88]. Daher scheitern viele junge Mathematiker und Physiker nach ihrem Studium an solchen Aufgabenstellungen. Wenn Studenten die Universität verlassen, finden sie im allgemeinen inverse Probleme vor [26], ohne deren Prinzipien zu kennen (siehe auch **8**.). Dieser Sachverhalt ist mitunter Professoren unbekannt.

Bereits vor ca. 2.400 Jahren haben Hippokrates und seine Schüler, basierend auf den Erfahrungen ägyptischer, babylonischer und indischer Medizin, gelehrt, *daß es nur dann möglich ist, die 'Geschichte' der einzelnen Krankheiten präzise herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome aufmerksam beobachtet und mit größter Genauigkeit festhält: die Krankheit an sich sei unerreichbar* [37], [46], [118], [119]. Für die komplexen Systeme der Natur - speziell alle biologischen Systeme - ist

wegen Informationsmangels **keine mathematische Systemtheorie** möglich. Daher bleibt die Aussage von Hippokrates heute noch gültig, auch für andere komplexe Systeme der offenen Natur [32], [130]. Da wir in einer durch die Ingenieurwissenschaften geprägten Welt leben [84], [94], wurde dies weitgehend vergessen. Eine Ausnahme hiervon stellen die 'Volksmedizinen' dar, wie etwa die traditionelle chinesische [121]. Anstelle rationaler Systemtheorie herrscht dort ein 'ganzheitliches' magisch-mystisches Denken [90]. Aus wiederkehrenden Erfahrungen werden für die Praxis nützliche Regeln abgeleitet. Die Ergebnisse der Naturwissenschaften ergänzen solche Erfahrungen **wesentlich**. Nach R. R. Ernst [41] hat die Kernspin-Tomographie ergeben, daß die (chinesische) Akupunktur zuerst auf das Hirn wirkt und von hier aus Reaktionen im Körper folgen. Allerdings können im komplexen System die Signale auch auf anderem Wege eine weitere Wirkung erzeugen. Zur Erinnerung sei hier nochmals darauf hingewiesen, daß sich Pflanzen, Tiere und der Mensch in der offenen Natur befinden. So läßt sich z. B. die Wärmestrahlung des Menschen in gewissen Entfernungen relativ genau messen. Auch die anderen elektrodynamischen Prozesse innerhalb des Menschen (Hirn, Herz) geben schwache Informationen (Mittelwerte über die atomaren Strukturen) nach außen in die offene Natur ab [34], [52]. Allerdings werden dabei die Feinstrukturen dieser Signale zu wenig beachtet. Eine Bestimmung des Inneren des menschlichen Körpers mit Hilfe solcher Meßwerte (output) ist jedoch nicht möglich. Dasselbe gilt für jedes reale System der (offenen) Natur. **Nach [97], [108], [109] werden physikalische Prozesse ausnahmslos auf der Makroebene gemessen. Dieser Sachverhalt wird von den meisten Wissenschaftlern und Ärzten kaum beachtet**. So will man mit dem EKG bzw. EEG [117], [120] Aussagen über die innere Struktur (Materialparameter) des Herzens bzw. Hirns treffen, was nur bedingt möglich ist. Wenn eine Meßkurve jedoch umkehrbar eindeutig einem Sachverhalt entspricht, ist ein solcher Schluß richtig [7], [13], [16], [18] [117], [119]. Dieser Sachverhalt trifft nur in wenigen Fällen zu. In Zukunft sollte man die Leistungsfähigkeit des **Outputs** genauer bestimmen (siehe auch [117]). In der Chirurgie verwendet man den Output des EKG's und des EEG's zur Kontrolle der Lebensfunktionen des menschlichen Körpers – und nicht zur Bestimmung des Inneren des menschlichen Körpers. Entsprechend der Herangehensweise von G. Anger [3], [4], [5], [10] für das inverse Quellproblem der Laplace-Gleichung (Gravimetrie) und das inverse Quellproblem der Wärmeleitungsleichung läßt sich mit größter Wahrscheinlichkeit für das EKG und das EEG - unter Beachtung der Maxwell-Gleichungen - die Menge aller Ladungsverteilungen einführen, die auf der Körperoberfläche dasselbe Potential erzeugen. Strukturuntersuchungen über diese Ladungen bringen mit größter Wahrscheinlichkeit vollständig neue Ergebnisse hervor. Eine Charakterisierung der Materialparameter des Herzens bzw. des Hirns dürfte mit dem EKG bzw. EEG kaum möglich sein. Hierzu müssen vor allem praktische Erfahrungen des Arztes verwendet werden [117] - [120].

Weiter sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß zum Beispiel beim Hirn die tiefer liegenden Neuronen weniger Einfluß auf die Meßkurven haben. Die Wirkung der Kräfte nimmt mit $1/r^2$ ab, r Entfernung zwischen Neuron und Meßinstrument. Das ist eine Eigenschaft des Inhaltes der Kugeloberfläche, die als Inhalt $4\pi r^2$ besitzt. Da der Kräftefluß durch zwei Kugeln gleich groß ist und die größere Kugel einen größeren Oberflächeninhalt besitzt, muß die Kraft mit $1/r^2$ abnehmen [18]. Dieser Sachverhalt ist eine weitreichende Tatsache bezüglich physikalischer Felder, und wird erfolgreich in der Astrophysik zur Bestimmung der Entfernungen von leuchtenden Himmelskörpern verwendet. Dabei nimmt die Lichtintensität ebenfalls mit $1/r^2$ ab.

3. Weitere Bemerkungen über komplexe Systeme

Jedes reale System der Natur besteht aus sehr vielen Atomen, besitzt also eine komplexe Struktur. So enthält ein Kubikzentimeter eines Festkörpers ca. 10^{23} Atome, eine Flüssigkeit ca. 10^{22} Atome. Der Mensch besteht aus ca. 10^{27} Atomen mit ca. 10^{14} Zellen. Für diese Zellen bzw. Atome gelten die Grundgesetze der Physik und der Biologie. Da die genaue Anzahl der einzelnen Atome und der geometrische Ort dieser Atome unbekannt ist und außerdem Computer ein so großes System von Relationen nicht im voraus berechnen können, gibt es im Umgang mit Materie nur **praktische Erfahrungen** auf wissenschaftlicher Grundlage, d.h. **praxis cum theoria** [10], [11], [18], [90], [108], [109]. Diese Feststellung ist grundlegend für unser Leben. In der Chemie wurden bis 1992 ca. 8 Millionen chemische Verbindungen analysiert, von denen ca. 64.000 industriell genutzt werden [92], S. 644 - 645. Weiter ist folgende Bemerkung wichtig: Jedes reale System der (offenen) Natur ist ein selbständiges System aufgrund der Zusammensetzung der Atome, der geometrischen Abmessungen und seiner Interaktion mit der Umgebung. Die Menschheit geht rücksichtslos mit den physikalischen und biologischen Sonderbedingungen auf der Erdoberfläche um, woraus einmal eine Zerstörung des

Lebens, welches sich in vielen Millionen von Jahren entwickelt hat, folgen kann. Die moderne Zivilisation bringt Abgase und den Elektrosmog (elektromagnetische Wellen von starken Strömen, von Radiosendern und Radargeräten [89], von strahlenden Monitoren der Computer, von Handys, Leuchtstoffröhren, usw.) in die Atmosphäre, chemische Produkte in die Gewässer, usw. Dadurch verändert der Mensch die Biosphäre, d.h. unseren Lebensraum. Fast nicht wahrgenommen wird der Elektrosmog [58], der zusätzliche Energie für die physikalischen und biologischen Prozesse liefert. Die entsprechenden Wirkungen auf biologische Systeme, speziell den Menschen, sind bisher kaum bekannt. In dieser Hinsicht sind auch von Interesse Röntgenstrahlen und Schallwellen, z.B. von Ultraschall. Solche laufenden Veränderungen beeinflussen, wenn sie einen gewissen Umfang erreicht haben, besonders die biologischen Prozesse, speziell von entstehenden Lebewesen (Embryonen) [65]. Nach M. Delbrück (1906 - 1981, Nobelpreisträger, bis 1937 bei O. Hahn in Berlin auf dem Gebiet der Atomphysik/Quantenphysik - danach in den USA auf dem Gebiet der Biologie tätig) kann jedoch ein Lichtquant genetische Veränderungen in der Zelle hervorrufen. Weiter hat der Quantenphysiker E. Schrödinger (1887 - 1961, Nobelpreisträger), wichtige Beiträge zur Genetik geliefert [83]. Durch M. Delbrück und E. Schrödinger wurden die Untersuchungen zur Genetik zu stark durch strenge physikalische Betrachtungsweisen, die feste Gesetze in Genom propagierten, geprägt. Man weiß jetzt, daß im Genom immer eine gewisse Beweglichkeit vorhanden ist [25], [45].

Weiter geben Kernkraftwerke direkt oder indirekt gefährliche Strahlung nach Außen ab. Dieser Sachverhalt wird viel zu wenig beachtet. Bei der Kernspaltung entstehen überdurchschnittlich viele Neutrinos, die meßtechnsich kaum nachweisbar sind [77], [83]. Entstehen weiterhin durch solche Strahlungen und den Elektrosmog Krankheiten, zum Beispiel Leukämie, ist ein solcher Sachverhalt die **Realität**. Oft lassen sich Teile der Strahlung nicht genau messen oder die Meßwerte sind gefälscht [60] (siehe z.B. auch die BSE-Situation in Großbritannien in den Jahren 1986 - 2000 in Abschnitt **9.**). Moose, Pflanzen, Tiere und der Mensch sind sogenannte Bioindikatoren, die die lokale Realität widerspiegeln und somit zu beachten sind. Biologische Systeme sind stets den Gegebenheiten der Natur **total** ausgeliefert. Das Atommodell ist ein gut funktionierendes Modell für chemische Reaktionen. Die Atome haben aber eine feinere Struktur [34], [35], [44], [77], [83], [90] (Radioaktivität, Quarks usw.), die bei biologischen Prozessen durchaus wichtig sein können. Daher sind die praktischen Erfahrungen auch in diesem Fall von zentraler Bedeutung.

Ein grobes Maß für die Komplexität eines lebenden Systems ist die Informationsmenge, die erforderlich ist, um dessen genetische Information zu verschlüsseln. Die kleinsten autonomen Lebewesen sind die Bakterien. Deren genetische Information umfaßt bereits vier Millionen Nukleotide [25], [34], [69]. Die menschlichen Erbmoleküle bestehen sogar aus mehreren Milliarden Bausteinen. Bezeichnet **N** die Anzahl der kombinatorisch möglichen Sequenzalternativen eines biologischen Makromoleküls, n die Zahl der Bausteine eines Kettenmoleküls und λ den Umfang des Alphabetes, so gilt $N = \lambda^n$. Die Zahl N ist offensichtlich ein Maß für den strukturellen und funktionellen Reichtum, mit dem sich auf der molekularen Ebene Systeme aufbauen lassen. Für Nukleinsäuren beispielsweise ist $\lambda = 4$. Demnach besitzt der Bauplan eines Bakteriums (ca. vier Millionen Nukleotide) schon über

$$N = 4^{4\ \text{Millionen}} \approx 10^{2{,}4\ \text{Millionen}}$$

Sequenzalternativen, eine unfaßbar große Zahl. Diese vielen Sequenzalternativen haben mit großer Wahrscheinlichkeit das Leben auf der Erde ermöglicht. Im Universum ist die Gesamtzahl aller stabilen Elementarbausteine der Materie von der Größenordnung 10^{80}. Das Alter des Universums, ausgedrückt in der kleinsten quantenmechanisch zulässigen Zeitspanne, beträgt etwa 10^{40}. Die Zahl aller Prozesse, die seit Anbeginn der Welt möglich gewesen wären, kann somit die obere Grenze von $N = 10^{80}\ 10^{40} = 10^{120}$ nicht überschritten haben [69]. Diese Zahl ist nur ein verschwindender Bruchteil der Zahl aller kombinatorisch möglichen Sequenzalternativen eines Bakteriengenoms.

Man kann die Struktur der Bausteine des menschlichen Genoms vielleicht vergleichen mit der Struktur der geschriebenen Buchstaben eines Alphabets. Das griechische Alphabet bzw. das lateinische Alphabet besteht aus 24 Buchstaben, mit denen jeder Begriff des täglichen Lebens aufgeschrieben werden kann. Die 24 Buchstaben bedeuten sehr wenig gegenüber der Fülle der Worte, die unser Leben beschreiben. Ähnlich sieht es mit der Struktur des Genoms aus. Nobelpreisträger R. Huber [56] charakterisiert die Kenntnis der einzelnen Bausteine des Genoms folgendermaßen: Diese Bausteine sind in vielen einzelnen Teilen vorhanden, ohne daß die Wechselwirkungen der einzelnen Bausteine bekannt sind [73]. Zerlegt man einen Automotor in alle einzelnen Bestandteile und legt diese auf einen Haufen zusammen, so ist ein Kind nicht in der Lage, aus den Teilen den Motor zusammenzusetzen. Die Wechselwirkungen der einzelnen Bausteine innerhalb der Zelle sind weitgehend unbekannt [25],

[28], [45], [91], wegen der Komplexität der Zelle kaum meßbar [10]. Die Biologin und Nobelpreisträgerin Prof. Nüsslein-Volhard (Tübingen) hat sich mit solchen Fragen auseinandergesetzt und dabei nur Teilfragen klären können [134]. Eine befruchtete Eizelle enthält die Bausteine für das ganze Leben [25], ohne daß wir deren Struktur vollständig kennen. Und diese Klärung wird in ihrer Gesamtheit auch kaum möglich sein [25], [45], [103]. Nach Sendungen des Fernsehsenders 3sat/nano im Januar 2002 haben Wissenschaftler beobachtet, daß einige erworbene Eigenschaften auf die Nachkommen übertragen werden (Neo-Lamarckismus). Durch gewisse (unbekannte) Mechanismen werden bei der Zellteilung Teile der Gene abgeschaltet bzw. aktiviert: Epigenetik (griech. epi = daneben, darüber). Nach Meinung von Fachleuten muß die bisherige Auffassung über die Entwicklung des Lebens auf der Erde teilweise korrigiert werden.

Die phönizische Buchstabenschrift (vor ca. 2800 Jahren) ist die Grundlage der griechischen Schrift, auf der sowohl die lateinische Schrift wie auch die kyrillische Schrift zurückgehen. Die ältesten Schriften sind Bilderschriften, jedes Bild drückt einen Gedanken oder Satz aus. Die Verbreitung der griechischen Kultur beruht zum großen Teil auf dem Gebrauch der Schriftsprache.

K. Urban [122] charakterisiert die Entwicklung der Naturwissenschaften folgendermaßen: *Die Physik der Neuzeit beginnt im sechzehnten und siebzehnten Jahrhundert mit der Überwindung des aristotelischen Weltbildes durch Kopernikus, Kepler, Galilei und Newton. ... . Die Descartessche Methode (René Descartes, 1596 - 1650), komplexe Sachverhalte in einfache und daher leichter lösbare Teilprobleme zu zerlegen, stößt jetzt an ihre Grenzen. Wenn das Ganze nicht mehr aus den Teilen abgeleitet werden kann, dann ist mit dieser Methode kein Fortschritt zu erzielen. Galileo Galileis (1564 - 1642) Vorgehensweise beruht auf Experimenten an vereinfachten, idealisierten Systemen, die einer mathematischen Beschreibung zugänglich sind. Diese Methode findet dort ihre Grenzen, wo die identische Wiederholbarkeit nicht mehr gegeben ist und die zu untersuchenden Phänomene beim Versuch, sie in das Prokrustesbett zu zwängen, zu Tode kommen. Somit bleiben die wesentlichen Aspekte des Lebens, des Denkens und des Verhaltens im Grunde der Physik verschlossen. Es bedarf eigener Denkstrukturen und Werkzeuge, um diesen Teil der Welt zu verstehen, soweit dies überhaupt möglich sein wird*. Voranstehende Sätze sollten alle Naturwissenschaftler und Ärzte beherzigen, siehe auch G. Ulrich und H.-J. Treder [119].

Der Nobelpreisträger H.-P. Dürr [35] schreibt in der Kurzfassung seines Vortrages *Sind Biologie und Medizin nur Physik?: In der klassischen Physik wird die Welt als eine aus Materie aufgebaute dingliche Wirklichkeit, als Realität betrachtet, in der die Anordnung der Materie durch gewisse dynamische Gesetze (Naturgesetze) eindeutig bestimmt ist. Im Gegensatz dazu ließ die moderne Quantenphysik erkennen, daß die Materie nicht aus Materie aufgebaut ist, sondern daß Wirklichkeit im Grunde nur Potentialität* (Anmerkung: philos. Möglichkeit) *ist. Die Welt besitzt eine holistische* (Anmerkung: Holismus philos. Ganzheitslehre) *Grundstruktur, die nicht mehr auf materiellen Objekten beruht. Es bestehen vielmehr grundlegende immaterielle Beziehungen, welche die zeitliche Entwicklung in einer viel offener, indeterminierten Weise präjudizieren. In diesem viel flexibleren kausalen Rahmen erscheinen unbelebte und belebte Materie nun nicht mehr als grundverschieden, sondern als zwei unterschiedliche Ordnungsstrukturen der gleichen immateriellen Wesenheit. Dies hat wichtige Konsequenzen für die Biologie und Medizin. Insbesondere deutet dies auf die Existenz einer die biologischen Prozesse wesentlich steuernden Software hin, die sich hinter der materiellen Hardware verbirgt, die in der bisher üblichen Weise allein betrachtet wird.*

Es ist durchaus möglich, daß die bei biologischen Prozessen vorhandene 'Software' *im Verlauf von* Milliarden von Jahren in den atomaren Prozessen der Biologie 'gespeichert' ist. Und diese Information dürfte überdurchschnittlich groß sein! Dabei sollte man beachten, daß diese Software im allgemeinen unbekannt ist und meist **auch unbekannt bleiben wird**. Der Arzt muß bei der Erstellung einer Diagnose fortwährend Informationen und Meßwerte interpretieren. Trotz der oben skizzierten Grundlagenforschung besteht weiterhin die Aufgabe, diejenigen Größen der 'klassischen Physik' zu messen, mit denen eine Krankheit bestimmt werden kann. Man vergleiche dazu auch die Ausführungen des nächsten Abschnittes bezüglich einer Theorie des Messens.

Der Biologe R. Riedl [90] schreibt auf Seite 1: *Wir haben unsere Weltsicht sträflich zerlegt und simplifiziert, unsere Lebenswelt aber gleichzeitig so kompliziert werden lassen, daß wir sie kaum mehr durchschauen. Daran sind die überwiegend analytischen Leistungen der fächerzerteilenden Naturwissenschaften beteiligt, aber auch die Tendenz dieser Zivilisation zu belohnen, wo immer weiter in die Welt eingegriffen werden kann, um schließlich das, was sich gerade handhaben läßt, schrecklich zu sagen: mit der Welt zu verwechseln. Die definitorische Art unserer Logik und Sprachen mag das vorbereitet haben, mit jener rationalistischen Schlagseite unserer modernen Kultur im*

Gefolge, welche auch die Denkwege in Vereinfachungen drängt (s. auch die voranstehenden Bemerkungen von K. Urban [112]). Jede Zelle eines biologischen Systems befindet sich in einer permanenten dynamischen Interaktion mit ihrer Umgebung, d.h. mit der offenen Natur. Daher haben alle physikalischen Veränderungen (chemische Produkte, Elektrosmog usw.) einen Einfluß auf unser Leben.

4. Die prinzipiellen Unterschiede zwischen den Systemen der konstruktiven Ingenieurwissenschaften und den Systemen der Biologie

In den konstruktiven Ingenieurwissenschaften werden unter Verwendung von speziellen physikalischen Prozessen Teilsysteme zu leistungsfähigen Maschinen bzw. Instrumenten zusammengesetzt. Raumfahrt und Mikroelektronik sind hervorragende Beispiele dafür [94], [107], [128]. Viele dieser Systeme haben eine hierarchische Struktur, die man, vom logischen Standpunkt aus, voll beherrscht. Außerdem kennt man durch Langzeitversuche die Eigenschaften der verwendeten Materialien bzw. der konstruierten Systeme. Weiterhin gibt es bei geometrischen Abmessungen gewisse Freiheitsgrade [8], [15]. Auch der Prozeß der Alterung der verwendeten Materialien in der Biosphäre ist weitgehend bekannt. Dies gilt nicht generell. So sind zum Beispiel im Flugzeugbau aufwendige Dauerbelastungen zum Erkennen von Fehlerquellen notwendig. Da die logische Struktur vieler Geräte bekannt ist, lassen sich bei ihnen Fehlerquellen leicht feststellen. Der große Erfolg der Mikroelektronik ist zum Teil darin zu sehen, daß die einzelnen Prozesse physikalisch getrennt werden können [84]. Sendet man alle 30 Zentimeter ein Signal, so ergeben 10^9 Signale pro Sekunde gerade die Lichtgeschwindigkeit 300.000 km/s.

Die Systeme der klassichen Mechanik zeichnen sich zum Beispiel dadurch aus, daß die Summe der inneren Kräfte Null ist. Dieser Sachverhalt gilt nicht mehr, wenn sich im Inneren Risse bilden bzw. sich das Material verändert [16]. Für die Systeme der konstruktiven Ingenieurwissenschaften gibt es eine gewisse Systemtheorie bezüglich der logischen Verknüpfungen der einzelnen physikalischen Teilprozesse [80]. Im Gegensatz dazu sind bei biologischen Systemen physikalische und chemische Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert [11]. Diese Systeme befinden sich außerdem in einer ständigen Veränderung (Chronobiologie). Der Herzschlag verändert die physikalischen Parameter des Blutes, woraus auch andere Veränderungen im Körper folgen. Eine mathematische Systemtheorie ist daher für diese komplexen Systeme **nicht möglich**. Zur Beschreibung biologischer Systeme ist die Theorie dissipativer Strukturen (energieverbrauchende Strukturen) weiterzuentwickeln und vor allem zu beachten, daß alle biologischen Prozesse *irreversibel* sind [16], [35], [90], [108], [109]. Teilprozesse biologischer Systeme lassen sich in einem gewissen Umfang beschreiben (Expertensysteme). Der Schluß von Meßwerten auf das Gesamtsystem ist nur mit Hilfe **praktischer Erfahrungen** möglich. Durch die permanente dynamische Interaktion mit seiner Umgebung (physiologisch und soziologisch) ändert ein biologisches System seine innere Struktur. Trotzdem kann ein erfahrener Arzt auf Grund praktischen Erfahrungen (praxis cum theoria) gute Diagnosen erstellen. Lebende Systeme sind also ihrer Umgebung gegenüber offen [117], [119] und vollständig den augenblicklichen Gegebenheiten ausgeliefert, was die meisten Menschen, die nur ingenieurmäßig denken, nicht zur Kenntnis nehmen wollen [25]. Vermittels eines stetigen Stoff- und Energieaustausches zwischen System und dessen Umgebung befindet sich im System ein dynamischer Gleichgewichtszustand. Lebende Systeme existieren als Folge einer ständigen Energiezufuhr entgegen dem fundamentalen Prinzip des Gleichgewichtstrends der Materie (Entropiesatz der Thermodynamik [35], [90], [108], [109], [119]). Speziell sollte man bei den Mikroorganismen im Erdboden bzw. Gewässern und den Pflanzen auf dem Erdboden beachten, daß deren Entwicklung wesentlich von den laufenden Veränderungen der physikalischen Bedingungen abhängt. Daher ist eine Formalisierung solcher Prozesse sehr schwer möglich.

H. Schäfer schreibt in seinem Artikel [96]: Vor 65 Jahren, im April 1932, hat Paul Martini die erste Ausgabe seiner 'Methodenlehre der therapeutischen Untersuchungen' herausgegeben. In der Einleitung schreibt er: *Die Generation vor uns konnte noch hoffen, daß ein immer tieferes Eindringen in die physiologischen und patho-physiologischen Zusammenhänge uns auch die therapeutischen Erkenntnisse und Zusammenhänge schließlich wie reife Früchte zutragen müsse*. **Dieser Traum ist ausgeräumt**. *Wir wissen heute, daß der Weg zu therapeutischen Erkenntnissen ein unabsehbar langer wäre, wenn wir warten sollten, bis die physiologischen und patho-physiologischen Erkenntnisse so groß geworden wären*. Auf diesem Wege allein seien keine 'ausreichenden klinischen Antworten' zu erhalten. **Nur die systematische klinische Nachprüfung kann unserem ärztlichen Vorgehen**

festen Boden unter die Füße geben. Nach Meinung des Autors ist wegen der Komplexität des menschlichen Körpers diese Herangehensweise die einzig mögliche innerhalb der Medizin (auch für biologische Systeme), d.h. praxis cum theoria. Und diese Fakten werden von den meisten Wissenschaftlern weitgehend ignoriert. (Siehe auch G. Ulrich [120]).

Die Auffassung vieler Mediziner, daß die Mathematik nichts in der Medizin zu suchen hat, ist vollkommen falsch [73]. Die in der medizinischen Diagnostik bzw. der Chirurgie verwendeten Geräte beruhen wesentlich auf der Verwendung der theoretischen Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlich Wahrnehmung entziehen. Daß man in der Medizin die Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden überschätzt hat, ist nicht Schuld der Mediziner, sondern geht zu Lasten der Physiker und Mathematiker. Die Mathematik klärt vor allem die logischen Strukturen komplexer Systeme. In **8**. sind die Spielregeln der messenden Physik aufgeschrieben.

Ingenieurwissenschaftlich kann die Medizin nur dort sein, wo auf Grund umkehrbar eindeutigen Wissens gehandelt wird, etwa bei Infektionskrankheiten oder in der Chirurgie. Im Gegensatz zur medizinischen Diagnostik, bei welcher der Arzt mit Hilfe von wenigen Informationen eine Krankheit zu bestimmen hat, beschäftigt sich die Chirurgie mit Teilfragen, die im Verlauf der Zeit weitgehend beherrscht werden. Bei komplexen Systemen der Natur gilt der Grundsatz: **Alle Entscheidungen müssen auf der Grundlage unvollständiger Informationen getroffen werden** [8]. Dieser Sachverhalt unterstreicht die große Bedeutung der praktischen Erfahrungen. Unter Einbeziehung praktischer Erfahrungen und mathematischer Modelle wäre eine Theorie des Messens wünschenswert*: Welche Größen sollen außerhalb eines komplexen Systems gemessen werden, um gewisse innere Parameter***,** *die direkten Messungen unzugänglich sind, eindeutig und stabil bestimmen zu können* [7], [8]?

Die Natur hat früher die Anzahl der Lebewesen durch Hunger und Krankheit geregelt. Die Erkenntnisse der Medizin und der technische Fortschritt reduzierten die Krankheiten wesentlich. Außerhalb der Industrieländer entsteht dadurch eine Überbevölkerung mit weitreichenden Folgen.

5. Deduktion, Induktion, Fragen der künstlichen Intelligenz

Die Verständigung der Lebewesen beruht zum großen Teil auf der Übermittlung von optischen und akustischen Signalen und der Analyse dieser Signale. Dabei ist für den Menschen das weitgehende Erlernen der Muttersprache (Fremdsprachen) und ihrer Schriftsprache von zentraler Bedeutung. Davon hängt wesentlich der spätere berufliche Erfolg eines Menschen ab. Die Mathematik ist die 'Sprache' der Physik und somit grundlegend für Probleme in den Naturwissenschaften. Allerdings benötigen auch die formalisierten speziellen mathematischen Sprachen weitgehend die Muttersprache. Die meisten physikalischen Prozesse entziehen sich einer sinnlichen Wahrnehmung [38], [126]. Solche Aufgaben können nur mit Hilfe gut angepaßter mathematischer Modelle, leistungsfähiger Meßwerte und großer Teile der Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung studiert werden [38], [97], [98]. Auch die Medizin benötigt in verbaler Form diese Ergebnisse, um sich in einer von den Wissenschaften geprägten Welt zurechtzufinden [73] (siehe auch **8**.). International beobachten Wissenschaftler, daß junge Wissenschaftler immer weniger ihre Muttersprache und das elementare Rechnen beherrschen, und sprachliche Schwierigkeiten bei der Abfassung von Briefen und Arbeiten haben [16]. Die Beherrschung von Computersprachen wird besonders gefördert, was für das Leben innerhalb einer sozialen Gemeinschaft nicht ausreichend ist (siehe auch G. Ropohl in **7**.). Das zu frühzeitige Hinwenden zu einem übertriebenen Gebrauch von Computern - anstelle des Trainings der Leistungsfähigkeit des menschlichen Hirns - ist eine schlimme Fehlentwicklung [126].

Mit Hilfe der Deduktion schließt man vom Allgemeinen (ein physikalisches System) auf das Spezielle (Meßwert). Die Mathematik verwendet im wesentlichen diese Schlußweise. Damit kann man die Systeme der konstruktiven Ingenieurwissenschaften relativ gut - aber nicht vollständig - beschreiben. Die Anwendungen der Mathematik in den Naturwissenschaften und der Medizin verlangen aber, vom Speziellen (Meßwert) auf das Allgemeine (innere Materialparameter eines physikalischen Systems) zu schließen. Diese Schlußweise ist unter dem Begriff **Induktion** bekannt. Induktion ist also ein inverses Problem. Nach Sir Karl Popper [75], [90] ist die Induktion im allgemeinen nicht möglich (als Folge der Schwäche der vorliegenden Informationen). In den konstruktiven Ingenieurwissenschaften gelingt unter Verwendung von praktischen Erfahrungen manchmal dieser Schluß [94].

Ein inverses Problem ist (auf dem Kontinuum $\mathbf{R}^3$) entweder eindeutig lösbar, oder es besitzt überabzählbar viele Lösungen [8]. In letzterem Fall gibt es formal keine Vorschrift, um eine Lösung auszuwählen, d.h. mit Hilfe der diskreten Mathematik lassen sich solche Probleme nicht lösen. Daher sind allgemeine Untersuchungen über die künstliche Intelligenz kritisch einzuschätzen. Jeder Computer arbeitet algorithmisch, d.h. mit einer vom Menschen entwickelten Software. Dabei kann ein Computer nur mit einem endlichen Axiomensystem programmiert werden [15], [76], [126], [158]. Der Mensch kann aber auf einer höheren Ebene 'nichtalgorithmisch' denken. Somit übersteigt das Denkvermögen des Menschen wesentlich die Leistungsfähigkeit eines Computers. *Künstliche Intelligenz ist eine Erweiterung der natürlichen Intelligenz, aber keineswegs ihr Ersatz*.

Nochmals einige Bemerkungen zur natürlichen Intelligenz (Leistungsfähigkeit des Hirns). Das Hirn speichert mit Hilfe der Augen (geometrische und farbige) Muster, mit Hilfe der Ohren akustische Muster, mit Hilfe der Nase und des Mundes chemische Muster, usw. [95], [103]. Dabei ist zu beachten, daß bei Augen und Ohren im allgemeinen ein Gemisch verschiedener Frequenzen und bei Nase und Mund ein Gemisch chemischer Substanzen vorliegt. Auf Grund praktischer Erfahrungen wird jedem Muster eine mehr oder wenig große Bedeutung zugemessen, wobei man formal ein Muster mit einer Zahl p, $0 \leq p \leq 1$, bewerten kann. Bei einer neuen Erkenntnis wird die Bewertung neu vorgenommen und im Hirn gespeichert. Der Gebrauch bewerteter Informationen ist vor allem in der Medizin wichtig. Beim Erstellen einer Diagnose müssen (nach Hippokrates, dessen Ergebnisse schon Jahrhunderte vorher den Assyrern (Mesopotamien, heutiger Irak) bekannt waren) alle verfügbaren Informationen herangezogen werden. Dieser Sachverhalt gilt generell bei der Erkennung der Natur durch den Menschen. Die Ergebnisse aus dem Labor sind jedoch immer nur Aussagen bezüglich spezieller physikalischer Prozesse. Zur Analyse von neuen Informationen vergleicht das Hirn die neuen Informationen mit den bisherigen Mustern. In vielen Fällen gelingt eine Identifikation der Information. Dabei ist zu beachten, daß die Muster von komplexen Prozessen herrühren. Die farbigen Nuancen und Muster auf den Schleimhäuten (verschiedene Frequenzen des Lichtes) können eine Krankheit voll erkennen lassen. Insgesamt ist die komplexe Leistungsfähigkeit der Sinnesorgane nicht durch Instrumente ersetzbar, sondern nur eine zum Teil wesentliche Erweiterung der Leistungsfähigkeit der Sinnesorgane. Die genannte Arbeitsweise des Hirns ist ohne Kenntnis der Mathematik und Physik möglich [103]. Das Hirn besitzt außerdem die Fähigkeit, nichtalgorithmisch zu denken. Weiter kann das Hirn unbewußt neue Kombinationen von Sachverhalten (Intuition) herstellen und mit der Realität vergleichen [95]. In einem gewissen Sinn arbeitet das Hirn zusätzlich analog. Seit Jahrzehnten wurde die Entwicklung von analogen Computern nicht mehr betrieben. Nach J. Weizenbaum (Fernsehinterview im April 2000) gelten seine Aussagen von 1976 auch jetzt noch, abgesehen von der automatischen Sprachübersetzung, die infolge der großen Leistungsfähigkeit der Computer gewisse Fortschritte gemacht hat. Biologische Systeme befinden sich als Folge einer permanenten dynamischen Interaktion mit ihrer Umgebung in einer laufenden Veränderung [32], [35] (siehe dazu auch die Ausführungen auf Seite 10.

Nach Bemerkungen von Sir Karl Popper ist die Induktion im allgemeinen nicht möglich. Die Tragweite einer Theorie wird oft durch Gegenbeispiele (falsification) gezeigt [75], [103]. Das gilt auch für unser tägliches Leben. So führt der Sprung aus großer Höhe zum Tod, der Gebrauch von Feuer und Gift kann gefährlich sein. Auch große Teile der Erfahrungen in den Naturwissenschaften und der Medizin beruhen auf der Analyse von Mißerfolgen. Man vergleiche hierzu auch die einführenden Bemerkungen von I. Newton [81] aus dem Jahre 1687.

Informatiker wollen allein unter Verwendung schwacher algebraischer Strukturen die tiefliegenden Probleme aus den Naturwissenschaften und der Medizin lösen, was fast unmöglich ist. Von komplexen Systemen kann man formal nur Untersuchungen über Teilsysteme anstellen [34], [75]. Man vergleiche dazu auch die Ausführungen von D. Harel [158]. In seinem Vorwort zitiert er einen Herausgeber einer Software-Zeitschrift: *Geben Sie einem Computer die richtige Software, und er wird tun, was immer Sie wünschen. Die Maschine selbst mag ihre Grenzen haben, doch für die Möglichkeiten von Software gibt es keine Grenzen.* Die Antwort von D. Harel lautet: **Das ist falsch, vollkommen falsch.**

6. Zu Fragen der Philosophie

Zwischen den hier skizzierten Überlegungen bezüglich der interpretierenden Wissenschaften und der Philosophie bestehen viele Berührungspunkte. Vom Autor [10] gibt es dazu folgende Ausführungen*:*

Philosophie und Religionen haben stets das Verhältnis Mensch - Natur zu interpretieren gesucht. Solche Interpretationen beschreiben als Projektíonen der realen Welt immer nur Teile unseres Lebens. Bei Beachtung der Grundgesetze der Natur (praktische Erfahrungen) können die Menschen in verschiedenen gedanklichen Vorstellungen leben; das zeigt die Entwicklung der verschiedenen Kulturen. Auf die Tatsache, daß der Mensch nur Projektionen der realen Welt erkennen kann, hatte bereits vor 2400 Jahren der griechische Philosoph Platon [10] in seinem Hauptwerk 'Der Staat' (Siebentes Buch) hingewiesen. H. Moritz schreibt in seinem Buch [75], S. 207*: ... In this way we may tentatively define: Philosophy is the set of all possible (true, interesting) theories (models, perspectives) regarding the universe*. Im Zusammenleben der Menschen sollten voranstehende Ausführungen nicht unbachtet bleiben. Man vergleiche hierzu auch das Buch von H. Küng [67], speziell die Ausführungen auf den Seiten 308 – 314, und die Ausführungen von H. Markl [155]. Bereits 1923 führte Max Planck (1858 - 1947) in seinem Vortrag vor der Akademie der Wissenschaften vom 17. Februar 1923 aus [163]: ... *Nur das eine liegt mir daran, hier hervorzuheben, daß mit einem streng wissenschaftlichen Standpunkt jedwede Religion vereinbar ist, falls und insofern sie nur weder mit sich selber noch mit dem Gesetz der kausalen Bedingtheit aller Außenvorgänge in Widerspruch steht.*

Über unser Wissen bezüglich des Universums kann man vielleicht folgenden geometrischen Vergleich anstellen. Um den Koordinatenursprung 0 betrachten wir Kreiskegel mit der Spitze in 0 und der Achse als Zeitachse. Vermutlich gibt es einen größten Kegel um 0, der unser mögliches Wissen charakterisiert. Jeder Wissenschaftler besitzt ein Wissen, welches in einen wesentlich kleineren Kegel um 0 hineinpaßt. Dabei vermehrt sich das Wissen mit der Zeit. Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit der messenden Physik (mathematische Modelle) gehört zu einem Kegel um 0, der wesentlich größer ist als der Kegel des bisherigen Wissens. Und dabei benötigen Naturwissenschaften und Medizin fortwährend die Ergebnisse der messenden Physik. Aus der Unkenntnis der Leistungsfähigkeit der messenden Physik folgen relativ viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang bzw. Unfälle auf dem Gebiet der Ingenieurwissenschaften. Ein Ingenieur, der prinzipielle Fehler mit weitreichenden Folgen für das Leben von Menschen begeht, kommt sofort vor den Staatsanwalt. In der Medizin übergeht man oft diese Dinge, obwohl sie täglich auftreten. Manche Strafurteile gegenüber Medizinern dürften Fehlurteile sein, da die Fehler zu Lasten der Naturwissenschaftler gehen. Aus diesem Grund ist die Schließung dieser Lücke (Leistungsfähigkeit der messenden Physik) eine dringende Aufgabe der Mathematik und Physik.

Die meisten Wissenschaftler bewegen sich mit ihren wissenschaftlichen Methoden jedoch innerhalb eines Kegels mit fast festem Öffnungswinkel und lernen nicht hinzu das Wissen, welches sich außerhalb ihres Kegels befindet [108], [126]. Seit ~1930 gibt es für die Mathematik und theoretische Physik kaum prinzipielle neue Ideen [68], während die experimentelle Seite viele prinzipiell neue Ergebnisse für spezielle Fragestellungen zu verzeichnen hat, die dringend einer Interpretation bedürfen. Die große Zeit vor 1930 wurde geprägt von H. v. Helmholtz (1823 - 1894), J. W. Gibbs (1839 - 1903), L. Boltzmann (1844 - 1906), D. Hilbert (1862 - 1943), M. Planck (1858 - 1947), A. Einstein (1879 - 1955), M. Born (1882 - 1970), N. Bohr (1885 - 1962), L. de Broglie (1892 - 1987), J. v. Neumann (1903 - 1957), K. O. Friedrichs (1901 - 1983), K. Gödel (1906 - 1978), S. Banach (1892 - 1945), E. Schrödinger (1887 - 1976), W. Pauli (1900 - 1958), W. Heisenberg (1901 - 1976), P. Dirac (1902 - 1984), A. M. Turing (1912 - 1954), usw. [72]. Der Vater von Max Planck befragte einen Physiker wegen eines Studiums seines Sohnes. Die Antwort war: In der Physik sind alle Dinge bekannt. Daher sollte Max Planck nicht Physik studieren [34], [51], was er trotzdem tat. Die von M. Planck 1900 entdeckten Wirkunngsquanten (Quantenphysik) [27], [51] und die von A. Einstein 1915 entwickelte Relativitätstheorie [38] veränderten das Bild des Physik grundlegend. Noch bis zu der Entdeckung von M. Planck im Jahre 1900 glaubten die Wissenschaftler, daß alle Probleme unseres Lebens mit Hilfe der Gravitations-Wechselwirkung und der elektromagnetischen Wechselwirkung beschrieben werden können [83]. Zu bemerken ist weiterhin, daß sich Physiker kaum mit den realen (komplexen) Systemen der offenen Natur auseinandergesetzt haben, wodurch in der Medizin relativ viele Fehldiagnosen entstehen [10], [11], [12], [104], [105]. Für solche Systeme gilt nur **praxis cum theoria.** Heutzutage wissen wir, daß es in den Naturwissenschaften und der Medizin mehr unbeantwortete Fragen als gelöste Probleme gibt [51], [118], [120]. Außerdem kann man mit physikalischen Methoden, speziell den bildgebenden Verfahren, nicht das komplexe Wechselspiel Körper - Seele beschreiben, was jedoch manche Wissenschaftler versuchen [95]. Weiterhin wissen fast alle Wissenschaftler nicht, daß bei bildgebenden Verfahren stets Phantombilder (Artefakte) auftreten [11], [12], [13], [15], [18], [24], [71], [123] können. Aus diesem Grund sind die Bilder bei bildgebenden Verfahren oft keine *real world solutions.* Der Autor kann vor dem Gebrauch solcher Bildern nur warnen [11], [12].

7. Weitere Fakten

Die Chemie, die an den Universitäten gelehrt wird, ist meist eine Chemie wässriger Lösungen. Die Festkörperchemie verwendet Röntgenstrahlung zur Bestimmung der atomaren Strukturen [56]. Die NMR-Tomographie untersucht die Dichte von Protonen (Wasser) innerhalb eines Körpers [54], [101], [123]. Von besonderem Interesse dürfte die Anordnung der einzelnen Atome sein (siehe Kristalle), woraus die verschiedenen physikalischen Eigenschaften, speziell bei biologischen Systemen, folgen. Mit Hilfe von physikalischen oder biologischen Verfahren werden Materialien hergestellt, bei denen die endgültigen physikalischen Parameter nur experimentell bestimmbar sind [9]. Um Produkte gleicher Qualität herzustellen, werden die gleichen Ausgangsstoffe und die gleichen Verfahren benötigt. **Die Strukturbildungsgesetze einer Zelle dürften auch in Zukunft kaum nachweisbar sein**, da eine Zelle ca. 10^{14} Atome enthält und man meßtechnisch wegen der großen Anzahl der Atome fast nicht herankommt [10], [25], [45]. Eventuell liefert die NMR-Tomographie gewisse Aussagen - wegen der stets auftretenden Phantombilder (Artefakte) [11], [18], [24], [101], [117], [123] sind die Ergebnisse aber mit Vorsicht zu bewerten. Die Existenz von Phantombildern (no real world solutions) kann man mit Hilfe von Ergebnissen der Mathematik (Greensche Formeln, Definition des Riemann Integrals) beweisen, die bereits um 1850 bekannt waren. Nur muß man vom mathematischen und physikalischen Standpunkt aus verstehen, was in den Anwendungen der Mathematik eine inverse Aufgabenstellung ist. Und solche Aufgabenstellungen wurden bis 1962 für die komplexen Systeme der Natur kaum beachtet [8], [10], [11] obwohl diese das natürliche Bindeglied zwischen Natur und Mensch darstellen. Inverse Aufgabenstellungen analysieren zum Beispiel die Leistungsfähigkeit der Sinnesorgane und erweitern diese in einem gewissen Sinn. In der Mathematik gibt es schon immer innermathematische inverse Aufgabenstellungen mit weitreichenden Ergebnissen, ohne Bezug auf inverse Probleme der Naturwissenschaften und der Medizin zu nehmen. Vom Prinzip her hat der Autor die Ergebnisse der (reinen) Mathematik auf die Naturwissenschaften und die Medizin übertragen, wobei die vom Autor 1958 gefundene natürliche Kopplung zwischen moderner Mathematik (feine Analysis im Sinne von H. Cartan und M. Brelot [18]) und den Anwendungen (Gravitationsfeld) die zentrale Rolle spielt. Auf diese Weise konnten Ergebnisse der Mathematik vollständig auf die Physik übertragen werden [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [18]. Somit sind diese Ergebnisse vom mathematischen Standpunkt aus richtig, bedürfen aber stets einer physikalischen Interpretation.

Mit größter Wahrscheinlichkeit haben Fragen der Raumfahrt (automatische Raumstationen) das Studium inverser Aufgabenstellungen vorangebracht [49], da diese Stationen Meßwerte stabil interpretieren müssen. Solche Fragestellungen waren schon immer in Geophysik, Medizin usw. zu lösen, die von den meisten Wissenschaftlern wegen deren Komplexität bezüglich der physikalischen Prozesse, der hieraus resultierenden Probleme bei der mathematischen Modellierung und deren großen mathematischen Schwierigkeiten, nicht in Angriff genommen wurden. *Zur Lösung dieser Aufgaben benötigen die Naturwissenschaften sehr viele hervorragende Mathematiker, die gute Kenntnisse der Physik und Biologie haben* [11], [29], [54], [55], [63], [70], [78], [88], [93], [101], [112], [113], [114], [115], [123], [124], [131], [151]. *Außerdem sind große Teile der Mathematik und der Physik in dieser Hinsicht zu ergänzen* [55]. Die Erfolge der inversen Problematik auf dem Gebiet der konstruktiven Ingenieurwissenschaften (und der Wirtschaftswissenschaften) beruhen, wie bereits mehrfach gesagt, auf der (physikalischen) Beherrschbarkeit des entsprechenden Systems - im Gegensatz zu den komplexen Systemen der offenen Natur. Außerdem liegt bei den komplexen Systemen der Natur oft ein **fast totaler Informationsmangel** vor [90], [99], [100], [162]. Auf der Erdoberfläche läßt sich manchmal dieser Informationsmangel durch praktische Erfahrungen am System beheben. Gute Ergebnisse auf dem Gebiet der Naturwissenschaften und der Medizin können - wegen der großen Komplexität der Aufgabenstellungen - nur interdisziplinär erzielt werden [8], [36]. Nach Duren [36] haben die an den Universitäten praktizierten Fakultätsstrukturen wenig Zukunft, da an den Fakultäten eine zunehmende Isolierung der Wissenschaftler zu beobachten ist [41].

Seit langem gibt es kritische Bemerkungen zum übertriebenen Gebrauch von Wissenschaft und Technik. G. Ropohl [94] schreibt in seinem Buch '*Wie die Technik zur Vernunft kommt - Beiträge zum Paradigmenwechsel in den Technikwissenschaften'* unter anderem: *... Das integrative Modell ersetzt die enzyklopädische durch eine generalistische Allgemeinbildung; es ersetzt die totale Universalität - die wohl immer eine Utopie gewesen ist - durch systematische Multiperspektivität des Wissens und Verstehens. Wenn der Einzelne wegen der prinzipiellen Begrenztheit seiner kognitiven Resourcen nicht alle Kenntnisse beherrschen kann, die in der modernen Wissenschaftsgesellschaft zur Verfügung stehen, so folgt daraus noch längst nicht, daß er sich auf eine einzelne schmale Spezialperspektive beschränken müßte, die nicht einmal einen Teilbereich der konkreten Wirklichkeit*

angemessen zu erfassen vermag. Die Alternative, die ich favorisiere, besteht darin, daß der Einzelne ausgewählte Wirklichkeitsbereiche in mehreren Perspektiven zu begreifen und die Perspektiven zu verknüpfen lernt, ohne bestimmte Schwerpunktsbildungen zu vernachlässigen. **Wer von allem nur ein bißchen weiß, ist ein Dilettant; wer nur von einem bißchen alles weiß, ist ein Fachidiot. Ein Generalist aber ist, wer viel von einem bißchen und einiges vom Ganzen weiß, worin das bißchen seinen Platz hat**.

D. Straub [108] schreibt in seinem Buch unter anderem: *Der Autor will offenlegen, daß die Gefahr, den Bezug zur Realität zu verlieren, von Beginn der modernen Naturwissenschaften an, Teil der Problemgeschichte der theoretischen Physik mit ihrem Hang zur Dogmatik ist. Ihre Representanten unterwarfen sich stets dieser Dogmatik und machten sie zur Grundlage jeglicher Paradigmenbildung. Exemplarisch ist ihr rigoroser Umgang mit Irreversibilität als Grunderfahrung der Menschen in allen Lebensbereichen: Das Postulat von der mikroskopischen Reversibilität beherrscht nach wie vor das gesamte Begriffsarsenal. Davon sind nicht nur Fundamentalkategorien wie Zeit und Raum, sondern auch die längst dominierenden Formalisierungen betroffen. Mathematische Ästhetik hat stets Vorrang vor physikalischer Evidenz: Heutige Darstellungen der Quanten- und Elementarteilchentheorie erreichen dadurch einen Grad an Unanschaulichkeit, die selbst den 'eingeweihten' Experten dazu zwingt, sich entweder als naiver Agnostiker zu bekennen oder als purer Rabulist zu bestätigen. Da die zugrunde liegende Mathematik überwiegend nur für diese in der Regel geschlossenen, linearen reversibel Systeme paßt, trifft man selten auf fundiertes Verständnis für eine adäquate mathematische Beschreibung offener, nichtlinearer dissipativer Systeme. Ein Musterbeispiel ist die modische Theorie vom deterministischen Chaos, die sich für die Quantifizierung physikalisch-technischer Systeme offenbar als Chimäre in einem weltweiten Glasperlenspiel erweist. Die eher groteske Publizität dieser Theorie beruht nicht nur auf einer suggestiven Wirkung der Namensgebung. Sie verweist auch beispielhaft auf die Regeln eines komplizierten Spiels um Macht und Einfluß der heutigen Schulphysik. Deren Problemgeschichte wird kaum mehr zur Kritik zunehmend exotischer und anwendungs-feindlicher Theorien herangezogen. Dadurch droht einer sich oft selbst als 'exakt' definierenden und als elitär begreifenden wissenschaftlichen Disziplin, in eine ideologische Sackgasse zu geraten. Im Zeitalter der 'Big Science' können die Folgen dramatisch sein.*

Bei G. Ulrich und H.-J. Treder [119] findet man zum Verhältnis Physik – Medizin folgende Bemerkungen*: Physiker – jedenfalls, die im Rückblick als bedeutend zu bezeichnenden – haben nie behauptet, daß alles, was in dieser unserer Welt „der Fall ist“, in ihre Zuständigkeit fiele. Die Physik zielt auf „wahre“. d.h. von allem Subjektiven bereinigte, mithin abstrakte Aussagen. Als „reine“ Wissenschaft ist sie der „theoretischen Vernunft“ (Kant) verpflichtet. Demgegenüber ist die Medizin ihrer Bestimmung nach eine Disziplin, die dem Menschen dient und daher dem Postulat der „praktischen Vernunft“ (Kant) verpflichtet. In der Arzt-Patienten-Beziehung kommt das Primat dem Erfahrungswissen wie auch der sinnlichen Wahrnehmung zu (Ars medica → Arzt). Die abstrakten (objektiven) naturwissenschaftlichen Erkenntnisse haben für den Arzt instrumentellen Charakter. Dabei ist aber nicht zu bestreiten, daß sich der medizinische Fortschritt, zu Recht, durch die Einführung immer effizienter Instrumentalitäten definiert. Dieses Faktum fand seinen Niederschlag in der irreführenden Bezeichnung der medizinischen Hilfswissenschaften als Grundlagenwissenschaften bzw. –fächer. Dadurch wurde wiederum der herrschende Reduktionismus bestärkt, wonach sich – im Namen einer „wissenschaftlichen“ Biologie – alle Lebensphänomene (= Phänomene der Lebenswelt) auf physikalische Gesetze zurückführen lassen. So verschwand in der sog. Schulmedizin die „Welt, die etwas für uns bedeutet“ (Heisenberg) zugunsten einer unsinnlichen, abstrakten realen Welt zunehmend aus dem Blickfeld.* (siehe auch G. Ulrich [120]). M. Stöhr [157] gibt in seinem Buch eine genaue Analyse der Leistungsfähigkeit der Schulmedizin und anderer Heilverfahren und charakterisiert die von sogenannten 'Hobby-Heilern' entwickelten Heilverfahren auf der Basis abstruser Vorstellungen. Fast kein Buch gibt einen Überblick über die Leistungsfähigkeit der messenden Physik in der medizinischen Diagnostik, speziell die Leistungsfähigkeit bildgebender Verfahren (siehe dazu G. Anger [7] - [18]).

Ein weiterer Begriff, der in der Wissenschaft große Verwirrung stiftet, ist der Begriff der *künstlichen Intelligenz* (artificial intelligence). Nach **5**. kann ein Computer nur mit Hilfe eines endlichen Axiomensystems programmiert werden. Künstliche Intelligenz ist in einem gewissen Sinn eine Erweiterung der natürlichen Intelligenz, keineswegs ihr Ersatz. Nach J. Weizenbaum [126] wird das englische Wort *intelligence* auf verschiedene Weise gebraucht, ist also keine feste Begriffsbildung; siehe auch D. Harem [158].

Außerdem haben die Physiker fast vollständig vergessen, sich systematisch mit der Leistungsfähigkeit der messenden Physik für die realen Systeme der Natur (Geo-

wissenschaften, Wettervorhersage, Klimaforschung, Biosphäre, biologische Systeme, Ökologie, usw.) auseinanderzusetzen. Außerdem ist den meisten Wissenschaftlern in den Anwendungen die mathematische Beschreibung eines inversen Problems unbekannt, woraus viele Fehler mit weitreichenden Folgen sich ergeben. Wegen der Komplexität der Systeme der offenen Natur und eines fast totalen Informationsmangels gibt es für diese Systeme keine mathematische Systemtheorie. Daher sind mathematische Aussagen für genannte Systeme mit Vorsicht zu bewerten. Speziell wollen Geophysiker entlang eines Weges von München nach Verona die Alpen ‚durchleuchten', d.h. die physikalische Struktur des Inneren der Alpen bestimmen. Dazu werden in gewissen Abständen Schallwellen in das Innere geschickt und an endlich vielen Punkten die Reflexionen der Schallwellen gemessen. Endlich viele Messungen reichen wegen eines fast totalen Informationsmangels nicht aus, um weitreichende Aussagen über das Innere zu erhalten (siehe auch **1.**). Nach früheren Bemerkungen hängt eine eventuelle Lösung unstetig von den Meßwerten ab. Daher erbringt ein noch so dichtes Netz von Meßstellen kaum eine Lösung des Problems. In Sonderfällen, wie etwa bei der Bestimmung von Öllagerstätten, wo nur zwei Materialien (Sand, Öl) vorhanden sind, liefert obige Methode Ergebnisse. Vom Prinzip her ist am **mathematischen Modell erst einmal Grundlagenforschung** zu betreiben, um die Leistungsfähigkeit des Modells zu erkundigen. **Von solchen grundlegenden Ergebnissen kann die wirtschaftliche Zukunft eines Landes abhängen.**

Die inversen Probleme werden meist bezüglich der mathematischen Modelle der klassischen Physik, die im neunzehnten Jahrhundert formuliert worden sind, betrachtet. Diese Modelle lassen sich nicht prinzipiell durch Quantenphysik und Relativitätstheorie verbessern [98]. Die theoretische Physik beschäftigt sich sowieso zu viel mit Quantenphysik und Relativitätstheorie [64]. Die Physiker haben die zentralen Fragen des Lebens (der Leistungsfähigkeit der messenden Physik - inverse Probleme) kaum in Angriff genommen [8], [9]. Die vorhandene Lücke auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften ist **überdurchschnittlich groß** und müßte eigentlich sofort geschlossen werden. Gefördert werden in den Naturwissenschaften und der Medizin zum großen Teil Untersuchungen über spezielle Fragen in der Kernphysik [47], der Mikrobiologie und Genetik [25], [45], [90], [150]. Damit läßt sich für unser Leben auf der Erde relativ wenig anfangen. Inzwischen hat sich herausgestellt, daß die Kenntnis einzelner Gene nicht ausreicht, um das System menschlicher Körper zu charakterisieren – im Gegensatz zur Euphorie um 1962. Selbst die Kenntnis aller Gene des menschlichen Körpers (bestehend aus ca. 3 Milliarden Bausteinen) bringt der Medizin wenig anwendbare Resultate. Unbekannt bleibt bei solchen Überlegungen der systemtheoretische Aspekt (Wechselwirkung der einzelnen Gene) [10], [25], [28], [35], [45], [90], [103], [150]. Außerdem lassen sich solche Systeme mathematisch nicht behandeln. Aus diesen Gründen wird der Schluß vom Speziellen auf das Gesamtsystem selten wissenschaftlich einwandfrei vollzogen [139], und von den meisten Wissenschaftlern wegen ihrer geringen fachlichen Kenntnisse fast vollständig unterdrückt [91], [104], [105], [117], [119]. In den letzten Jahrzehnten hat sich die Ausbildung der Mediziner immer mehr zum speziellen Wissen vollzogen, welches in der täglichen Praxis nur bedingt verwendet werden kann [96], [104], [105], [117]. Hieraus folgen unter anderem die nicht mehr bezahlbaren Kosten in der Medizin und oft Fehldiagnosen, die auf elementaren Fehlern beruhen [17]. Daher besteht auf dem Gebiet der messenden Physik die Forderung: **praxis cum theoria**. Die Realisierung eines Reformstudienganges *Medizin* ist dringender denn je. In den USA gibt es bereits an verschiedenen Universitäten einen solchen Reformstudiengang, der in den ersten beiden Jahren die klinische Ausbildung bevorzugt.

Es sei an dieser Stelle auch darauf hingewiesen, daß auf dem Gebiet der Anwendungen der Mathematik der Computer zum Teil sinnlos verwendet wird, was man in dem Buch [108] nachlesen kann. Zuerst ist das Problem aus den Anwendungen von mathematischer und experimenteller Seite her voll zu lösen (siehe auch Phantombilder), anschließend kann die numerische Realisierung erfolgen. Die grundlegende Bedeutung der Mathematik für Physik, Naturwissenschaften und Medizin wird von den meisten Wissenschaftlern weit unterschätzt [16], [108]. Hier besteht ein großer Nachholebedarf. Bereits im ersten Studienjahr lassen sich die Schwierigkeiten auf dem Gebiet der messenden Physik mit Hilfe einfacher Gegenbeispiele, die bereits um 1850 möglich waren, erklären [10], [11], [15], [18]. Für solche nicht entscheidbaren Probleme (mit überabzählbar vielen Lösungen) kann kein Computer eingesetzt werden.

E. U. von Weizsäcker [127] schreibt in seinem Buch: *Der technische Fortschritt war in der Vergangenheit weitestgehend durch die Erhöhung der Arbeitsproduktivität gekennzeichnet. Das ist die Basis unseres heutigen Wohlstandes. In einer Welt mit 800 Millionen Arbeitslosen und gleichzeitig einer dramatischen ökologischen Zerstörungsdynamik wird es immer dringlicher, den Hauptakzent des technolgischen Fortschritts auf die Erhöhung der Resourcenproduktivität zu verlagern. Hierfür ist ein*

Faktor Vier für die heutige Generation der Ingenieure ins Auge zu fassen. In praktisch allen Bereichen der Technik ist eine Vervierfachung der Resourcenproduktivität prinzipiell machbar.

Bereits 1906 schrieb der große Mathematiker C. Neumann (1832 - 1925) folgende Sätze, die prinzipielle Schwierigkeiten innerhalb der Wissenschaften voll charakterisieren [8]: *Bei wissenschaftlichem Arbeiten möchte man gerne in gleichmäßiger und einheitlicher Weise vorgehen. Das wird aber mehr oder weniger verhindert, wenn einzelne Punkte von hervorragender Schwierigkeit sich in den Weg stellen. Denn die Überwindung solcher Schwierigkeiten verlangt in der Regel die Entdeckung und Anwendung von neuen Methoden und verlangt namentlich auch, daß man das im Wege stehende Hindernis mit allen Mitteln und von ganz verschiedenen Seiten her in Angriff zu nehmen sucht*.

Die meisten Mathematiker leben in einer fast künstlichen durch die Mathematik geprägten Welt. Die früher vorhandenen Beziehungen zu den Naturwissenschaften sind weitgehend verlorengegangen. Und in dieser Richtung werden die meisten Studenten erzogen. Jeder Hochschullehrer vermittelt nur sein Spezialwissen ohne Bezug auf die Wirklichkeit unseres Lebens. Die Lehrbücher der theoretischen Physik beschreiben immer nur spezielle Aufgaben der Physik, ohne auf komplexe Systeme und inverse Aufgabenstellungen einzugehen. Diese Lücke ist viel größer als die meisten annehmen [16]. Daher sollte man die Bemerkungen von G. Anger [8], [10], [11], [15], [18], W. L. Duren [36], G. Ropohl [94], H. Schäfer [96], G. Ulrich [117], [118], [119] und E. U. von Weizsäcker [127] unbedingt beachten. **Die Mathematik hat eine überdurchschnittlich große Bedeutung für die Naturwissenschaften und die Medizin bei der Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Informationen.** Die folgenden Grundprinzipien beruhen zum großen Teil auf Ergebnissen der Mathematik.

8. Grundlegende Ergebnisse der interpretierenden Wissenschaften

Jeder Abiturient sollte die folgenden Grundprinzipien der Naturwissenschaften kennen:

1. Für die realen Systeme der (offenen) Natur gibt es keine mathematische Systemtheorie (**science is patchwork** [9], [11], [97], [117]). Ursache hierfür ist die große Anzahl von Atomen im System. Weiterhin ist die genaue Anzahl und die Lage der Atome unbekannt.

2. In einem solchen System kann man in einem Labor gewisse Teilinformationen (Mittelwerte über die atomarem Strukturen) erhalten. Der Schluß von der speziellen Information auf das Gesamtsystem gelingt nur mit Hilfe von **praktischen Erfahrungen**

3. Bei technischen Systemen werden die endlich vielen Teilsysteme, aus denen es besteht, relativ gut beherrscht. Daher gibt es für solche Systeme eine gewisse mathematische Systemtheorie. Fehler eines technischen Systems lassen sich daher leicht feststellen.

4. Bei biologischen Systemen sind alle Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig überlagert, die mathematisch nicht getrennt werden können. Außerdem sind die verfügbaren Meßwerte oft sehr schwach. Daher ist der Arzt noch viel mehr als der Ingenieur auf praktische Erfahrungen am realen System (**ars medica**) angewiesen (H. Schäfer [96], G. Ulrich [117], [118], [119]). Dieser Sachverhalt wird von den meisten Universitäten weitgehend ignoriert (siehe auch G. Ropohl [94]).

5. Die Systeme in den Wirtschaftswissenschaften überblickt man vom logischen Standpunkt aus weitgehend (diskrete Mathematik). Für solche Fragen sind die Computer sehr erfolgreich einsetzbar.

Der Biologe und Umweltwissenschaftler v. Weizsäcker und seine internationalen Kollegen entwerfen in [127] Szenarien, wie das Gesicht des 21. Jahrhunderts aussehen und die Welt in Richtung einer lebenswerten Zukunft entwickeln könnte. Öko-Effizienz ist das neue Leitbild – daß es in der Praxis funktioniert, wird in diesem Buch bewiesen.

9. Weitere Bemerkungen zum Arbeitsstil der Wissenschaftler

H. Stumpf [111] schreibt im Leserforum der Zeitschrift *Forschung & Lehre*: ... *Der Autor tritt für eine Trennung der Auseinandersetzung wissenschaftlicher Experten zu strittigen Themen und der Diskussion dieser Themen in der Öffentlichkeit ein, und ist der Meinung, daß moderne Techniken der Entscheidungsfindung zu einer Konvergenz entgegengesetzter Meinungen in den wissenschaftlichen Gremien führen müßten, was sodann der Öffentlichkeit mitzuteilen wäre. Wissenschaftler, die nicht in diesen Rahmen passen, werden als moralische Abweichler bezeichnet, derer sich die ‚scientific community' mit immer größerer Entschlossenheit entgegensetzt oder entgegenzusetzen hat.*
Kann man aber gegenwärtig von „einer" scientific community ausgehen, wo doch die Zahl der Wissenschaftler in die Millionen geht und diese Wissenschaftler in sehr verschiedener Weise tätig sind? Bezüglich welcher Gesichtspunkte läßt sich Konvergenz erreichen? Wie wird Konvergenz beurteilt und liefert eine solchermaßen erreichte Konvergenz wissenschaftliche Wahrheit? Was heißt „nach bestem Wissen und Gewissen" , wenn das Wissen auch der Experten nicht ausreichend ist? Wer garantiert, daß die Experten einen hinreichend weiten Horizont bei der Diskussion eines Problems haben, und läßt sich ein weiterer Horizont in ein Konvergenzverfahren pressen? Bei den die Öffentlichkeit betreffenden Fragen handelt es sich um Probleme an der Nahtstelle von Wissenschaft, Technik, Wirtschaft und Politik. An diesen Nahtstellen geht es einerseits oftmals um interdisziplinäre Zusammenhänge und andererseits nicht nur um reine Wissenschaft, sondern auch um Kapital- und politische Interessen usw. Für die in dem betreffenden Bereich arbeitenden Wissenschaftler geht es ebenfalls nicht nur um Wissenschaft, sondern auch um Geld, Lebensstellungen, Arbeitsmöglichkeiten, Prestige, Durchsetzung eigener Ideen. Das, was wirklich an wissenschaftlicher Arbeit öffentlichkeitsrelevant ist, ist meist schon tief in außerwissenschaftliche Interessen verstrickt; und wer garantiert dann die Objektivität der Experten?
Was schließlich die Öffentlichkeit selbst angeht, so bietet das Wissen der Experten keine Garantie für Wahrheit. Die Wissenschaft ist wie alles andere Irrtümern unterworfen. Diese Irrtümer werden aber im allgemeinen nicht durch rationale Diskussionen beseitigt, sondern durch Aussterben der betreffenden Wissenschaftsgeneration, wie Max Planck richtig bemerkt hat. Es ist eine geschichtliche Erfahrung, daß es Abweichler von wissenschaftlichen Mehrheitsmeinungen im allgemeinen sehr schwer haben sich durchzusetzen, auch wenn sie, geschichtlich gesehen, objektiv recht hatten. Die offene Drohung, daß sich die scientific community ihrer Abweichler entledigen wird, bedeutet in der Demokratie, daß diese Abweichler finanziell und sozial ausgetrocknet werden: immerhin ein Fortschritt gegenüber Verbrennungen, Konzentrationslagern und psychiatrischen Kliniken.
In der Wissenschaft wurde seit langem zwischen Spezialisten und Generalisten unterschieden. Will man in einer Zeit, in der sich die Spezialisten aller Länder eine für Kultur und Wissenschaft ruinöse Hetzjagd liefern, die Generalisten abschaffen? Wird in dieser von keiner sinnstiftenden Idee mehr getragenen Globalisierung des wissenschaftlichen und industriellen Wettbewerbs das Ideal der demokratischen Verantwortung der Wettbewerbsfähigkeit geopfert, obwohl niemand weiß, wohin dieser Wettbewerb überhaupt führen soll?

C. Schnittler [148] stellt seine Gedanken in folgenden Thesen zusammen.
1.These: *Naturwissenschaftler stehen in der Verantwortung, sich mit den gegenwärtigen und zukünftigen Auswirkungen naturwissenschaftlicher Erkenntnis auseinanderzusetzen. Sie müssen dazu über ihr eigenes Fachgebiet hinausschauen und in ganzheitlichen Zusammenhängen denken.*
2.These: *Die Beschränkung der Forschungsfreiheit ist kein Weg, um künftigen Gefahren für die Menschheit zu begegnen. Sie ist eher selbst eine Gefahr für ein menschenwürdiges Leben in Freiheit.*
3.These: *Die grundgesetzlich gebotene Pflicht zur Achtung der Menschenwürde ist auch und gerade für Naturwissenschaftler eine wichtige Orientierung bei der Wahrnehmung ihrer spezifischen Verantwortung. Die moderne naturwissenschaftliche Forschung schafft aber zunehmend Situationen, in denen dieser Begriff als Entscheidungskriterium für die Zulässigkeit einer Forschung nicht mehr ausreicht.*
4.These*: Naturwissenschaftler nehmen ihre besondere Verantwortung für die Zukunft unserer Gesellschaft und der Menschheit am besten dadurch wahr, daß sie sich aktiv und vornehmlich in den gesellschaftlichen Diskurs über die Fragen einbringen, die heute strittig sind oder auf Grund neuer Erkenntnisse neu gestellt werden müssen.*
5.These: *Naturwissenschaftler sollen ihre besondere Verantwortung in der Gesellschaft dadurch wahrnehmen, daß sie ihre Wissenschaft und ihre Forschungsergebnisse verständlich und im besten Sinne populär einem möglichst breiten Publikum zugänglich machen.*

In dem Artikel [150] findet man folgende Bemerkungen zum Nobelpreis: *Vor 100 Jahren wurde der Nobelpreis zum ersten Mal verliehen. ... Unter Hunderten wählen sechs Nobel-Komitees die*

Kandidaten in den Sparten Medizin, Physik, Chemie, Literatur, Frieden und seit 1969 auch in den Wirtschaftswissenschaften aus. ... Beglücken wird die Schwedische Akademie nur wenige, denn bei den Gelehrten handelt es sich seit Wilhelm von Humboldts Zeiten um "die unbändigste und am schwersten zu befriedigende Menschenklasse - mit ihren ewig sich durchkreuzenden Interessen, ihrer Eifersucht, ihrem Neid, ihrer Lust zu regieren, ihren einseitigen Ansichten". Insbesondere "das System Universität scheint geradezu auf endemischem Neid zu basieren", schreibt der Sprachforscher Jürgen Trabant in der Zeitschrift "Gegenworte" der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften. Im nächsten Heft antwortete die deutsche Medizin-Nobelpreisträgerin Christiane Nüsslein-Volhard aus der Warte einer Beneideten: "Nicht einmal ist mir von meinen Kollegen zu irgend etwas gratuliert worden. Als dann der Preis kam, war das für manche, als habe eine Bombe direkt neben ihnen eingeschlagen, und sie sind heut noch nicht darüber weg. Die Rache war, mich mit Ämtern und Verwaltung vollständig zuzumüllen", schreibt Nüsslein-Volhard.

Ein gravierendes Beispiel für die Nichtbeachtung wissenschaftlicher Ergebnisse ist das Unterdrücken der Wahrheit über den Rinderwahnsinn (BSE) in Großbritannien in den Jahren 1986 - 2000. Wissenschaftlern wurde es verboten, über ihre Ergebnisse bezüglich der Übertragung der Krankheit auf den Menschen zu berichten [59], [61], [106].

Literaturverzeichnis

[1] G. H. Altmüller (1999), *Die deutsche Wissenschaft ist reformbedürftig.* Spektrum der Wissenschaft – Technologie, September 1999, 96 – 99.
[2] G. Anger (1976), *Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie der inversen Aufgabenstellungen* (transl. into English). Gerlands Beitr. Geophysik **85**, 1 – 20.
[3] G. Anger (ed.) (1979), *Inverse and Improperly Posed Problems in Differential Equations*. Conference held at the Martin Luther University Halle-Wittenberg, May 29 - June 2, 1979, Mathematical Research, vol. 1, Akademie Verlag, Berlin.
[4] G. Anger (1980), *Lectures on Potential Theory and Inverse Problems.* In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems der Geophysik, Sommerschule an der Bergakademie Freiberg (Sachsen), June 5 - 16, 1978, Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft **45**, 15 – 95.
[5] G. Anger (1981), *A characterization of the inverse gravimetric source problem through extremal measures*. Rev. Geophys. Space Phys **19**. 299 - 306.
[6] G. Anger (1982), *Einige Betrachtungen über inverse Probleme, Identifikationsprobleme und inkorrekt gestellte Probleme*. In: Jahrbuch Überblicke Mathematik 1982, 55 - 71. Bibliographisches Institut, Mannheim, Zürich.
[7] G. Anger (1985), *On the relationship between mathematics and its applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse Problems **1**, L7 - L11.
[8] G. Anger (1990), *Inverse Problems in Differential Equations*. Plenum Press, London, New York.
[9] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.)(1993), *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine*. Conference held at the Georesearchcenter Potsdam, August 30 – September 3, 1993, Mathematical Research, vol. 74, Akademie Verlag, Berlin.
[10] G. Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang.* In: Inverse Problems and Applications to Geophysics, Industry, Medicine and Technology, pp. 24 - 31. Publications of The HoChiMinh City Mathematical Society, vol. 2 (1995).
[11] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria* (The power of theory in natural sciences, technology and medicine). Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20**, 19 - 36.
[12] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria*. Arzt und Krankenhaus **12/97**, 354 - 357.
[13] G. Anger (1998), *Basic principles of inverse problems in natural sciences and medicine*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78**, S189 - S192.
[14] G. Anger (1998), *Inverse problems: Regularization of ill-posed problems*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78**, S235 - S237.
[15] G. Anger and H. Moritz (1999), *Inverse problems and uncertainties in science and medicine* (38 Seiten, im Druck, see also the homepage:
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc), (116 pages).

[16] G. Anger, H. Moritz, H.-J. Treder und G. Ulrich (1999). *Das Verhältnis von Mathematik, Physik, Medizin und Philosophie - Die Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften und der Medizin*. Diskussionsrunde an der Sternwarte Potsdam-Babelsberg am 16. Februar 1999.
[17] G. Anger (1999), *Die diagnostische Qualität ärztlicher Wahrnehmung und physiko-chemischer Meßwerte. Relevanz für die Bezahlbarkeit unseres Gesundheitswesens aus mathematisch-physikalischer Sicht.* Erscheint in Zeitschrift für Allgemeinmedizin.
[18] G. Anger (2001), *The contributions of CH.- J. de La Vallée Poussin to potential theory - The power of theory.* In: Collected Works of Charles-Jean da La Vallée Poussin, Academie Royale de Belgique and Circolo Matematica di Palermo.
[19] A. Asanov (1998). *Regularization, Uniqueness and Existence of Solutions of Volterra Equations of the Second Kind*. VSP, 3700 AH Zeist, The Netherlands.
[20] A. J. Ayres (1998), *Bausteine der kindlichen Entwicklung: die Bedeutung der Integration der Sinne für die Entwicklung des Kindes.* 3. Auflage, Springer, Berlin, New York 1998 (translated from English).
[21] G. Baer (1993), *Spur eines Jahrhundertirrtums.* Spur-Verlag, Dresden.
[22] G. Baer (1993), Logik eines Jahrhundertirrtums. Spur-Verlag, Dresden.
[23] A. S. Barashkov (1998), *Small Parameter Method in Multidimensional Inverse Problems*. VSP, 3700 AH Zeist, The Netherlands.
[24] E. M. Bellon, E. M. Haackle, P. E. Coleman, D. C. Sacco, D. A. Steiger and R. E. Gangerosa (1986), *MR artifacts: A review*. AJR **147**, 1271 - 1981, American Roentgen Ray Society.
[25] P. Beurton (2000), *Das "Gen" - wirklich Träger der Erbinformationen oder schon ein überholtes Konzept.* Vortrag am 26. Oktober 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[26] B. A. Bolt (1980), *What can inverse theory do for applied mathematics and its applications.* Austral. Math. Soc. Gaz. **7**, 69 - 78.
[27] H.-H. von Borzeszkowski (2000), *100 Jahre Wirkungsquantum von Max Planck - Die Erfolgesgeschichte eines Irrtums.* Vortrag am 7. Dezember 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D.10787 Berlin, erworben werden).
[28] P. L. Butzer (1987), *Dirichlet and his role in the foundings of mathematical physics.* Archives Internationales d'Histoire des Sciences **37**, 49 - 82.
[29] F. Collins (2000), *In zehn Jahren kennen wir unsere Risiken*. In: DER TADESSPIEGEL 18. September 2000, S. 33.
[30] D. Colton, H. W. Engl, A. K. Louis, J. R. McLaughlin, W. Rundell (eds.) (2000), *Surveys on Solution Methods for Inverse Problems*, Springer, Berlin, Wien, New York.
[31] T. Darnstädt (2001), *Start-up ins Leben. Der Stoff, aus dem die Zukunft ist: Was müssen Schüler heute können? Die bürgerliche Bildung verliert schnell an Wert, die Wirtschaft will wirklichkeitstüchtige Problemlöser.* DER SPIEGEL; 14 /2001, 66 - 89.
[32] R. Dawkins (2000), *Der entzauberte Regenbogen – Wissenschaft, Aberglaube und die Kraft der Phantasie*. Rohwolt, Hamburg (englischer Originaltitel: Unweaving the rainbow. Science, delusion and the appetite for wonder. Hougthon Mifflin Company, Boston, New York, 1998).
[33] H.-P. Dürr (1995), *Wie offen ist die Zeit? Die Verantwortung für unsere Zukunft*. DTV-Taschenbuch: Was ist die Zeit?
[34] H.-P. Dürr (1998), *Die Stellung des Menschen in der Natur*. Vortrag am 30. März 1998 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[35] H.-P. Dürr (2001), *Sind Biologie und Medizin nur Physik?* Vortrag am Einstein-Forum Potsdam, 17. Januar 2001.
[36] W. L. Duren (1994), *The most urgent problem for mathematics professores*. Notices American Math. Soc. **41**, no. 6, 582 - 286.
[37] W. U. Eckart (1990), *Geschichte der Medizin.* Springer, Berlin, New York 1990.
[38] J. Ehlers (1998), *Die Gesetze von Raum und Zeit*. Vortrag am 1. Dezember 1998 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[39] K M. Einhäupl (2001), *Erstklassige Berufungen sind entscheidend.* DER TAGESSPIEGEL, 19. März 2001, S. 28.
[40] Einstein Forum (2001, ed.), *Zum Verständnis der Natur,* Akademie-Verlag, Berlin 2001.
[41] R. R. Ernst (2001), *Wissenschaft im 21. Jahrhundert - Hoffnungen und Ängste.* Vortrag am 21. Mai 2001 an der URANIA. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich erworben werden von der Urania, An der Urania 17, D - 10787 Berlin, erworben werden).
[42] R. R. Ernst, S. Boentges and J. M. Schmitt (1994), *Basic aspects of NMR spectroscopy in multiple dimensions.* Proc. Indian Acad. Sci (Chem. Sci.), **106,** no. 7, 1427 -1448.
[43] G. Falk (1990), *Physik - Zahl und Realität*. Birkhäuser Verlag, Basel.

[44] H. Fritzsch (1999), *Die Physik des Urknalls und die Rolle der Elementarteilchen*. Vortrag am 18. Januar 1999 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[45] D. Ganten (2000), *Neue Erkenntnisse der Genetik: Die Zusammenhänge sind sehr viel komplizierter.* Vortrag am 7. November 2000 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden)..
[46] C. Ginsburg (1983), *Spurensicherungen*. Verlag Klaus Wagenbach, Berlin.
[47] H. Graßmann (1999), *Sperrt das Desy zu.* DER SPIEGEL 44/1999, 232 – 235.
[48] S. Greenfield (2000), *Genormte Umwelt, genormte Gehirne - Nicht schadhafte Gene, sondern stereotype Umgebung gefährdet unser Ich.* In: DER TAGESSPIEGEL; 14. Dezember 2000, S. 37.
[49] H. Habrich (2000), *Geodetic applications of the global navigation satellite system* (GLONASS) *and of* GLONASS/GPS *combinations.* Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 15. Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
[50] B. Hamprecht (1999), *Die Quantenmechanik und der Materiebegriff unseres Jahrhunderts*. Vortrag am 4. Januar 1999 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[51] L. Heinke (2000), *Man kommt hier schlecht weg - 100 Jahre Quantenphysik (2): Planck prägte das wissenschaftliche Leben Berlin.* DER TAGESSPIEGEL, 12. Dezember 2000, S. 29. (Siehe auf dieser Seite auch die Artikel '*Ein Quäntchen Licht macht Daten sicher - 100 Jahre Quantenphysik (1): Im Labor des Anton Zeilinger*' und '*Photonen in die Schule: - 100 Jahre Quantenphysik (3): Forscher ziehen positive Bilanz des "Jahres der Physik" '.*
[52] W. Heisenberg (1942), *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaften (sechs Vorträge).* 3. Auflage, S. Hirzel Verlag, Leipzig.
[53] A. Hermann (2000), *"Ich dachte mir nicht viel dabei" - Die wichtigste Gedankenschöpfung des 20. Jahrhunderts: Wie Max Planck auf die Idee der Quantentheorie kam.* SÜDDEUTSCHE ZEITUNG, 9./10. Dezember 2000, Feuilleton-Beilage.
[54] W. S. Hinshaw and A. H. Lent (1983), *An introduction to NMR imaging: from Bloch equation to imaging equation*. Proc. IEEE **71**, 338 - 350.
[55] B. Hofmann (1999), *Mathematik inverser Probleme*. In: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Teubner, Stuttgart, Leipzig.
[56] R. Huber (2000), *Neueste Erkenntnisse über lebenswichtige Proteine und ihre Strukturen.* Vortrag am 19. Dezember 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[57] V. Isakov (1998), *Inverse problems for partial differential equations*. Springer, Berlin, New York.
[58] A. S. Kekulé (2000), *Und sie strahlen doch – Neue Gefahren bei Handys.* In: Der TAGESSPIEGEL, 17. Mai 2000, S. 8
[59] A. S. Kekulé (2000), *Zurück auf Los. Neue Erkenntnisse lassen zweifeln, ob Europas Rinderwahn gebannt ist.* In: DER TAGESSPIEGEL, 8. November 2000, S. 10.
[60] A. S. Kekulé (2000), *Kleine Fehler unter Freunden. Fälschung wissenschaftlicher Arbeiten gilt als Kavaliersdelikt.* In: DER TAGESSPIEGEL; 22. November 2000, S. 8.
[61] A. S. Kekulé (2000), *Der Tschernobyleffekt - Warum der Aktionismus gegen BSE nicht viel bringt.* In: DER TAGESSPIEGEL, 29. November 2000, S. 8.
[62] A. S. Kekulé (2000), *Winziger Fortschritt - Die Weiterentwicklung von Computer-Chips stößt an ihre Grenzen.* In: DER TAGESSPIEGEL, 13. Dezember 2000, S. 8.
[63] A. Kirsch (1996), *An introduction to the mathematical theory of inverse problems*. Springer, Berlin, New York.
[64] J. Kirchhoff (1999), *Räume, Dimensionen, Weltmodelle: Impulse für eine andere Naturwissenschaft.* Hugendubel (Diederichs), Kreuzlingen, München.
[65] K. Koch (1999), Mutters Einfluß auf den Tod - *Frühes Wechselspiel von Genen und Umwelt*. In: Süddeutsche Zeitung Nr. 50 (2. März 1999), Seite V2/17. Orignalarbeiten zum Thema sind zu finden unter http://www.bmj.com.
[66] B. Kramer (1995), *Precise Measurements in Classical and Modern Physics.* In [72], 25 - 43.
[67] H. Küng (1999), *Spurensuche – Die Weltreligionen auf dem Weg.* Piper, München, Zürich.
[68] B.-O. Küppers (ed.)(1987), *Ordnung aus dem Chaos: Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens*. Piper, München.
[69] B.-O. Küppers (1987), *Die Komplexität des Lebendigen: Möglichkeiten und Grenzen objektiver Erkenntnis in der Biologie*. In: [68], 15 - 47.
[70] M. M. Lavrent'ev and Ya. L. Savel'ev (1995), *Linear Operators and Ill-posed Problems*. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York.
[71] A. Louis (1981), *Gosts in tomography - the null spacee of Radon transform*. Math. Meth. Appl. Sci. **3**, 1 - 10.

[72] H. Lübbig (ed. 1995), *The Inverse Problem. Symposium ad memoriam Hermann von Helmholtz.* VCH; Weinheim.
[73] J. Maddox (2001), *Geduldige Neugier. Die moderne Naturwissenschaft steht erst am Anfang grenzenloser Erkenntnisse.* DER TAGESSPIEGEL; 7. Mai 2001, S. 29.
[74] J. Mlynek (2001), *Freie Fahrt für den Nachwuchs. Die Mängel in Deutschland: Zu lange Qualifikationszeit, zu starke Abhängigkeit, zu wenig Selbständigkeit.* DER TAGESSPIEGEL, 5. April 2001, S. 34.
[75] H. Moritz (1995), Science, Mind and the Universe: An Introduction to Natural Philosophy. Wichmann, Heidelberg.
[76] H. Moritz (1998), *Natürliche und künstliche Intelligenz*. Vortrag am 2. Juni 1998 in Tuzla (Bosnien) und am 27. Juni 1998 in Graz.
[77] R. Mößbauer (1999), *Neue Erkenntnisse der Neutrino-Forschung und ihre Konsequenzen*. Vortrag am 16. März 1999 an der URANIA in Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[78] C. Müller (1957), *Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen*. Springer, Berlin, New York.
[79] A. Müller-Lissner (1999), *Von neuen Therapien und alten Tugenden*. In: DER TAGESSPIEGEL, 5. November 1999, S. 35.
[80] H. G. Natke and Y. Ben-Haim (eds.) (1997), Uncertainty: Models and Measures. Mathematical Research, vol. 99, Akademie Verlag, Berlin.
[81] I. Newton (1687), *Philosophiae naturalis principia mathematica.* Cambridge University Press, Cambridge (Englische Übersetzung: Mathematical Principles of Natural Philosophy, Dawson, London; Deutsche Übersetzung: Mathematische Prinzipien der Naturlehre, Verlag Robert Oppenheim, Berlin 1872; diese Bücher wurden immer wieder nachgedruckt).
[82] P. Nunez (1995), *Neurocortical Dynamics and the EEG Rhythmus.* Oxford University Press, New York, Oxford.
[83] W. Oehlert (2000), *Materie aus Antiteilchen - Die Erzeugung von Antiwasserstoffatomen*. Vortrag am 17. Oktober 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[84] O. Oesterle (1997), *Goldene Mitte: Unser einziger Ausweg. Vom zersplitterten zum ganzheitlichen Wissen*. Universal Experten Verlag, Rapperswil am See (Schweiz).
[85] T. de Padova (2000), *Die Entdeckung des Zufalls - Heute vor 100 Jahren begründete Max Planck die Quantentheorie / Bleibt die Natur nun für immer geheimnisvoll?* In: DER TAGESSPIEGEL, 14. Dezember 2000, S. 37.
[86] R. L. Parker (1994), *Geophysical Inverse Theory*. Princeton University Press.
[87] W. Priester (2000), *Hat es den Urknall wirklich gegeben? Neue Erkenntnisse zur Entstehung des Universums.* Vortrag am 6. November 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[88] A. I. Prilepko, D. G. Orlovsky and I. A. Vasin (1999), *Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics.* Pure and Applied Mathematics: A Series of Monographs and Textbooks, 222, Marcel Deker, New York, Basel
[**89]** B. Ramm (2001), *„Das Gutachten ist eine Frechheit". Zur Radarstudie im Auftrag der Bundeswehr: Röntgenstrahlung kann Krebs erzeugen.* DER TAGESSPIEGEL, 9. Februar 2001, S. 5.
[90] R. Riedl (2000), *Strukturen der Komplexität.* Springer, Berlin, New York 2000.
[91] R.v.Rimscha (2000), *Wer hat die Macht in der neuen Biotech-Welt, Herr Rifkin?* In: DER TAGES-SPIEGEL, 20. September, S. 30.
[92] Römpp Chemie Lexikon, 9. Auflage (1992), Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
[93] V. G. Romanov and S. L. Kabanikhin (1994), *Inverse Problems for Maxwell's* Equation. VSP, 3700 AH Zeist, Utrecht.
[94] G. Ropohl (1998), *Wie die Technik zur Vernunft kommt - Beiträge zum Paradigmenwechsel in den Technikwissenschaften*. GtB Verlag Fakultas.
[95] G. Roth (2000), *Die Neurobiologie des Unbewußten: Geheime Vorgänge im menschlichen Gehirn.* Vortrag am 23. November 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[96] H. Schäfer (1997), *Anforderungen an eine patientenorientierte klinisch-therapeutische Forschung*. Dtsch. med. Wschr. **122**, 1531 - 1536.
[97] E. Scheibe (1993), *A new theory of reduction in Physics*. In: Philosophical Problems of the Internal and External World. Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum. Edited by J. Earman et al., Pittsburgh Univ. Press.
[98] E. Scheibe (1998), *Der Fortschritt der Physik im Selbstverständnis der Physiker*. Vortrag am Einstein-Forum Potsdam, 18. November 1998.

[99] H.-J. Schellnhuber, *Die Zukunft gehört den Sonnenscheichs. Über die globale Erwärmung, steigende Meeresspiegel und Schlupflöcher im internationalen Abkommen.* In: DER TAGESSIEGEL; 7.11.00, S. 29.
[100] H.-J. Schellnhuber (2000), *Erst 80 Prozent weniger Treibgas nützen dem Klima.* In: DER TAGES-SPIEGEL; 26. November 2000, S. 2.
[101] W. Schempp (1998), *Magnetic Resonance Imaging: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley&Sons, New York, Chichister, Brisbane.
[102] E. Shorter (1994), *History of Psychosomatic Illness in the Medicine*. Free Press, New York. Deutsche Übersetzung: Zur Geschichte der psychosomatischen Krankheiten Rowohlt, Hamburg.
[103] R. Singer (2001), *Das falsche Rot der Rose - Was geschieht im Kopf, wenn die Augen etwas sehen? Wie entsteht Bewusstsein, wie die Vorstellung von Ich?* DER SPIEGEL 1/2001, S. 154 - 160.
[104] R. Stein (2000), *Medizinischer Schrott,* In: DER TAGESSPIEGEL, 7. Mai 2000, S. 28.
[105] R. Stein (2000), *Ärzte ohne Worte. Kostbare Zeit: Das Gespräch mit dem Patienten wird oft zu schnell beendet.* In: DER TAGESSPIEGEL, 6. November 2000, S. 29.
[106] F. Steinbach (2000), *Wir haben es kommen sehen. Ein Tierarzt zu den Wurzeln der BSE-Seuche und dem verachteten Verbraucherschutz.* In: DER TAGESSPIEGEL; 8. Dezember 2000, S. 33.
[107] H. Störmer (2000), *Tanz der Elektronen – Gebrochene Ladungen beim Quanten-Hall-Effekt.* Vortrag am 24. Februar 2000 an der URANIA in Berlin (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich erworben werden von der URANIA, An der Urania 17, D-10787 Berlin).
[108] D. Straub (1990), *Eine Geschichte des Glasperlenspiels - Irreversibilität in der Physik: Irretationen und Folgen*. Birkäuser Verlag, Basel.
[109] D. Straub (1997), *Alternative Mathematical Theory of Non-equilibrium Phenomina*. Mathematics in Science and Engineering, vol. 196, Academic Press, New York, London.
[110] D. Straub (1999), Brief an G. Anger vom 26. Januar 1999.
[111] H. Stumpf (1997), *Konvergenz? Zuschrift zu ‚Wissenschaft muß Flagge zeigen'.* Forschung und Lehre, 9/1997, S. 484.
[112] V. P. Tanana (1997), *Methods for Solving Operator Equations*. VSP, 3700 AH Zeist, The Netherlands.
[113] V. P. Tanana (1997), *Methods for Solving of Nonlinear Operator Equations*. VSP, 3700 AH Zeist, The Netherlands.
[114] A. N. Tikhonov, A. V. Goncharsky, V. V. Stepanov and A. G. Yagola (1995), *Numerical Methods for the Solution of Ill-posed Problems*. Kluver Academic Publishers, Dordrecht.
[115] A. N. Tikhonov, A. S. Leonov and A. G. Yagola (1998), *Nonlinear Ill-posed Problems*, Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA).
[116] H.-J. Treder (1999), *Vorträge*. Leibniz-Arbeitskreis Berlin, Am Graben 3, D-15732 Eichwalde, e-mail leibniz-arbeitskreis@t-online.de
[117] G. Ulrich (1997), Biomedizin - *Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes*. Schattauer, Stuttgart.
[118] G. Ulrich (1999), *Biomedizin - Kind der neuen 'Biomacht'*. Mabuse **117**, 44 - 49.
[119] G. Ulrich und H.-J. Treder (1999), *Im Spannungsfeld von Aletheia und Asklepios - Versuch einer Annäherung von Medizin und Physik*. Briefwechsel zwischen G. Ulrich (Berlin) und H.-J. Treder (Potsdam), nexus GmbH, Düsseldorf.
[120] G. Ulrich (2000), *Das Rauschen der Neuronen.* In: die tageszeitung, 25. September 2000, 13 - 14.
[121] P. U. Unschuld (1995), *HUICHUN - Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bildern*. Prestel, München.
[122] K. Urban (1997), *Die Natur erkennen - Die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik*. Forschung und Lehre 1997, Heft 1, 24 - 27.
[123] M. T. Vlaardingerbroek and J. A. den Boer (1996), *Magnetic Resonance Imaging: Theory and Practice*. Springer, Berlin, New York.
[124] V. V. Vasin and A. I. Ageev (1995), *Ill-posed Problems with a priori Information*. VSP, 3700 AH Zeist, The Netherlands.
[125] S. Webb (1993), *From the watching of the shadows: the origin of radiological tomography*. Adam Hilger, Bristol.
[126] J. Weizenbaum (1998), *Die Anstrengung, aus Daten Informationen zu machen*. Vortrag am Einstein-Forum Potsdam, 2. Dezember 1998. (Siehe auch J. Weizenbaum, *Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft*, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 274, 9. Auflage, 1994).
[127] E. U. von Weizsäcker (1999), *Das Jahrhundert der Umwelt – Vision: Öko-effizient leben und arbeiten.* Campus Verlag. Frankfurt/Main, New York.

[128] R. Wiesendanger (2000), *Neue faszinierende Einblicke in den Nanokosmos.* Vortrag am 14. Dezember 2000 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden).
[129] E. Wilde (1999), *World Wide Web.* Technische Grundlagen. Springer, Berlin, New York 1999.
[130] E. O. Wilson (1998), *Consilience - the Unity of Knowledge*. Knopf, New York.
[131] L. v. Wolfersdorf (1996), *Der Beitrag J. Radons für die Entwicklung der Integralgeometrie und Computer-Tomographie*. In: G. Haase und E. Eichler (eds.), Wege und Fortschritte der Wissenschaft, 357 - 377. Akademie Verlag, Berlin.
[132] E. Zeidler (1996), *Teubner Taschenbuch der Mathematik*. Teubner Verlag, Stuttgart, Leipzig.
[133] L. Steinbrügge (2001), *Von Stanford träumen. Die deutschen Universitäten müssen reformiert werden.* DER TAGESSPIEGEL, 26. Mai 2001, S. 27.
[134] C. Nüsslein-Volhard (2001), *Die Kirche hat nicht das Recht, Ethiknormen festzulegen.-(*Nobelpreisträgerin kritisiert die Gen-Kritiker). DER TAGESSPIEGEL; 31. Mai 2001, S.37.
[135] A. S. Kekulé (2001), *Importstopp für Embryos*! *Embryoimport ist ethisch falsch und wissenschaftlich sinnlos.* DER TAGESSPIEGEL; 6. Juni 2001, S.8.
[136] J. Kluge (2001), *Berlin ist für uns fast eine Kleinigkeit. Die Hauptstadt ist pleite, die Regierung Diepgen ratlos. Wie soll das nur weiter gehen?* DER TAGESSSPEIGEL, 10. Juni 2001, W1. (J. Kluge ist Chef der McKinsey-Deutschlandzentrale).
[137] R. Potthast (2001), *Point Sources and Multipoles in Inverse Scattering Theory.* Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA).
[138] A. P. Kachalov, Y. V. Kurylev and M. Lassas (2001), *Inverse Boundary Spectral Problems.* Chapman and Hall, Boca Raton, FL (USA).
[139] H. Markl (2001), *Freiheit, Verantwortung, Menschenwürde: Warum Lebenswissenschaften mehr sind als Biologie.* Ansprache des Präsidenten Hubert Markl anläßlich der 52. Ordentlichen Hauptversammlung der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. am 22. Juni 2001 in Berlin. DER TAGESSPIEGEL, 25. Juni 2001, S. 29, oder http://www.mpg.de.
[140] J. Rogosch (2001), *Am Stammtisch der Nobelpreisträger. In Lindau diskutieren 18 große Geister und ein kleiner Inder über ungelöste Probleme der Wissenschaft.* DER TAGESSPIEGEL, 3. Juli 2001, S. 29.
[141] H.-J. Luhmann (2001), *Brett vorm Kopf in Serie. Die klassische Naturwissenschaft verhindert eine frühe Warnung vor Umweltschäden.* SÜDDEUTSCHE ZEITUNG, 17. Juli 2001, S. V 2.
[142] M. Schulze (2001), P*. Watzlawick erfand das "feed-back"* . SÜDDEUTSCHE ZEITUG, 25. Juli 2001, S. 27. (Siehe auch das Buch P. Watzlawick, Pragmatics of Human Communication, 1967).
[143] B. Hobom (2001), *Jede Zelle eine potentielle Stammzelle?* FRANFURTER ALLGEMEINE ZEITUNG, 1. August 2001, N 1.
[144] P. Gruss (2001), *Hoffnung aus der Zelle. Wie unterscheiden sich embryonale und adulte Stammzellen?* DER TAGESSPIEGEL, 16. August 2001, S. 23.
[144] U. George (2001), *Angst kenne ich nicht, Regenwald und Wüste sind extreme Welten.* DER TAGESSPIEGEL, 9. September 2001, S. W 1.
[145] B. R. Barber (2001), *Die globale Infantilisierung.* DER TAGESSPIEGEL, 9. September 2001, B 1
[146] M. Dietl (2001), *Wir lesen das Schicksal des Patienten aus dem Gewebe. Pathologen stellen die Weichen für die Behandlung.* DER TAGESSPIEGEL, 12. September 2001, S. 28.
[147] A. S. Kekulé (2001), *Der lautlose Tod. Gegen Bioterrorismus fehlen wirksame Abwehrstrategien.* DER TAGESSPIEGEL, 19. September 2001, S. 8.
[148] C. Schnittler (2001), *Gefahrenpotential Naturwissenschaft? Naturwissenschaftler in der Verantwortung für die Zukunft der Menschheit.* Forschung & Lehre 10/2001, 532 - 535.
[149] V. Stollorz (2001), *Das Embryo, das Object der Begierde.* FRANKFURTER ALLGEMEINE ZEITUNG, 7. Oktober 2001, S. 70.
[150] T. de Padova (2001), *Höchstpreise - Noble Ehrung: Seit 100 Jahren reckt sich der Forschergeist nach der begehrtesten Wissenschaftstrophäe der Welt.* . DER TAGESSPIEGEL, 8. Oktober 2001, S. 29.
[151] P. C. Sabatier (2000), *Past and future of inverse problems.* Journal of Mathematical Physics, vol. **41**, no. 6, 4092 - 4124.
[152] S. Meier (2001), *Selbst die Ewigkeit kommt ins Wanken - Physiker entdeckten, dass sich kosmologische Konstanten doch im Laufe der Zeit ändern können.* DER TAGESSPIEGEL, 18. Oktober 2001, S. 33.
[153] R. Stein (2001), *100 Jahre Medizin-Nobelpreis.* DER TAGESSPIEGEL, 22. Oktober 2001, S. 29.
[154] G. Roth, K. Fischer (2001), *Müssen die Geisteswissenschaften von der Hirnforschung lernen? - Pro und Contra.* Forschung & Lehre 11/2001, 584 - 585.
[155] H. Markl (2001), *Das Christentum darf die Gesellschaft nicht dominieren.* DER TAGESSPIEGEL, 15. November 2001, S. 36.

[156] W. Rost (2002), *Emotionen - Elixiere des Lebens.* 2. Überarb. Auflage, Springer, Berlin. New York.
[157] M. Stöhr (2001), *Ärzte, Heiler, Scharlatane. Schulmedizin und alternative Heilverfahren auf dem Prüfstand.*, Steinkopff, Darmstadt.
[158] D. Harel (2002), *Das Affenpuzzle - und weitere bad news aus der Computerwelt.* Springer, Berlin, New York.
[159] E. Staudt (2001), *Die Informationsgesellschaft braucht Köpfe. - Berlin droht seine guten Chancen auf einen Spitzenplatz in der Zukunftsbranche zu verspielen.* DER TAGESSPIEGEL, 22. November 2001, S. 32.
[160] G. Anger (1997), *Ghosts (phantoms, artefacts) - A reality of sciences using measuring data for interpretation.* Conference on Geodesy held at the Berlin University of Technology, see www.geodesy.tu-berlin.de
[161] A. Schleicher (2001), *Mangelhaft, Setzen. - Die OECD- Studie bringt es an den Tag: Im internationalen Vergleich versagen die deutschen Schulen.* DER SPIEGEL 50/2001, S. 60 - 75.
[162] O. Stampf (2002), *Die Wiedergeburt des Kosmos,* DER SPIEGEL 2/2002), 148 - 156.
[163] W. Schröder (1999), *Naturwissenschaft und Religion - Versuch einer Verhältnisbestimmung, dargestellt am Beispiel von Max Planck und Werner Heisenberg,* Science Edition.
[164] H.-P. Dürr (2000), *Für eine zivile Gesellschaft,* DTV München.
[165] A. Zeilinger (2002), *Quantenphysik und Wirklichkeit*. Vortrag am 30. Mai 2002 an der URANIA Berlin. (Ein Tonband dieses Vortrages kann käuflich von der Urania, An der Urania 17, D-10787 Berlin, erworben werden). See aalso www.quantum.at .
[166] "Im Würgegriff der Bürokratie". Peter Gruss, neuer Präsident der Max-Planck-Gesellschaft, über zu starre Gesetze in Deutschland, das Image der Wissenschaftler und die ethischen Grenzen der Embryonenforschung. DER SPIEGEL 24/2002, 190 - 194.
[167] B. Greene (2004), *The Fabric of the Cosmos: Time, Space, and the Texture of Reality.* Alfred A. Knopf, New York.

Man findet weitere Bemerkungen von G. Anger zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik im *Spektrum der Wissenschaft,* Februar 2000, S. 5, und in den *Mathematical Reviews,* September 2000, S. 6294.

Die von G. Anger ab 1995 verfaßten Artikel (278 Seiten) sind im Internet zu finden unter http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Stand: Mai 2002

11.

Gottfried Anger

Fachbereich Mathematik und Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Die diagnostische Qualität ärztlicher Wahrnehmung und physiko-chemischer Meßwerte. Relevanz für die Bezahlbarkeit unseres Gesundheitswesens aus mathematisch-physikalischer Sicht.

1. Humanmedizin und angewandte Mathematik

Eine mathematische Systemtheorie kann es nur für Objekte begrenzter Komplexität geben, etwa für Punktmassen (Planeten, künstliche Raumkörper usw.) und technische Systeme (1), (2). Hingegen gibt es *keine mathematische Systemtheorie* für lebende Systeme der Natur, da deren immense Komplexität transcomputabel ist. Meßwerte in der Medizin sind immer nur Teilaussagen; Rückschlüsse auf die stets das Gesamtsystem betreffenden Krankheiten erfordern kontextuelle Informationen, je mehr, desto besser. Die Fähigkeit, eine Einzelaussage in einen weiteren Zusammenhang zu stellen, ist eine Funktion der praktischen Erfahrung bzw. Vernunft (phronesis) und setzt die intensive Beschäftigung mit der *Person des Kranken* voraus (15). Daher ist die Medizin weit mehr als bloße angewandte Naturwissenschaft (13), (14). Dies wurde und wird noch immer vergessen bzw. 'verdrängt'. Bereits vor 2.400 Jahren haben Hippokrates und seine Schüler, *basierend auf den Erfahrungen ägyptischer, babylonischer und indischer Medizin, gelehrt, daß es nur dann möglich ist, die 'Geschichte' der einzelnen Krankheiten präzise herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome aufmerksam beobachtet und mit größter Genauigkeit festhält; die Krankheit an sich sei unerreichbar* (2), (13). Nach wie vor ist in der Medizin die **ars medica** grundlegend. Die hier skizzierten Fakten würden eigentlich in das erste Studienjahr der Medizinausbildung gehören.

2. Physik

Unsere heutige Physik unterscheidet vier Kräfte: Wechselwirkung der Gravitation, Wechselwirkung der Elektrodynamik, starke und schwache Wechselwirkung der Elementarteilchen (9). Bei den in der Physik studierten Prozessen handelt es sich überwiegend um *reversible Prozesse*. Die Systeme der Mechanik zeichnen sich zum Beispiel dadurch aus, daß die Summe der inneren Kräfte Null ist. Dieser Sachverhalt gilt nicht mehr, wenn sich die innere Struktur des Materials ändert. Ähnliche Aussagen gelten in der Elektrodynamik. Daneben behandelt die Physik aber auch irreversible Prozesse, etwa in der Thermodynamik. Die Prozesse der Biologie dagegen sind stets *irreversibel.* Dies bedeutet jedoch nicht, daß Irreversibilität charakteristisch für den Unterschied zwischen Lebendigem und Nicht-Lebendigem wäre. Eine Beschreibung biologischer Systeme erfordert die Beachtung der physikalischen Gesetze. Dies reicht jedoch nicht aus. Hinzukommen müssen die für *lebende Systeme* kennzeichnenden Prinzipien (5).

3. Medizinische Diagnostik

Im menschlichen Körper laufen vielerlei physiko-chemische Prozesse mehr oder weniger gleichzeitig ab. Aus diesem Grund ist es kaum möglich, die einzelnen Prozesse getrennt zu

untersuchen (2), (3). Die Krankheitszeichen sind daher niemals für eine ganz bestimmte Ursache spezifisch. Dies gilt sogar für die meisten biochemischen Meßwerte. Die fundamentalen hinsichtlich ihrer Ursache mehrdeutigen, jedoch diagnostisch wegweisenden Krankheitszeichen (Symptome) stellen Ärzte seit jeher allein mit ihren Sinnesorganen fest. So enthält von der Haut reflektiertes Licht viele Informationen. Der visuelle Apparat des Menschen vermag bestimmte Farbnuancen und Muster abzugrenzen, was mit Meßinstrumenten kaum gelingt. Man denke hier etwa an die verschiedenartigen, krankheitstypischen Ausschläge. Dieses gilt auch für die Diagnose vermittels des Gehöres. Meßinstrumente unterstützen, verfeinern, korrigieren und quantifizieren die über die sinnliche Wahrnehmung gewonnenen Aussagen bzw. Vermutungen.

Die Mathematik ist die Sprache der Physik. Dies ist so, weil die Umgangssprache aufs engste mit der sinnlichen Wahrnehmung verbunden ist, die meisten physikalischen Prozesse sich jedoch einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Zum Studium von physikalischen Prozessen benötigt man die Kenntnis der physikalischen Grundgesetze, ein mathematisches Modell und die Mathematik. Die meisten Meßwerte können als Mittelwerte über die Mikroelemente (die atomaren Strukturen) aufgefaßt werden. Meßwerte werden auf der Makroebene gewonnen. Der Arzt muß aber, um eine richtige Diagnose erstellen zu können, von dieser Makroebene oftmals auf die Mikroebene zurückschließen. Meßwerte (aber natürlich auch sinnliche Wahrnehmungen) sind für den Arzt Indizien. Die Medizin ist in erster Linie eine interpretative Wissenschaft. Für die großen Internisten des 19. und 20. Jahrhunderts war eine gute Anamnese fast schon die Diagnose (7). Mit der 'modernen Entfernung' von der Person des Kranken und der zunehmenden Annäherung an seine Moleküle wurden die einzelnen Meßwerte immer höher gewichtet. Dabei ist ein einzelner Meßwert - wie aufwendig auch immer in seiner Erhebung - meist ziemlich nutzlos. Als Beispiel möge das Körpergewicht dienen. Nur wenn zwischen Meßkurve und inneren Parametern (Krankheit) eine umkehrbar eindeutige Zuordnung besteht, d.h. jeder Meßkurve entspricht genau eine 'Krankheit', kann der Arzt allein aufgrund physikalischen Messens eine richtige Diagnose stellen. Es ist dringend geboten, die Leistungsfähigkeit der einzelnen Verfahren genau zu charakterisieren (1), (2), (12). Ein mathematisches Modell hat immer nur eine bedingte Aussagekraft. Bei vielen Modellen (Meßinstrumenten) ist diese Aussagekraft noch *nicht hinreichend geklärt*. Hier müßte der Dialog zwischen dem Anwender (Arzt) und dem Experten für den prinzipiellen Interpretationsbereich physikalisch messender Verfahren (Vertreter der Mathematik) weit intensiver geführt werden, als dies bisher der Fall ist.

Nach Shorter (10) sind ca. 80% der Erkrankungen psychosomatischer Natur. Hier wird man mit Meßwerten allein nicht weiterkommen. Gefragt ist in erster Linie die 'Droge' Arzt. Denn nur ein Arzt vermag die für sich im allgemeinen vieldeutigen Meßwerte auf eine sinnvolle Weise zusammenzuführen und daraus therapeutisch relevante Rückschlüsse gewinnen. In vielen Fällen wird der Patient ins Labor 'abgeschoben', ohne daß vorher eine *hinreichend ausführliche* (dürftig honorierte) Anamnese erhoben worden wäre. Dadurch vergrößert sich die Kluft zwischen Patient und Arzt. Die in den letzten Jahrzehnten entwickelten diagnostischen Techniken könnten wesentlich besser und vor allem kostengünstiger genutzt werden, wenn bereits den Studenten das Primat der Person gegenüber den Meßwerten vermittelt würde. Es liegt auf der Hand, daß sich das medizinische Establishment gegen eine derartige Reform zur Wehr setzt - sind doch dadurch Besitzstände in Frage gestellt.

4. Apropos bildgebende Verfahren

Speziell bei einer als größte Errungenschaft der modernen Medizin gepriesenen Meßtechnik - den sogenannten bildgebenden Verfahren der Radiologie - ist die Mathematik aufgerufen, die verbreitete Euphorie zu dämpfen. Den Zusammenhang zwischen dem inneren (gesuchten) Parameter f und den Meßwerten g kann man formal in der Form $Af = g$ schreiben. Hierbei bezeichnet A den physikalischen Prozeß. Die Berechnung von g bei bekanntem A und f nennt man *direkte Aufgabe*, die Bestimmung von f bei bekanntem A und g eine *inverse*

Aufgabe (1), (2), (3), (4). Deren Lösung wird kurz in der Form $f = A^{-1}g$ geschrieben. Die Ingenieurwissenschaften können sich wegen des vergleichsweise geringeren Informationsinhaltes technischer Systeme meist auf die Lösung direkter Aufgaben beschränken. Vom Prinzip her sind jedoch auch in der Technik inverse Aufgaben zu lösen.

Bei einer einfachen Röntgenaufnahme ist f das Innere des zu bestrahlenden Teils des Körpers, A der Röntgenstrahl, g die schwarz-weiß Färbung auf der Röntgenplatte. Der physikalische Prozeß benötigt keinerlei Mathematik, die Auswertung der Aufnahme hat allein der Arzt vorzunehmen.

Ärzte haben schon immer versucht, durch Röntgenaufnahmen aus verschiedenen Richtungen einen besseren Einblick in das Innere des Körpers zu bekommen. Vom mathematischen Standpunkt aus wurde dieses Problem bereits 1917 von J. Radon gelöst. Kennt man die Absorption des Röntgenstrahls entlang jeder Geraden, die den Körper durchdringt, so ist die Dichte des Körpers eindeutig bestimmt (nach F. John unter dem Begriff Radon-Transformation bekannt) (1), (8), (17). Unabhängig von diesem zentralen Ergebnis, wurde 1963 dieses Verfahren erneut von A. M. Cormack aufgegriffen. Die numerische Realisierung erfolgte 1973 von G. N. Hounsfield mit Hilfe von leistungsfähigen Computern (1), (2). Allerdings fehlen bei den Untersuchungen von Cormack und Hounsfield gewisse mathematische Untersuchungen, die notwendig wären, um die Leistungsfähigkeit des Verfahrens in der diskretisierten Form zu analysieren. Danach haben sich zahlreiche Theoretiker mit der Leistungsfähigkeit der Computertomographie auseinandergesetzt. Die Absorption wird entlang 100.000 bis 1 Million Geraden gemessen. Damit ergibt sich ein Bild der inneren Dichte. Das entsprechende mathematische Modell wird auf dem Kontinuum studiert. Die für die Rechnungen notwendige Diskretisierung kann dabei auf Artefakte (Phantombilder) führen (2), (4), (6), (8), (11), (16). Diese sind wegen Informationsmangels prinzipiell nie auszuschließen. Die Ursache ist in den sehr schlechten mathematischen Eigenschaften der Lösungen $f = A^{-1}g$ inverser Aufgaben zu suchen, im Gegensatz zu sehr guten mathematischen Eigenschaften direkter Aufgaben, ein Sachverhalt, der den meisten Mathematikern und Ärzten nicht bekannt ist (1), (2). In Vorträgen und Medien wird demgegenüber eine exakt *der Realität entsprechende* (mathematische) Rekonstruktion behauptet, was prinzipiell ausgeschlossen ist. Diese damit zusammenhängenden Schwierigkeiten sind in der angewandten Mathematik seit 1980 bekannt. Gerade auch bei der viel zu häufig eingesetzten Kernspinresonanztomographie ist immer mit Phantombildern zu rechnen (2), (6), (11), (16).

Die Existenz von Phantombildern kann mathematisch sehr leicht bewiesen werden. Dazu werden nur Methoden der Mathematik benötigt, die bereits um 1850 bekannt waren. Die Massendichte des Körpers wird durch eine Funktion f beschrieben. Diese läßt sich numerisch nur in endlich vielen Punkten y_{-j}, j = 1,2,...,N, bestimmen. Ihr Wert sei $f(y_{-j})$. Addiert man zu f eine Funktion φ mit $\varphi(y_{-j}) = 0$ hinzu, so erhält man $f(y_{-j}) + \varphi(y_{-j}) = f(y_{-j})$. Die Funktion $f + \varphi$ ist ebenfalls eine Lösung des Problems, d.h. ein Artefakt (Phantombild) (2), (3), (4).

Aus der Perspektive der angewandten Mathematik erscheint es fatal, wenn bei Nichtübereinstimmung von sinnlicher Wahrnehmung (Anamnese, klinischer Untersuchungsbefund) und physiko-chemischem Meßwert automatisch eine Entscheidung zugunsten des letzteren getroffen würde. Der Laienpresse zufolge scheint aber die Entwicklung genau in diese für die Patienten gefährliche und die Bezahlbarkeit unseres Gesundheitswesens gefährdende Richtung zu führen.

Literatur

1. G. Anger, Inverse Problems in Differential Equations. Akademie-Verlag, Berlin und Plenum Press, New York, London 1990.

2. G. Anger (1997), Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria. Mitt. Gesellsch. Angew. Mathematik Mechanik 1997; 20: 19 - 36.
3. G. Anger, Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria. Arzt und Krankenhaus 12/97: 354 - 357.
4. G. Anger und H. Moritz, Inverse Problems and Uncertainties in Science and Medicine (in Vorbereitung).
5. G. Anger, H. Moritz, H.-J. Treder und G. Ulrich, Das Verhältnis von Mathematik, Physik, Medizin und Philosophie - Die Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften und der Medizin. Diskussionsrunde an der Sternwarte Potsdam-Babelsberg am 16. Februar 1999.
6. E. M. Bellon, E. M. Haackle, P. E. Coleman, D. C. Sacco, D. A. Steiger and R. E. Ganerosa, MR Artifacts: A Review. AJR 1986; 147: 1271 - 1281, American Roentgen Ray Society.
7. E. Buchborn, Mustererkennung in der klinischen Diagnostik. Nova acta Leopoldina NF 67, Nr. 281, 1992: 317 - 330.
8. A. Louis, Ghosts in Tomography - the Null Space of Radon Transform. Math. Meth. Appli. Sci. 1981; 3: 1 - 10.
9. H. Moritz, Science, Mind and the Universe: An Introduction to Natural Philosophy. Wichmann Verlag, Heidelberg 1995.
10. E. Shorter, Zur Geschichte der psychosomatischen Krankheiten. Rowohlt, Hamburg 1994 (Übers. a.d. Englischen).
11. M. Stöhr, Das UBO(unidentified bright object)-Syndrom: Eine iatrogene Schädigung durch Kernspintomographie. Deutsches Ärzteblatt 1994; 91: B-2339 - B-2340.
12. G. Ulrich, Psychiatrische Elektroencephalographie. Fischer Verlag, Jena, Stuttgart 1994.
13. G. Ulrich, Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes. Schattauer Verlag, Stuttgart 1997.
14. G. Ulrich, Biomedizin - Kind der neuen 'Biomacht'. Mabuse 1999; 117: 44 - 49.
15. G. Ulrich, Bio-psycho-soziales Postulat und Psychiatrie (im Druck).
16. M. T. Vlaadingerbroek and J. A. den Boer, Magnetic Resonance Imaging: Theory and Practice. Springer Verlag, Berlin, New York 1996.
17. S. Webb, From the Watching of the Shadows: the Origin of Radiological Tomography. Adam Hilger, Bristol 1993.

Emeritierter Professor Dr. Gottfried Anger, Rathausstr. 13, 10178 Berlin.

Lebenslauf

Geb. 12. Mai 1928 in Radebeul bei Dresden, 1947 – 1951 Studium der Mathematik und Elektronik an der Technischen Universität Dresden, 1952 – 1962 Assistent am Institut für Reine Mathematik der TU Dresden, 1958 Stipendium der Universität Paris, 1963 – 1972 Forschungsgruppenleiter am Institut für Reine Mathematik der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1972 – 1993 ord. Professor für Mathematik an Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, 1993 Emeritierung.

12.

Basic Principles of Inverse Problems in Natural Sciences and Medicine

Gottfried Anger

Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78** (1998), S189 - S192

```
\documentstyle[twoside,fleqn]{article}
\pagestyle{empty}
\textheight245mm\textwidth177mm
\topskip0mm
\evensidemargin19mm\oddsidemargin14.0mm\topmargin23.5mm
\headsep0mm\headheight0mm\footheight0mm
\mathindent18mm\parindent0mm\topsep0mm
\parskip3mm plus0.5mm minus0.1mm
\footskip0mm
\renewcommand{\baselinestretch}{1.00}
\setcounter{page}{1}
\newcounter{zacountsec}
\newcommand{\eh}{\hfill}\newlength{\sperr}
\newcommand{\Title}[1]{{\large \bf #1}}
\newcommand{\Author}[1]{{\sc #1}}
\newcommand{\Section}[1]{{\stepcounter{zacountsec}\vspace{3mm}%
\hspace*{18mm}\normalsize\bf\arabic{zacountsec}. \parbox[t]{150mm}{ #1 }}}
\newcommand{\Newpara}{\\[0.1cm]\mbox{}\hspace*{9mm}}
\voffset-27.3mm  \hoffset-25.4mm
\newenvironment{Abstract}{\begin{minipage}[t]{177mm}\em }%
{\end{minipage}}
\newenvironment{thm}[2]{\begin{sloppypar}%
{#1 #2.}\em{}}%
{\end{sloppypar}}
\newcommand{\theo}[3]{\begin{thm}{#1}{#2} #3\end{thm}}
\newcommand{\Theorem}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Theorem}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm T\eh h\eh e\eh o\eh r\eh e\eh m\eh } }}
\newcommand{\Remark}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Remark}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm R\eh e\eh m\eh a\eh r\eh k\eh } }}
\newcommand{\Lemma}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Lemma}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm L\eh e\eh m\eh m\eh a\eh } }}
\newcommand{\Proposition}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm
Proposition}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm P\eh r\eh o\eh p\eh o\eh s\eh i\eh t\eh
i\eh o\eh n\eh } }}
\newcommand{\Corollary}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Corollary}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm C\eh o\eh r\eh o\eh l\eh l\eh a\eh
r\eh y\eh } }}
\newcommand{\Example}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Example}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm E\eh x\eh a\eh m\eh p\eh l\eh e\eh } }}
\newcommand{\Definition}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Definition}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm D\eh e\eh f\eh i\eh n\eh i\eh t\eh i\eh
o\eh n\eh } }}
\newcommand{\proof}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Proof}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm P\eh r\eh o\eh o\eh f\eh. } }}
\newcommand{\N}{{\rm I}\!{\rm N}}
\newcommand{\Z}{\makebox[0.06cm][l]{\sf Z}{\sf Z}}
\newcommand{\Q}{\makebox[0.15cm][l]{\rm Q}\hspace*{-0.1cm}%
{\sf I}\hspace{0.11cm}}
\newcommand{\R}{{\rm I}\!{\rm R}}
```

```
\newcommand{\C}{{\mbox{\rm $\scriptscriptstyle ^\mid$\hspace{-0.40em}C}}}
\newcounter{zalit}
\newenvironment{Proof}{{\rm \proof}}{}
\newenvironment{Acknowledgements}{\vspace{3mm}%
\hspace*{18mm}{\bf Acknowledgements}\\[0.3cm]\begin{minipage}[t]{177mm}%
\small \em}{\end{minipage}}
\newenvironment{References}{%
\Section{References}%
\begin{small}\begin{list}{\arabic{zalit} }{\usecounter{zalit}
\itemsep0mm \parsep0mm\settowidth{\labelwidth}{\small\rm 88}\labelsep0mm
\setlength{\leftmargin}{\labelwidth}}}%
{\end{list}\end{small}}
\newlength{\addro}\newlength{\addrt}
\settowidth{\addro}{\em Addresses: }
\setlength{\addrt}{\textwidth}\addtolength{\addrt}{-1.01\addro}
\newenvironment{Address}{{\em Addresses: }%
\begin{minipage}[t]{\addrt}}%
{\end{minipage}}
\begin{document}
\vspace*{15mm}\hspace*{18mm}
\begin{minipage}[t]{157mm}
\Author{Anger, G.}
\vspace*{0.4cm}

\Title{Basic Principles of Inverse Problems in Natural Sciences and
Medicine }
\end{minipage}

\vspace{0.5cm}
\begin{center} Zeitschrift f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik {\bf
78} (1998), S189 - S192\end{center}
\vspace*{3.5mm}

\begin{Abstract}
In nature the sense organs of an animal or man have to interprete
electromagnetic waves, acoustic waves, and chemical products in order
to survive. In this case mathematics is not necessary. The interpretation
is realized by the special system using physical and chemical processes.
If one wishes to replace the sense organs by measuring instruments, one
needs
a mathematical model and must study inverse problems for the optimal use
of measuring data. The necessary high-level models require profound
mathematics. Such investigations of equally deep and broad character
can be done only by highly qualified and experienced scientists. Often
for inverse problems  ghosts  or  phantoms  exist, which are no real
world solutions. Therefore additional information is necessary (praxis
cum theoria). Mathematics is the basis for all interpretive sciences,
especially for medical diagnostics, using mashines and instruments.
30 - 40 years ago the following argumentation was quite customary with
physicists and medical researcher: Nature exists, hence it can be
completely
characterized by a mathematical model (with only few empirical
paramemters).
This leads to the mistakes in interpretive sciences.
The practical importance of inverse problems is such that they may be
considered among the pressing problems of current mathematical research.
\end{Abstract}

\Section{Inverse problems}

The internal parameters $f$ of a system of nature inaccessible to
measurement produce a physical field and measuring data $g$, formally
written
```

```
as an {\sl equation of the first kind}
\[ Af = g. \]
The determination of $g$ by the physical process $A$ and the internal
parameters $f$ is called a {\sl direct problem}, while the determination
of $f$ by $g$ is called an {\sl inverse problem}. Often one writes
\[ f = A^{-1}g. \]
Results for the special operators
\[ A: \R^n \mapsto \R^n, \]
especially in the case of a matrix $A$, are well known.
Inverse problems differ, as a matter of principle, from direct problems.
The reason is the weakness of most measuring results $g$ (multi-valued
solutions $f = A^{-1}g$) and the discontinuity of the inverse operator
$A^{-1}$ if $A$ is defined on infinite dimenensional spaces.
Often, the operator $A$ is represented by integrals.
In many cases $A$ has very good mathematical properties (compact operator).
If $A$ is a one-to-one operator on infinite dimensional spaces, then
$A^{-1}$ is discontinuous (F. Riesz (1918), [2] - [5]). Therefore
mathematicians developed {\sl regularization methods} [2] - [4], [6],
[12], [17]. The operator $A$ is replaced by a family of operators
$B_{\alpha}$ for which the inverses $B_{\alpha}^{-1}$ are continuous.
Then one has to study the limit of $B_{\alpha}^{-1}$ for
$\alpha \rightarrow 0$ and to control it as real world solution [6].

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} Contrary to equations of the first kind {\sl equations of the
second kind}
\[ Af + \alpha f = (A + \alpha I)f = g \]
have very good mathematical properties if $A$ is a compact operator.
For such equations the {\sc Fredholm-Riesz-Schauder} theory holds [2],
[12].
The solution
\[ f = (A + \alpha I)^{-1}g \]
can be, if $\alpha$ is no eigenvalue of $Af + \alpha f = 0$, approximated
by finitely many special functions. In a certain sense equations of the
second kind are regularizations of equations of the first kind [12].
In the past most mathematicians studied equations of the second kind.
Therefore the results on equations of the first kind are not well known.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} In practice one has only finitely many measurements. From the
lack of
information  ghosts  or  phantoms  follow (relative to an equation of
the first kind), which have nothing to do with reality (no real world
solutions) [1], [5], [7], [13], [17], [18]. These reconstructions are only
mathematical reconstructions. The reason is that $A^{-1}$ is discontinuous.
It may be that this result holds for every inverse problem, where the
direct
problem is represented by a finite sum of integrals [2], [4], [5].
This can easily be proved. Let
\[ Af(x_l) = \int\limits_a^bK(x,y)f(y)\,dy \approx
\sum_{j=1}^{k}c_k(x_l)f(y_j) =
A_kf(x_l). \]
If $\varphi (y_j) = 0$ then
\[ A_k(f + \varphi )(x_l) = A_kf(x_l). \]
The function $f + \varphi $ is also a solution of $A_kf = g$ in its
discretized
form. Without additional conditions we get infinitely many solutions.
Most mathematicians and physicists do not know this fact, from which
many wrong decisions in interpretive sciences, especially in medical
diagnostics, follow [4], [5], [7], [16], [20]. For equations of the second
kind no ghosts
exist. In order to make a statement for the whole complex system one
needs practical experience [4], [5].
```

```
\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} Most measurements are averages over the atomic structures of
the system
and too weak to completely characterize the system considerd. Therefore
the remarks of {\sc Hippocrates} (428 - 347 B.C.) are basic facts in
dealing with complex systems, especially in medicine: {\sl The  history
of individual illnesses can be precisely studied only by carefully
and precisely registering all symptoms: according to them, the illnes
is beyond our reach} [10]. In a certain sense these remarks hold for every
complex system of nature. For these systems no mathematical systems theory
is possible [4] since the information content of such a system is too
large.
One cubic centimetre of a fluid contains approximatively
$10^{22}$ atoms. Therefore the scientist or medical doctor largely depends
on
practical experience (praxis cum theoria) [3], [4], [5]. A systems theory
exists for special technical systems which have a hierarchical structure
[5].

\Section{The structure of inverse problems}

A main problem in mathematical physics is to study the {\sl information
content}
of an inverse problem, i.e., to find out which internal parameters or
averages
of internal parameters of a system inaccessible to measurement can be
deteremined
in a stable and unique manner [2], [3]. In order to solve an inverse
problem the
following points have to be studied:
\begin{enumerate}
\item Mastery of the special process both experimentally and theoretically,
\item Possibility of mathematical modelling of the process,
\item Mastery of the direct problem both mathematically and numerically,
\item Studying of the information content of the inverse problem,
\item Development of algorithms for the numerical solution of the inverse
problem.
\end{enumerate}
As mentioned before the measured values $g$ of a physical field are
averages
and can be considered as the {\sl output} of the system. Therefore the
measuring data are very weak in diagnostics [3], [5], [15]. In order to get
more information about the interior of a system (the human body) one needs
an
effective {\sl input - output}. This is possible for the following imaging
methods:
\begin{enumerate}
\item Computed tomography,
\item Impedance computed tomography,
\item Nuclear magnetic resonance tomography.
\end{enumerate}
\hspace{9mm} {\sl Computed tomography} consists in reconstructing of
densities (of the
human body) from their projections along lines. We denote by $I_0$ the
intensity of a X-ray travelling along $L$ as it emanates from an exterior
source, the intensity past the object is assumed to be
\begin{equation} I = I_0\,\mbox{exp}\big(-\int\limits_Lf(p(s))\,ds\big),
\;ds\;\mbox{line element}.\end{equation}
From $I/I_0$ one can determine the line integral. Let
\begin{equation}\hat{f} = \int\limits_Lf(p(s))\,ds\end{equation}
be the so-called {\sc Radon}-transform. If the {\sc Radon} transform
(studied by {\sc J. Radon} as a mathematical problem in geometry in 1917)
```

is known for all lines, then the density f is uniquely determined.
But in applications only finitely many measurements along $10^5 - 10^6$
lines are possible [3], p. 275, [5]. From this fact ghosts follow [5],
[13].
Thus, even in computed tomography, one essentially requires practical
experience of the medical doctor under consideration.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} In {\sl impedance computed tomography} the electrical
conductivity γ
(isotropic case) is governed by the elliptic differential equation
\begin{equation}L_{\gamma}u = \mbox{div}(\gamma (x)\,\nabla u) =
0\end{equation}
in a domain $\Omega \subset \R^n$. If f represents the induced potential
on the boundary $\partial\Omega$, then u satisfies
\begin{equation}L_{\gamma}u = 0 \;\mbox{and}\;u\big|_{\partial\Omega} =
f.\end{equation}
The {\sc Dirichlet}-to-{\sc Neumann} map (current) $\Lambda_{\gamma}f$ is
defined by
\begin{equation}\Lambda_{\gamma}f = \gamma\,\frac{\partial u}{\partial
n}\Big|_{\partial\Omega}\end{equation}
From {\sc Green s} first identity and $L_{\gamma}u = 0$ it follows that
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}\gamma (y)|\nabla u(y)|^2\,dy =
\int\limits_{\partial\Omega}f(y)\Lambda_{\gamma}f(y)\,dS(y).\end{equation}
The conductivity γ is uniquely determined if the right-hand side of
(6) is known for infinitely many smooth f [3], p. 37 and p. 307.
It may be that for (6) also ghosts exist in the discretized case.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} {\sl Nuclear magnetic resonance imaging} or NMR-tomography
takes advantage
of the magnetic moment of nuclei [1], [8]. The force acting on a nuclear
moment
placed in a magnetic field represents the basic interaction which leads to
NMR. Input to the system are four-component functions of time. One
compenent
describes the strength of a (radiofreqency magnetic field) signal, and the
other three components govern the strength of three spatially varying,
independently controlled magnetic fields in which the patient is immersed.
In response to these inputs some of the protons of the patient, acting
in accordance with the {\sc Bloch} equation, give rise to local
fluctuations
in the magnetization which are dedected with a tuned atennas and a
sensitive
receiver. The {\sc Bloch} equation reads [8], [10]
\begin{equation}\frac{d{\bf M}}{dt} = \gamma\,{\bf M}\times{\bf H} -
\frac{M_{x_1}\,{\bf i} + M_{x_2}\,{\bf j}}{T_2} - \frac{(M_{x_3} -
M_0)\,{\bf k}}{T_1}.\end{equation}
Here ${\bf M}(t,x) = M_{x_1}(t,x)\,{\bf i} + M_{x_2}(t,x)\,{\bf j} +
M_{x_3}(t,x)\,{\bf k}$ and
${\bf H}(t) = H_0\,{\bf k} + G_{x_1}(t)x_1\,{\bf k} + G_{x_2}(t)x_2\,{\bf
k}
+ G_{x_3}(t)x_3\,{\bf k},\;x = (x_1.x_2,x_3)$. H_0 is the strength of the
static
magnetic field. The magnetization is a bulk property of the sample
(containing
$\sim 10^{27}$ atoms). Here the gyromagnetic ratio γ is a physical
property
of the nucleus of the atom, {\bf i}, {\bf j}, {\bf k} are the unit vectors
in the direction of the positive x_1, x_2, x_3 - axis, $\times$ is the
vector
product. The equilibrium magnetization $M_0{\bf k}$ is the nuclear
magnetization

```
which exists if the sample is maintained at the static field for a long
time
compared to $T_1$. The relaxation times $T_1$ and $T_2$ represents the
effect
of the  relaxation  process. By {\sc Fourier} transform relative to
${\bf M}(t,x)$ and $x$ we get a function $S(t)$ from which the density
(of the protons) is to be determined. Discretizing the integrals
one obtains equations on the $\R^n$. In this case  ghosts  (artifacts) may
exist,
a very bad situation in medical diagnostics [1], [5], [7], [15], [16],
[18], [20]. Therefore mathematical fundamental research on NMR-tomograhphy
using additional information and practical experience of the medical doctor
is imperative in order to obtain {\sl real world solutions}. Computed
tomography is suitable for parts of the body with higher density,
NMR-tomography for parts containing more fluid.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} In order to get more information for the interior of a body
one has to study
the combined system computed tomography, impedance tomography and
nuclear magnetic resonance tomography. This is a main task in future.

\vspace{0.5cm}

\begin{References}
\item {\normalsize \sc Aichner, F. T., Kremser, C.}: Die dreidimensionale
MR-Tomographie in den Neurowissenschaften; Vortrag anl\"a{\ss}lich der
Tagung f\"ur angewandte Mathematik und Mechanik, Regensburg, 24. - 27.
M\"arz 1997.
\item {\normalsize \sc Anger, G.}: Inverse Problems in Differential
Equations. Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, New York, London 1990.
\item {\normalsize \sc Anger, G., Gorenflo, R., Jochmann, H., Moritz, H.,
Webers, W.}: Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics,
Technology and Medicine. Akademie Verlag, Berlin 1993.
\item {\normalsize \sc Anger, G.}: Does there exist a systems theory
for technical systems, the systenms of nature and the universe? In:
{\sc Ben-Haim, A., Natke, H. G.}: Uncertainty: Models and Measures,
Akademie Verlag, Berlin 1997.
\item {\normalsize \sc Anger, G.}: Zur Leistungsf\"ahigkeit der Theorie
in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum
theoria;
Mitteilungen der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik
und Mechanik {\bf 20} (1997),  19 - 36.
\item {\normalsize \sc Anger, G.}: Inverse problems: regularization of
ill-posed problems; Zeitschrift f\"ur Angewandte Mathematik
und Mechanik {\bf 78} (1998), S235 - 237.
\item {\normalsize \sc  Arena, L., Morebouse, H. T., Safir, J.}:
MR imaging artifacts that stimulate disease: How to recognize and eliminate
them; RadioGraphics {\bf 15} (1995), 1373 - 1394.
\item {\normalsize \sc Ben- Haim, Y., Natke, H. G.}: Uncertainty: Models
and Measures. Akademie Verlag, Berlin 1997.
\item {\normalsize \sc Ernst, R. R., Bodenhausen, G. Wokaun, A.}:
Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions,
2nd ed., Clarendon Press, Oxford 1991.
\item {\normalsize \sc Ginzburg, C.}: Spurensicherungen. Verlag Klaus
Wagenbach, Berlin 1993 (transl. from Italian).
\item {\normalsize \sc Gottlieb, J., Romanov, V. G.}: An inverse problem
of the linearized  Maxwell-Bloch system for layered media;
to appear in Journal of Inverse and Ill-Posed Problems.
\item {\normalsize \sc Lavrent'ev, M. M., Saval'ev, Ya. L.}: Linear
Operators and Ill-Posed Problems. Consultant Bureau (Plenum Publishing),
New York 1995.
\item {\normalsize \sc Louis, A.}: Ghosts in tomography - the null space
```

```
of the Radon transform; Math. Meth. Appl. Sci. {\bf 3} (1981), 1 - 10.
\item {\normalsize \sc L\"ubbig, H.} (ed.): The Inverse Problem.
Akademie Verlag, Berlin 1995.
\item {\normalsize \sc Meinzer, H.-P.}: Medizinische Bildverarbeitung
und ihre Schwachstellen; Vortrag anl\"a{\ss}lich der Tagung f\"ur
Angewandte Mathematik und Mechanik, Regensburg, 24. - 27. M\"arz 1997.
\item {\normalsize \sc St\"ohr, M,}: Das UBO(unidentified bright object) -
Syndrom: Eine iatrogene Sch\"adigung durch Kernspin(NMR)-Tomo\-gra\-phie;
Deutsches \"Arzteblatt {\bf 91} (1994), Heft 46, B-2339 - B-2340.
\item {\normalsize \sc Tikhonov, A. N., Goncharsky, A. V., Stepanov, V. V.,
Yagola, A. G.}: Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems.
Kluver Academic Publishers, Dordrecht 1995.
\item {\normalsize \sc Ulrich, G.}: Biomedizin - Von den folgenschweren
Wandlungen des Biologiebegriffes. Schattauer Verlag, Stuttgart 1997.
\item {\normalsize \sc Ulrich, G.}: The diagnostic significance of
bioelectric
activities in human medicine; Zeitschrift f\"ur Angewandte Mathematik und
Mechanik {\b 78} (1998), S195 - S196.
\item{\normalsize \sc Mirsen, T. R., Lee, D. H., Wong, C. D., Diaz, J. F.,
Fox, A. J., Hachinski, V. C., Mersky, H.}: Clinical correlats of
white-matter changes on magnetic resonance imaging scans of the brain;
Archives of Neurology {\bf 48} (1991), October 1991, 1015 - 1021.
\end{References}

\begin{Address}
{\sc Prof. Dr. Gottfried Anger}, Rathausstr. 13, Wg. 11/09, D-10178 Berlin



\end{Address}
\end{document}
```

12.

Inverse Problems: Regularization of Ill-Posed Problems:

Gottfried Anger

Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **78** (1998), S235 - S237

```
\documentstyle[twoside,fleqn]{article}
\pagestyle{empty}
\textheight245mm\textwidth177mm
\topskip0mm
\evensidemargin19mm\oddsidemargin14.0mm\topmargin23.5mm
\headsep0mm\headheight0mm\footheight0mm
\mathindent18mm\parindent0mm\topsep0mm
\parskip3mm plus0.5mm minus0.1mm
\footskip0mm
\renewcommand{\baselinestretch}{1.00}
\setcounter{page}{1}
\newcounter{zacountsec}
\newcommand{\eh}{\hfill}\newlength{\sperr}
\newcommand{\Title}[1]{{\large \bf #1}}
\newcommand{\Author}[1]{{\sc #1}}
\newcommand{\Section}[1]{{\stepcounter{zacountsec}\vspace{3mm}%
\hspace*{18mm}\normalsize\bf\arabic{zacountsec}. \parbox[t]{150mm}{ #1 }}}
\newcommand{\Newpara}{\\[0.1cm]\mbox{}\hspace*{9mm}}
\voffset-27.3mm  \hoffset-25.4mm
\newenvironment{Abstract}{\begin{minipage}[t]{177mm}\em }%
{\end{minipage}}
\newenvironment{thm}[2]{\begin{sloppypar}%
{#1 #2.}\em{}}%
{\end{sloppypar}}
\newcommand{\theo}[3]{\begin{thm}{#1}{#2} #3\end{thm}}
\newcommand{\Theorem}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Theorem}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm T\eh h\eh e\eh o\eh r\eh e\eh m\eh } }}
\newcommand{\Remark}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Remark}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm R\eh e\eh m\eh a\eh r\eh k\eh } }}
\newcommand{\Lemma}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Lemma}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm L\eh e\eh m\eh m\eh a\eh } }}
\newcommand{\Proposition}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm
Proposition}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm P\eh r\eh o\eh p\eh o\eh s\eh i\eh t\eh
i\eh o\eh n\eh } }}
\newcommand{\Corollary}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Corollary}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm C\eh o\eh r\eh o\eh l\eh l\eh a\eh
r\eh y\eh } }}
\newcommand{\Example}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Example}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm E\eh x\eh a\eh m\eh p\eh l\eh e\eh } }}
\newcommand{\Definition}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Definition}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm D\eh e\eh f\eh i\eh n\eh i\eh t\eh i\eh
o\eh n\eh } }}
\newcommand{\proof}{\hspace*{9mm}{\settowidth{\sperr}{\rm Proof}%
\parbox[t]{1.3\sperr}{\rm P\eh r\eh o\eh o\eh f\eh. } }}
\newcommand{\N}{{\rm I}\!{\rm N}}
\newcommand{\Z}{\makebox[0.06cm][l]{\sf Z}{\sf Z}}
\newcommand{\Q}{\makebox[0.15cm][l]{\rm Q}\hspace*{-0.1cm}%
{\sf I}\hspace{0.11cm}}
\newcommand{\R}{{\rm I}\!{\rm R}}
```

```
\newcommand{\C}{{\mbox{\rm $\scriptscriptstyle ^\mid$\hspace{-0.40em}C}}}
\newcounter{zalit}
\newenvironment{Proof}{{\rm \proof}}{}
\newenvironment{Acknowledgements}{\vspace{3mm}%
\hspace*{18mm}{\bf Acknowledgements}\\[0.3cm]\begin{minipage}[t]{177mm}%
\small \em}{\end{minipage}}
\newenvironment{References}{%
\Section{References}%
\begin{small}\begin{list}{\arabic{zalit} }{\usecounter{zalit}
\itemsep0mm \parsep0mm\settowidth{\labelwidth}{\small\rm 88}\labelsep0mm
\setlength{\leftmargin}{\labelwidth}}}%
{\end{list}\end{small}}
\newlength{\addro}\newlength{\addrt}
\settowidth{\addro}{\em Addresses: }
\setlength{\addrt}{\textwidth}\addtolength{\addrt}{-1.01\addro}
\newenvironment{Address}{{\em Addresses: }%
\begin{minipage}[t]{\addrt}}%
{\end{minipage}}
\begin{document}
\vspace*{15mm}\hspace*{18mm}
\begin{minipage}[t]{157mm}
\Author{Anger, G.  }
\vspace*{0.4cm}

\Title{Inverse Problems: Regularization of Ill-Posed Problems}
\end{minipage}

\vspace{0.5cm}
\begin{center} Zeitschrift f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik {\bf
78} (1998), S235 - S237 \end{center}

\vspace*{3.5mm}

\begin{Abstract}
Roughly speaking measuring data $g$ of a real system of nature are averages
over the atomic structures. Often these averages have very good
mathematical
properties, i.e., the solution can be represented by a compact operator
$A$.
If the compact operator $A$ is a one-to-one mapping on infinite dimensional
spaces, the solution $f$ of
$Af =  g$ to be determined depends discontinuously on $g$ (F. Riesz
(1918)).
In order to get a useful solution $f$ one has to replace $Af =  g$ by
a family of equations $B_{\alpha}f_{\alpha} = g$ for which the inverse
operators $B_{\alpha}$ are continuous using additional information. Then
one has to study the limit $f_{\alpha} \rightarrow f$ and to prove the
solution as real world solution by using experiments. We sketch several
regularization methods,
especially for the simplest differential equation $u^{\prime} =  f$ with $u
= Af$
as solution. In this  special case
$B_{\alpha}f_{\alpha} =  Af_{\alpha} + \alpha f_{\alpha} =  g$.
For this equation an explicit solution exists. In 1962 the author studied
the potentials relative to the fundamental solution of $u'$ the first
time {\rm [1]}. These potentials have a very simple structure well known in
real analysis.

\end{Abstract}

\Section{General remarks}

Many problems in mathematical physics are governed by partial differential
```

equations defined on an open set $\Omega \in \R^n$. The solution u of a special differential equation satisfies certain initial and boundary conditions. Let f be several internal parameters of a system inaccessible to measurement, for instance, the right-hand side of a differential equation
or several coefficients of this equation. Then u can be represented in the form $Af = u$. The determination of u by A and f is called a {\sl direct problem}, while the determination of f by u an {\sl inverse
problem}. Most mathematical problems in applications are inverse problems [1], [2]. Often A is a one-to-one compact operator on the space $L^2(\bar{\Omega})$ or the space $C(\bar{\Omega})$ (or other infinite dimensional spaces), where $\bar{\Omega}$ is the closure of Ω, then the inverse operator A^{-1} is dicontinuous [1], [9]. The norm on $C(\bar{\Omega})$ is defined by
\[\|f\|_C = \mbox{max}\{|f(x)|, \, x \in \bar{\Omega}\} \]
and the norm on $L^2(\bar{\Omega})$ by
\[\|f\|_{L^2} = \big(\int\limits_{\bar{\Omega}}|f(x)|^2\,dx\big)^{1/2}. \]
The dicontinuity of A^{-1} follows from the following fact: if A is a compact operator and A^{-1} be continuous, then the operator
$AA^{-1} = I, \; I$ identity, of
\[A^{-1}Af = If = f = A^{-1}u \]
is a compact operator, which is a contradiction on infinite dimensional spaces. This is a very bad situation in applications, from which many mistakes follow in natural sciences, engineering and medicine
[1], [3], [4], [5], [11], [12].

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} On $C^1(\bar{\Omega})$, the space of all on $\bar{\Omega}$ continuously
differentiable functions, the norm ist defined by
\[\|f\|_{C^1} = \|f\|_C = \big\|\frac{\partial f}{\partial x_1}\big\|_C + \cdots + \big\|\frac{\partial f}{\partial x_n}\big\|_C. \]
This norm is finer than the norm on $C(\bar{\Omega})$, i.e., the inequality
\[\|f\|_C \le \|f\|_{C^1} \]
holds. A sequence of functions $f_k \in C^1(\bar{\Omega})$ converging in the norm of $C^1(\bar{\Omega})$ also converges in the norm of $C(\bar{\Omega})$. But a sequence of functions $f_k \in C^1(\bar{\Omega})$, which converges in the norm of $C(\bar{\Omega})$, does not converge relative to the norm of $C^1(\bar{\Omega})$. The counterexample is
\[u_k(x) = \frac{1}{\sqrt k}\,\mbox{sin}\,kx, \ x \in [0,2\pi] \subset \R. \]
We get $\|u_k\|_C \rightarrow 0$, while $\|u_k\|_{C^1} \rightarrow \infty$. The mapping $u \rightarrow u^{\prime}$ is discontinuous relative to the norm
$\|u\|_C$. Therefore additional conditions are necessary, for instance, $|u^{(2)}(x)| \le M$ [8]. If the inverse A^{-1} of $Af = g$ is multi-valued
or discontinuous, the problem is called {\sl ill-posed} [1], [9]. Especially for such an ill-posed problem {\sl ghosts} exist relative to the discretized operator [3], [4], [10]. The existence of ghosts can easily be shown. Let
\begin{equation} Af(x) = \int\limits_a^b K(x,y)f(y)\,dy \end{equation}
be an operator on the real line represented by an integral. The value $Af(x)$ can be measured only at finitely many points x_l. The discretized operator A_k has the form
\begin{equation} A_kf(x_l) = \sum_{j=1}^kc_j(x_l)f(x_j). \end{equation}
If one adds a function φ vanishing at the points x_j, then
\begin{equation} A_k(f + \varphi)(x_l) = A_kf(x_l) = g(x_l). \end{equation}
Infinitely many functions $\psi = f + \varphi$ are solutions of (3), a very bad situation in applications, especially in medical diagnostics
[4], [12]. Therefore one needs additional information coming from the system considered.

```
\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} In the case of a discontinuous operator $A^{-1}$ one has to
replace $A$ by a family
of operators $B_{\alpha}$ for which the inverses $B_{\alpha}^{-1}$
are continuous [6], [8], [9]. Then one has to consider the limit of
$f_{\alpha} = B_{\alpha}^{-1}u$ for $\alpha \rightarrow 0$ and to
determine a solution $f$ which is of interest in applications. This
method is called {\sl regularization}, well known for linear equations.
Using some special equations we shall explain this procedure. A theory
of regularization can be found in [7], [8], [9], [11]. In applications
one can measure only $u$ and not its derivative $u´$.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} One possibilty to regularize an equation of the first kind
$Af = u$
is to replace the equation by an equation of the second kind
$Af + \alpha f = u$, $A$ a compact operator. A large part of analysis
deals with equations of the second kind, for which a rich theory
exists [1], [9]. Additional remark: Following A. G. Yagola (1999) there
exist ill-posed problems for which a regularization is not possible.

\Section{Some special examples of ill-posed problems}

In order to get a first feeling for regularization methods one needs
simple examples. In the case of a matrix $A: \R^n \rightarrow \R^n$, where
det$\,A \approx 0$, one considers
\begin{equation} B_{\alpha}x_{\alpha} = (A + \alpha I)x_{\alpha} = y.
\end{equation}
Its solution is given by $x_{\alpha} = (A + \alpha I)^{-1}y$.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} The simplest differential equation on the real line is
\begin{equation} u^{\prime} = f, \;u(a) = 0, \; f \;\mbox{continuous}, \;
f(x) = 0 \;\mbox{for}\;x \le a. \end{equation}
Its solution is
\begin{equation} u(x) = \int\limits_a^xf(y)\,dy = \int \Theta (x -
y)f(y)\,dy = Af(x), \end{equation}
where $\Theta (z) = 1$ for $z > 0$, $\Theta (z) = 0$ for $z \le 0$. From
(5), (6) it follows that
\begin{equation} f = A^{-1}u = u^{\prime}. \end{equation}
It is well known that $A^{-1}u = u^{\prime}$ is discontinuous on the space
$C(\bar{\Omega})$ or $L^2(\bar{\Omega})$ [1], p. 28, [9], but relative
to the norm $\|u\|_{C^1}$ the relation
\begin{equation} \|f\|_C = \|A^{-1}u\|_C = \|u^{\prime}\|_C \le \|u\|_C +
\|u^{\prime}\|_C = \|u\|_{C^1} \end{equation}
holds. The conditions on a sequence converging relative to the norm
$\|\cdot \|_{C^1}$ are stronger than relative to the norm $\|\cdot\|_C$.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} Let
\begin{equation} B_{\alpha}f_{\alpha} = Af_{\alpha} + \alpha f_{\alpha} =
(A + \alpha I)f_{\alpha} = u. \end{equation}
Differentiating (9) we get $f_{\alpha} + \alpha f^{\prime}_{\alpha} =
u^{\prime}$. Its solution is
\begin{equation} f_{\alpha} = c_0\,\mbox{exp}\big(-\frac{x}{\alpha}\big)
+ \int\limits_a^x\frac{u´(y)}{\alpha}\,\mbox{exp}\,\big(-\frac{x -
y}{\alpha}\big)\,dy, \end{equation}
which tends to $u^{\prime} (x)$ for $x > 0$ and $\alpha \rightarrow 0$. If
$c_0 = 0$
the right-hand side of (10) is equal to
\begin{equation} \frac {u(y)}{\alpha}\,\mbox{exp}\,\big(-\frac{x -
y}{\alpha}\big)\Big|_0^x
```

```
+ \int\limits_0^x\frac{u(y)}{\alpha^2}\,\mbox{exp}\big(-\frac{x -
y}{\alpha}\big)\,dy, \end{equation}
i.e., the solution of the regularized equation depends continuously on
the norm of $C(\bar{\Omega})$ and tends to $u^{\prime} (x)$ for $\alpha
\rightarrow 0$.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} This situation is similar to the solution of the differential
equation
\[ u^{(2)} = 0, \quad u(a) \;\mbox{and}\;u(b)\quad \mbox{given}. \]
Its solution is
\[ u(x) = \frac{u(b) - u(a)}{b - a}x \;+ \;\frac{bu(a) - au(b)}{b - a}. \]
For $b \rightarrow a$ we get
\[ u(x) = u^{\prime} (a)\,x \;+\;u(a) \;-\;u^{\prime} (a)a. \]
This is the solution of the initial value problem
\[ u^{(2)} = 0,\quad u(a)\;\mbox{and}\;u^{\prime} (a)\quad \mbox{given}. \]
Similar results hold for the differential equation of order $m$
\[ u^{(m)} = 0, \quad u(a_0),\;u(a_1), \;\cdots\;, u(a_m)\quad
\mbox{given}. \]
A further discontinuous function (mapping) $A:\,[0,1] \rightarrow \R$ is
definded by
\[ A(x) = \mbox{sin}\,\frac{1}{x}, \, x \not= 0, A(0) = 0. \]
This function is discontinuous for $x \rightarrow 0$. Different
$x_k \rightarrow 0$ give as limits the values of the closed interval
[-1,1]. This special fact is very important in applications. Sometimes
the set of all discontinuities is very large. Therefore it is necessary
to analyze the discontinuities of a mapping $A$. In order to get a
solution of the problem considered one needs additional information
coming from the process and the experiment. A further possibility is
to improve the mathematical model.

\vspace{0.9ex}
\hspace*{9mm} The following function (mapping) $A$ is the so-called {\sl
Lebesgue spine}
[1], p. 70. It is defined as the Newtonian potential $G_L\mu_{\rho}$ on
$\R^3$, where the
density has the form $\rho (y) = y_1$, i.e.,
\[ G_L\mu_{\rho}(x) = \int_0^1G_L(x,y)\rho (y_1)\,dy_1. \]
The integral has the value
\[ G_L\mu_{\rho}(x) = \big((1 - x_1)^2 + x_2^2 + x_3^2\big)^{1/2} - (x_1^2
+ x_2^2 + x_3^2)^{1/2}
+ x_1\,\mbox{log}\big|1 - x_1 + \big((1 - x_1)^2 + x_2^2 +
x_3^2\big)^{1/2}\big| \]
\[ + x_1\,\mbox{log}\big|x_1 + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}\big| -
x_1\,\mbox{log}\,(x_2^2 + x_3^2). \]
This Newtonian potential is discontinuous at 0. The first four term tend to
1
if $(x_1,x_2,x_3) \rightarrow (0,0,0)$. If, however, this approach is along
a path
for wich $x_1 > 0$ and $r = \sqrt{x_2^2 + x_3^2} = \mbox{exp}(-c/2x_1), c >
0$, then
\[ G_L\mu_{\rho}(x) \rightarrow 1 + c. \]
\hspace*{9mm} In order to determine internal parameters of a system of
nature, especially of the
human body, one needs an effective input - ouput. The density $\rho$ is
determined
in computer tomography, the electrical conductivity $\gamma$ in impendance
tomography and the density of water (protons) in magnetic resonance
tomography.
In general these problems are ill-posed [3], [4], [5]. From these fact
ghosts
follow. Therefore additional information is very important in medical
diagnostics [12].
```

```
\Section{A Main problem in interpreting measuring data}

Our preceding considerations
have shown that a {\sl theory of measurement in complex systems} (which
unfortunately does not yet exist) would be of central importance: {\sl
What are the external system parameters to be measured in order to uniquely
and stably determine certain inner system parameters which are inaccessible
to direct observation}? Such investigations are in a certain sense global
results for the special system considered. In general special results
are not sufficient to characterize a complex system. From this last remark
many wrong diagnoses follow in medical diagnostics [4], [12].


\begin{References}
\item {\sc Anger, G.}: Inverse Problems in Differential Equations; Akademie
Verlag,
Berlin and Plenum Press, London - New York 1990.
\item {\sc Anger, G., Gorenflo, R., Jochmann, H., Moritz, H., Webers, W.}
(eds.):
Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and
Medicine; Akademie Verlag, Berlin 1993.
\item {\sc Anger, G.}: Does there exist a systems theory for technical
systems,
the systems of nature and the universe? In: {\sc Ben-Haim, Y., Natke, H.
G.}
(eds.): Uncertainty: Models and Measures; Akademie Verlag, Berlin 1997.
\item {\sc Anger, G.}: Zur Leistungsf\"ahigkeit der Theorie in den
Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria;
Mitteilungen der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik und
Mechanik {\bf 20} (1997), 19 - 36.
\item {\sc Anger, G.}: Basic principles of inverse problems in natural
sciences and medicine; Zeitschrift f"ur Angewandte Mathematik und Mechanik
{\bf 78} (1998), S189 - S192.
\item {\sc Bruckner, G., Handrock-Meyer, S., Langmach, H.}: On the
identification of soil transmissivity from measurements of the ground
level; Weierstra{\ss}-Institut f\"ur Angewandte Analysis und Stochastik,
D- 10117 Berlin, Preprint no. 250 (1996), to be published.
\item {\sc Hofmann, B.}: Regularization of nonlinear problems and the
degree
of ill-posedness; in [2], pp. 174 - 188.
\item {\sc Ivanov, V. K., Vasin, V. V., Tanana, V. P.}: Linear ill-posed
problems and their applications; Nauka, Moscow 1979 (in Russian).
\item {\sc Lavrent'ev, M. M., Savel'ev, Ya. L.}: Linear Operators and
Ill-Posed Problems; Consultant Bureau (Plenum Publishung), New York 1995.
\item {\sc Louis, A.}: Ghosts in tomography - the null space of the Radon
transform; Math. Meth. Appli. Sci. {\bf 3} (1981), 1 - 10.
\item {\sc Tikhonov, A. N., Goncharsky, A. V., Stepanov, V. V., Yagola, A.
G.}:
Nonlinear Ill-Posed Problems; Kluver Academic Publishers, Dordrecht 1995.
\item {\sc Ulrich, G.}: Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des
Biologiebegriffes; Schatauer Verlag, Stuttgart 1997.

\end{References}

\begin{Address}

{\sc Prof. Dr. Gottfried Anger}, Rathausstr. 13, Wg. 11/09, D-10178 Berlin
\end{Address}
\end{document}
```

14.

Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik

Gottfried Anger

Arzt und Krankenhaus **12/97**, 354 - 357

1. Allgemeine Bemerkungen

Die Vorgehensweise eines Arztes wird zum großen Teil durch praktische Erfahrungen unter Hinzuziehung von Meßwerten bestimmt. Solche Meßwerte sind physikalische Informationen vom lebenden System *menschlicher Körper.* Hinzukommen durch das Gespräch mit dem Patienten Informationen psycho-sozialer Art. Naturwissenschaftliche Methoden werden bemerkenswerterweise erst seit 150 - 200 Jahren diagnostisch benutzt. Nicht erst heute zeigen sich die Grenzen der Kartesischen Methode [2], [5], [6], [9], [10], [28], [35]. Nach R. Descartes (1596 - 1650) zerlegt man einen komplexen Sachverhalt in einfachere und daher leicht lösbare Teilprobleme. Wenn das Ganze nicht mehr aus den Teilen abgeleitet werden kann, dann ist mit dieser Methode kein Fortschritt zu erzielen. Dies gilt insbesondere für biologische Systeme. In einem solchen System überlagern einander verschiedenartige physikalische und chemische Prozesse.

Solche Grenzen werden im übrigen auch deutlich in der Geophysik (Bestimmung des Erdinneren, Erdbebenvorhersage, Wettervorhersage) und der Astrophysik in großen Entfernungen [6]. In diesen Fällen ist der Wissenschaftler genau wie der Arzt auf die *Interpretation von Meßwerten* (bezüglich eines mathematischen Modells) angewiesen. Mathematische Untersuchungen bilden die Grundlage für die Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Meßwerten. Die verfügbaren Meßwerte sind in den genannten Disziplinen im allgemeinen so schwach (Projektionen der realen Welt), daß sichere Aussagen unmöglich sind [3], [5], [6]. Ein grundlegender Fehler besteht darin, die mathematischen Modelle unter der Annahme herzuleiten, daß die darin enthaltenen Materialparameter bekannt sind. In Biologie, Geophysik, Astro-physik usw. sind diese Parameter jedoch weitgehend unbekannt. Man arbeitet daher mit Hypothesen bezüglich dieser Parameter. Die so gewonnenen Lösungen sind, vom mathematischen Standpunkt aus, korrekt. Große Teile der Mathematik werden in dieser Weise aufgebaut. In den Anwendungen nimmt man aber die rein mathematischen Lösungen als Realität an - ein folgenschwerer Irrtum [21], [25]. Um rein mathematische Lösungen nur annähernd als **real world solutions** ausgeben zu können, würde man sehr viel mehr Informationen benötigen, als gemeinhin verfügbar sind.

In den konstruktiven Ingenieurwissenschaften werden vermittels bekannter physikalischer Prozesse Teilsysteme zu leistungsfähigen Maschinen bzw. Instrumenten zusammengesetzt. Mikroelektronik und Raumfahrt sind hervorragende Beispiele dafür. Der große Erfolg der Mikroelektronik beruht vor allem darauf, daß die einzelnen Prozesse physikalisch getrennt werden können. Sendet man zum Beispiel alle 30 Zentimeter ein Signal, so ergeben 10^9 (= 1 Milliarde) Signale pro Sekunde gerade die Lichtgeschwin-digkeit 300.000 km/s. Technische Systeme der Ingenieurwissenschaften besitzen eine hierarchische Struktur. In solchen Systemen lassen sich daher Fehlerquellen leicht feststellen. In den Ingenieurwis-senschaften erweisen sich die Kartesischen Vorstellungen als sinnvoll. Leider ist die ingenieurwissen-schaftliche Denkweise für die heutige medizinische Diagnostik allzu bestimmend geworden [13], [27]], [33], woraus wegen der Komplexität des menschlichen Körpers und der Schwäche der Meßwerte ver-meidbare Fehldiagnosen folgen. Ingenieurwissenschaftlich kann die Medizin nur dort sein, wo auf der Grundlage umkehrbar eindeutigen Wissens (d.h. einer Information entspricht genau **ein** Sachverhalt bzw. **eine** Handlungsweise) gehandelt wird, etwa in der Chirurgie [26]. Die Chirurgie hat unter Verwendung naturwissenschaftlicher Methoden sensationelle Erfolge zu verzeichnen. In der Humanmedizin ist wegen der Komplexität des menschlichen Körpers die ärztliche Kunst (ars medica) weiterhin von großer Be-deutung.

Biologische Systeme (Pflanzen, Tiere, Menschen) unterscheiden sich von den technischen Systemen der Ingenieurwissenschaften durch ihre permanente dynamische Interaktion mit ihrer Umgebung, und zwar sowohl im Physiologischen, Psychologischen wie auch im Soziologischen. Da wir hier es mit logisch inkommensurablen Beschreibungsebenen zu tun haben, kann es für biologische Systeme auch keine mathematische Systemtheorie geben. Teilfragen lassen sich mitunter mathematisch behandeln bzw. for-malisieren (Expertensysteme). Aus diesem Grund gilt in der Medizin grundsätzlich das Prinzip **praxis cum theoria**. Nur die Nutzung vielfältiger Informationen und der Rückgriff auf praktische Erfahrungen ergeben eine gewisse diagnostische Sicherheit. Im Prinzip gilt das natürlich auch im sprachlichen Alltag. Um die aktuelle Bedeutung der Worte, die ja, für sich genommen, mehrdeutig sind, zu erfassen, benötigen wir kontextuelle Informationen.

Um hinreichend sichere Aussagen über die biologisch-chemische Funktionsweise des menschlichen Körpers (ein komplexes System) machen zu können, etwa bei Lebensgewohnheiten oder Eßgewohn-heiten, muß man beispielsweise auch die Langzeiterfahrungen der verschiedenen Ethnien analysieren [31]. Solche Informationen lassen sich nur zum geringsten Teil im Labor gewinnen. Unsere wichtigste Informationsquelle sind Beobachtungen der Natur. Das in sich bis ins Detail wohl abgestimmte und funktionierende Biosystem hat sich im Verlauf von vielen Millionen Jahren entwickelt. Die moderne Zivilisation ignoriert diesen Umstand. Die Konsequenzen sind die Zivilisationskrankheiten [11], [31].

Die Biosphäre ist ein sehr empfindliches physikalisch-biologisches System. Ein sensiblerer Umgang mit der Natur ist notwendig, um das Leben auf der Erde auch für die Zukunft zu gewährleisten. Von eben-solcher Bedeutung ist unser kulturelles Erbe und seine Pflege. Die vor Jahrtausenden geschaffenen Religionen haben, dem damaligen Stand der Wissenschaft entsprechend, versucht, das Verhältnis Mensch-Schöpfung zu beleuchten bzw. zu interpretieren. *Solche Interpretationen beschreiben allerdings als Projektionen der realen Welt immer nur Teile unseres Lebens*. Bei Beachtung der Grundgesetze der Natur (praktische Erfahrungen) können die Menschen durchaus in verschiedenen gedanklichen Vorstel-lungen leben; das zeigt die Entwicklung der verschiedenen Kulturen [6].

Bereits vor ca. 2400 Jahren haben Hippokrates und seine Schüler, basierend auf den Erfahrungen ägyptischer, babylonischer und indischer Medizin [17], [31] gelehrt, *daß es nur dann möglich ist, die ‚Geschichte' der einzelnen Krankheiten präzise herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome aufmerksam beobachtet und mit größter Genauigkeit registriert: die Krankheit an sich sei unerreichbar.*

Da für die komplexen Systeme der Natur - speziell alle biologischen Systeme - keine mathematische Systemtheorie möglich ist [5], [6], bleibt die Aussage von Hippokrates auch heute noch gültig [14], [18]. Da wir in einer durch die Ingenieurwissenschaften geprägten Welt leben, wurde dies weitgehend vergessen. Eine Ausnahme hiervon stellen die ‚Volksmedizinen', wie etwa die traditionelle chinesische, dar. Anstelle rationaler Systemtheorie herrscht dort ein ‚ganzheitliches' magisch-mystisches Denken [34], S. 40.

Um das Innere des menschlichen Körpers charakterisieren zu können, braucht man eine leistungsfähige Meßtechnik und Meßtheorie. Diese Bedingungen sind bei der Computertomographie (Bestimmung der Massendichte), der Impedanz-Tomographie (Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit) und der Kern-spinresonanztomographie (nuclear magnetic resonance tomography, Bestimmung der Dichte der Wasser-stoffatome) [6], [37], [38], [7], [1], [22], [36], weitgehend erfüllt. Allerdings können bei diesen Verfahren Geisterbilder (no real world solutions) auftreten als Folge eines stets vorhandenen Informationsmangels, d.h. wir verfügen stets nur über eine begrenzte Zahl von Meßwerten, wobei eine sichere Aussage doch unendlich viele Meßwerte erfordern würde. In der Medizin ist dies weitgehend unbekannt [8], [20], [30], [36]. Geisterbilder (Phantombilder, Artefakte) können zu Fehldiagnosen führen, wenn der Arzt jedes Bild auf dem Monitor als ‚real world solution' ansieht. Dieser Sachverhalt scheint auch dem Großteil der Mathematiker, Physiker und Naturwissenschaftler unbekannt zu sein, obwohl dazu reichhaltige Literatur existiert [8], [12], [20], [36].

Es ist an dieser Stelle angebracht, einige Zahlen zu nennen, die die Komplexität des menschlichen Kör-pers erahnen lassen. Ein Kubikzentimeter einer Flüssigkeit enthält ca. 10^{22} (= 1 Milliarde mal 1 Milliarde mal 10.000) Atome, unser Körper besteht aus ca. 10^{27} (= 1 Milliarde mal 1 Milliarde mal 1 Milliarde) Atomen. Der Körper enthält ca. 10^{13} (= 1 Milliarde mal 10.000) Zellen mit je ca. 10^{14} (= 1 Milliarde mal 100.000) Atomen. Im Vergleich dazu: ein Mensch lebt ca. 2 Milliarden Sekunden. Es gibt

fast unendlich viele Wechselwirkungsbeziehungen zwischen den einzelnen Atomen des menschlichen Körpers. Selbst eine Zelle ist, vom mathematischen Standpunkt aus, nicht modellierbar. Außerdem sind die meisten Strukturbildungsprozesse bezüglich der Atome innerhalb der Zelle unbekannt und sicherlich auch meß-technisch nicht erfaßbar. Daher gilt für den menschlichen Körper und jedes biologische System das bereits ausgesprochene methodologische Postulat: **praxis cum theoria**.

2. Zu Fragen der messenden Physik

In der medizinischen Diagnostik möchte man aus Messungen, bei denen der Körper unversehrt bleibt (nichtinvasive Verfahren), auf den inneren Zustand des Körpers schließen. So erzeugen elektrische Ladungen f innerhalb eines Körpers ein physikalisches Feld g, welches auf der Oberfläche des Körpers gemessen werden kann. Diese Beziehung kann man formal in der Form

$$Af = g \qquad (1)$$

schreiben, wobei A den physikalischen Prozeß bezeichnet. Die meisten Untersuchungen der theoretischen Physik beziehen sich auf die Bestimmung von g bei bekanntem A und f, unter dem Begriff *direkte Aufgabenstellung* bekannt. In der medizinischen Diagnostik sind aber die inneren Parameter f in Abhän-gigkeit von g von Interesse. In der Mathematik schreibt man diese Beziehung in der Form $f = A^{-1}g$, was als *inverse Aufgabenstellung* bezeichnet wird. Die meisten mathematischen Aufgabenstellungen in Physik, Naturwissenschaften und Medizin sind inverser Art [2], [23].

An einem sehr einfachen Beispiel aus dem täglichen Leben läßt sich die (begrenzte) Leistungsfähigkeit von Meßwerten erklären. Es bezeichne f die Massendichte eines Körpers, g den Meßwert (Gesamtmasse, Output) bezüglich des Gravitationsfeldes (Schwerefeld) der Erde. Es besteht die Möglichkeit, innerhalb des Körpers die Massen so umzuverteilen, daß sich die Gesamtmasse nicht ändert. Dieses kann man auf unendlich viele Weisen tun. Die Gesamtmasse g ist in der Medizin nur dann sinnvoll verwendbar, wenn man zusätzliche Eigenschaften des Körpers kennt.

Die elektrischen Ströme des Herzens bzw. Hirns lassen sich auf der Oberfläche des menschlichen Kör-pers sehr genau als Output messen. Mit dem EKG versucht man, auf die Funktion des Herzens bzw. mit dem EEG auf die Funktion des Hirns zu schließen. Diese Meßwerte sind wiederum nur Mittelwerte über die elektrischen Ladungen, die insgesamt wenig Aussagekraft für die entsprechenden inneren Parameter des menschlichen Körpers besitzen [2]. Es lassen sich, wie beim Schwerefeld der Erde, unendlich viele verschiedene Ladungsverteilungen f innerhalb des Körpers angeben, die dieselben Meßwerte g erzeu-gen. Bezeichnet f die wirkliche Lösung (real world solution) und h eine Lösung, die keine Wirkung auf der Oberfläche hervorbringt [2], so gilt ebenfalls

$$A(f + h) = g. \qquad (2)$$

Die Lösung $f + h$ des mathematischen Modells wird als *Geisterbild, Phantombild* oder *Artefakt* bezeichnet, und solche Geisterbilder treten in der messenden Physik, speziell bei Vorhandensein nur endlich vieler Meßwerte, relativ häufig auf [2], [5], [6]. Aus diesem Grund ist der Arzt stets auf zusätzliche Informatio-nen, die vom menschlichen Körper kommen müssen, angewiesen. Ist im Fall des EKG der Meßwert g charakteristisch für einen Herzinfarkt, so muß wegen (2) nicht notwendig ein Herzinfarkt letzte Ursache sein [33]. Dies gilt ebenso für die hirnelektrische Aktivität [32].

Weiterhin ist hinreichend bekannt, daß Patienten mit Herzschmerzen ein EKG aufweisen, aus welchem auf einen guten Gesundheitszustand geschlossen wird. Ein solcher Befund schließt jedoch nicht aus, daß der Patient kurz darauf einen Herzinfarkt erleiden wird. Zwischen 1867 (G. G. Stokes) und 1911 (G. Lauri-cella) haben zahlreiche Mathematiker bzw. Physiker darauf hingewiesen, daß die eindeutige Bestimmung der Massendichte bzw. Ladungsdichte f *innerhalb eines Körpers* aus Meßwerten auf der Oberfläche nicht möglich ist [2]. Es ist schwer verständlich, daß diese Fakten in der medizinischen Diagnostik genau wie in der messenden Physik [15], [21], [25], [26], [37] kaum beachtet worden sind.

In der Computertomographie versucht man, die Massendichte f des menschlichen Körpers mit Hilfe der Absorption von Röntgenstrahlen *in vivo* zu bestimmen, wobei zwischen Meßwert g und Dichte f die Beziehung $Af = g$ besteht [2], [3]. Die unbekannte Dichte $f = A^{-1}g$ ist genau dann eindeutig bestimmt, wenn die Absorption entlang aller Geraden L, die den Körper durchdringen, gemessen

werden kann. Röntgenstrahlen breiten sich geradlinig aus. Das mathematische Problem der Computertomographie wurde von J. Radon bereits 1917 gelöst [2], [6], [24], [38]. Der Operator A besitzt als Mittelwert über die atomaren Strukturen sehr gute mathematische Eigenschaften. Als Folge daraus hat der inverse Operator A^{-1} schlechte mathematische Eigenschaften, die sich in der unstetigen Abhängigkeit der Dichte f von den Meßwerten g ausdrückt - für die numerische Berechnung von f eine schlimme Situation. In den Anwen-dungen kann man aber nur endlich viele Meßwerte g gewinnen. Dabei können Absorptionen entlang 100.000 bis 1.000.000 Geraden L gemessen werden [24]. Aus dem Vorhandensein von nur endlich vielen Meßwerten folgt die Möglichkeit von Geisterbildern. Nur durch Zusatzinformationen bezüglich f läßt sich diese Möglichkeit reduzieren. Der Nachweis von Geisterbildern ist sehr einfach [20]. Die Dichte f ist an den Stellen y_1, y_2, ... , y_k mit Hilfe von Meßwerten auf der Körperoberfläche zu bestimmen. Addiert man zu f eine Funktion h mit $h(y_1) = 0$, $h(y_2) = 0$, ... ,$h(y_k) = 0$, so gilt $f(y_1) + h(y_1) = f(y_1)$ und entsprechend für die anderen Punkte. Somit ist die Dichte f nicht eindeutig bestimmt, woraus Geisterbilder folgen [6]. Im Fall des Ultraschalls und seismischer Wellen erfolgt die Ausbreitung der Wellen nicht geradlinig, was das mathematische Problem wesentlich erschwert [38].

Für die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung gilt $\lambda \approx 10^{-10}$ m. Nach Max Planck besteht zwischen Energie E der Photonen und der Frequenz ν die Beziehung

$$E = h\nu, \qquad (3)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist. Weiter gilt die Beziehung $\lambda\mu$ = 300.000 km/s. Bei sehr kleiner Wellenlänge λ ist die Frequenz ν und somit auch E sehr groß. Die Röntgenstrahlung ist hart und gefährlich für den menschlichen Körper. Aus diesem Grund greift man gern zu anderen bildgebenden Verfahren.

In der elektrischen Impedanz-Tomographie bestimmt man die elektrische Leitfähigkeit λ innerhalb des Körpers aus gleichzeitiger Messung der Spannung U und des Stromes I auf der Oberfläche des menschlichen Körpers. Von theoretischer Seite her ist dieses Verfahren weitgehend geklärt. Die Umsetzung dieses Verfahrens in die Praxis befindet sich jedoch noch in der Erprobung [7]. Der Zusammenhang zwischen λ und Meßwert g ($A\lambda = g$) ist streng nichtlinear, was die numerische Realisierung stark erschwert [6], [7].

Bei der Kernspinresonanztomographie (NMR-Tomographie, nuclear magnetic resonance tomography), die sich vor allem in den vergangenen 25 Jahren entwickelt hat, versucht man die Dichte f von Flüssig-keiten (Protonen) im menschlichen Körper *in vivo* mit Hilfe von Magnetfeldern zu bestimmen [1], [6], [8], [12], [15], [19], [22], [26], [30], [36]. Das in den menschlichen Körper geschickte Magnetfeld besitzt eine Frequenz, die den *Radiofrequenzen* $\nu \approx 100$.000.000 Hz entspricht. Für die dazugehörige Wellenlänge gilt $\lambda_K \approx 3$ m. Die Wellenlänge λ_R der Röntgenstrahlung ist ca. 10^{-10} mal kürzer, die Energie der Röntgen-strahlung gegenüber der NMR-Tomographie somit ca. 10^{10} mal größer. Daher ist vom Standpunkt poten-tieller gesundheitlicher Gefährdung die NMR-Tomographie wesentlich günstiger. Die Röntgentomographie eignet sich besonders gut zur Bestimmung der dichteren Teile des Körpers, die NMR-Tomographie zur Bestimmung der Dichte von Teilen des Körpers, die viel Wasser (Protonen) enthalten. Die Einzelheiten darüber sind den einschlägigen Publikationen zu entnehmen [1], [22], [36]. Vom mathematischen Standpunkt aus wird die NMR-Tomographie weit weniger gut verstanden als die Computertomographie. Aus diesem Grund ist mathematische Grundlagenforschung für die NMR-Tomographie geboten [6].

Bei der NMR-Tomographie werden gewisse Mittelwerte über die atomaren Strukturen gemessen. Wie bei der Bestimmung der Gesamtmasse eines Körpers mit Hilfe der Waage gibt es bei der NMR-Tomographie viele verschiedene innere Realisierungen f eines Körpers, die dieselben Meßwerte g erzeugen [8], [12], [36]. Nur wenn man den NMR-Tomographen richtig bedient und zusätzlich alle (nach Hippokrates) wichtigen Informationen vom menschlichen Körper sammelt und mit den Bildern auf den Monitoren vergleicht, wird der Nutzen stets den möglichen Schaden überwiegen.

Literaturverzeichnis

[1] F. T. Aichner und C. Kremser (1997), *Die dreidimensionale MR-Tomographie in den Neurowissenschaften.* Vortrag anläßlich der Tagung der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, Regensburg, 24. - 27. März 1997.
[2] G. Anger (1990), *Inverse problems in differential equation*. Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, London.
[3] G. Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang*. Publications of The Hochiminh City Mathematical Society, vol. 2, 24 - 32.
[4] G. Anger (1995), *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik unter besonderer Berücksich-tigung der Röntgendiagnostik*. Vortrag am 12. Juli 1995 im Rahmen der Feiern zum 100jährigen Jubiläum der Entdeckung der Röntgenstrahlung durch W. C. Röntgen, Fakultät für Mathematik und Informatik der Universität Würzburg (unveröffentlicht).
[5] G. Anger (1997), *Does there exist a systems theory for technical systems, the systems of nature and the universe?* In: H. G. Natke and Y. Ben-Haim (eds.): Uncertainty: models and measures, 109 - 123, Akademie Verlag, Berlin 1997.
[6] G. Anger (1997), Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin. Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik 20, Heft 1, 19 - 36.
[7] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.) (1993), *Inverse Problems: Principles and applications in geophysics, technology and medicine*. Akademie Verlag, Berlin.
[8] L. Arena, H. T. Morebouse, J. Safir (1995), MR imaging artifacts that stimulate disease: How to recognize and eliminate them. RadioGraphics 15, 1373 -1394.
[9] G. Baer (1993), *Spur eines Jahrhundertirrtums*. Spur-Verlag, Dresden.
[10] G. Baer (1993), *Logik eines Jahrhundertirrtums.* Spur-Verlag, Dresden.
[11] H. Bankhofer (1995), Gesundheits-Barometer, Edition Ferenczy bei Bruckmann, München.
[12} E. M. Bellon, E. M. Haackle, P. E. Coleman, D. C. Sacco, D. A. Steiger and R. E. Ganarosa (1986), *MR artifacts: A review*. AJR 147, 1271 - 1281, American Roentgen Ray Society.
[13] R. Bialas (1997), *Radikale Veränderung - Plädoyer für neue Wege der Aus- und Weiterbildung.* Deutsches Ärzteblatt 94, Heft 13, B-645 - B-646.
[14] H. Buchborn (1992), Mustererkennung in der klinischen Diagnostik. Nova Acta Leopoldina NF 76, Nr. 281, 317 - 330.
[15] R. R. Ernst, G. Bodenhausen and A. Wokaun (1991), *Principles of nuclear magnetic resonance in one and two dimensions* (2nd ed.). Clarendon Press, Oxford.
[16] H. v. Foerster (1985), *Sicht und Einsicht*. Vieweg & Sohn, Braunschweig.
[17] C. Ginzburg (1983), *Spurensicherungen*, Verlag Klaus Wagenbach (Übersetzung aus dem Italienischen).
[18] U. Heyll (1997), *Ganzheitlichkeit und Medizin*, Dtsch. Med. Wochenschr. 122, 558 - 561.
[19] W. S. Hinshaw and A. H. Lent (1983), *An introduction to NMR imaging: from Bloch equation to imaging equation*. Proc. IEEE 71, 338 - 350.
[20] A. Louis (1981), *Ghosts in tomography - the null space of the Radon transform.* Math. Meth. Appli. Sci. 3, 1 - 10.
[21] H. Lübbig (ed.) (1995), *The inverse problem*. Akademie Verlag, Berlin.
[22] H.-P. Meinzer (1997), *Medizinische Bildverarbeitung und ihre Schwachstellen*. Vortrag anläßlich der Tagung der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, Regensburg, 24. - 27. März 1997.
[23] H. Moritz (1995), *Science, mind and the universe: An introduction to natural philosophy*. Wichmann Verlag, Heidelberg.
[24] F. Natterer (1993), *Tomography with few data.* In: [7], S. 275 - 283.
[25] P. Nunez (1995), *Neurocortical dynamics and the human EEG rhythmus*. Oxford University Press, New York, Oxford.
[26] C. L. Partain, R. R. Price, J. A. Patton, M. V. Kulkani and A. James jr. (eds.) (1988), *Magnetic resonance imaging (2nd ed.), I. Clinical principles, II. Physical principles and instrumentation.* Hartcourt Brace Jovanovich, Inc., Philadelphia.
[27] R. Pichlmayr (1996), *Ingenieure der Gesundheit*. DIE ZEIT, no. 50, S. 34.
[28]W. Salzer (ed.) (1995), *Die Erfindung des Universums? Neue Überlegungen zur philosophischen Kosmologie. Insel Verlag*, Frankfurt a. M., Leipzig.

[29] R. Stein (1997), *Ein Gesunder ist nur nicht richtig durchuntersucht.* DER TAGESSPIEGEL, 27. Juli 1997, S. 28.
[30] M. Stöhr (1994), *Das UBO(unidentified bright object)-Syndrom: Eine iatrogene Schädigung durch Kernspin(NMR)-Tomographie*. Deutsches Ärzteblatt 91, Heft 46, B-2339 - B-2340.
[31] G. A. Ulmer (1997), *Heilende Öle*. Günter Albert Ulmer Verlag, Tuningen.
[32] G. Ulrich (1994), *Psychiatrische Elektroenzephalographie*. Fischer Verlag, Jena, Stuttgart und New York.
[33] G. Ulrich (1997), *Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffs*. Schattauer Verlag, Stuttgart, New York.
[34] P. U. Unschuld (1995), *HUICHUN - Chinesische Heilkunde in historischen Objekten und Bilder*n. Prestel Verlag, München
[35] K. Urban (1997), Die *Natur erkennen - die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik*. Forschung und Lehre, Heft 1 (1997), 24 - 27.
[36] M. T. Vlaardingerbroek and J. A. den Boer (1996), *Magnetic resonance imaging: Theory and practice.* Springer Verlag, Berlin, New York.
[37] S. Webb (1993), *From the watching of the shadows: The origin of radiological tomography*. Adam Hilger, Bristol.
[38] L. v. Wolfersdorf (1996), *Der Beitrag J. Radons für die Entwicklung der Integral-Geometrie und Computer-Tomographie*. In: H. Haase und E. Eichler (eds.), Wege und Fortschritte der Wissenschaft, S. 357 - 377. Akademie Verlag, Berlin.

15.

Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin

Gottfried Anger

Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20** (1997), 19 - 36

```
\documentstyle[11pt,german,a4] {article}
\textheight21.4cm
\textwidth15.4cm
\oddsidemargin0cm
\topmargin0cm
\begin{document}
\parindent0cm
\begin{center}{\LARGE{\bf Zur Leistungsf\"ahigkeit der Theorie in den
Naturwissenschaften,
der Technik und der Medizin - praxis cum theoria}}\end{center}

\vspace{0.3cm}
\begin{center}{\large Gottfried Anger\\Rathausstr. 13, Wg. 11/09\\D-10178
Berlin}\end{center}

\vspace{0.5cm}
\begin{center}{\sl Mitteilungen der Gesellschaft f\"ur Angewandte
Mathematik und Mechanik} 20(1997),19 - 36\end{center}


\vspace{1cm}
{\Large{\bf 1. Einf\"uhrende Betrachtungen}}

\vspace{0.1cm}
Der Mensch ist in der Lage, mit Hilfe seiner Sinnesorgane und der
nachgeschalteten
zen\-tral\-ner\-v\"o\-sen Strukturen Informationen zu generieren, zu ordnen
und bei Bedarf
abzurufen. Damit ist er (der Mensch) in der Lage, physikalische Prozesse,
z.B.
elektromagnetische Wellen, akustische Wellen und chemische Substanzen, auf
eine ihm eigene Weise zu inter\-pre\-tie\-ren. Dasselbe gilt prinzipiell
auch f\"ur Tiere.
Die Komplexit\"at der Sinnesorgane und des Hirns l\"a{\ss}t sich niemals
durch Maschinen
oder Instrumente erreichen [17], [46]. Die nur 2 Millimeter dicke Hirnrinde
enth\"alt in jedem Kubikmillimeter ihrer Substanz 40.000 bis 60.000
Nervenzellen,
jede mit 10.000 bis 20.000 Verbindungen (Synapsen) zu anderen Nervenzellen,
was die astronomische Zahl von sechs Kilometer $^\prime$Kabel$^\prime$  pro
Kubikmilli\-me\-ter Hirnrinde ergibt
[33], [49].


\vspace{0.9ex}
Zur Erl\"auterung der Komplexit\"at des menschlichen K\"orpers
sei erg\"anzend auf folgendes hingewiesen:
```

```
Ein Kubik\-zen\-ti\-me\-ter einer Fl\"ussigkeit enth\"alt ca. $10^{22}$
Atome.
Unser K\"orper besteht aus ca. $10^{14}$ Zellen mit insgesamt ca. $10^{27}$
Atomen, und dabei ist der menschliche K\"orper ein voll funk\-tio\-nie\-
ren\-des System,
welches sich infolge des Auf- und Abbaus von Atomen innerhalb der
Zellen andauernd ver\"andert. Auch sind die biorhythmischen Schwan\-kun\-
gen,
z.B. des physikalischen Leistungsbereichs der Augen, zu beachten. Die
Systeme der Bio\-lo\-gie unterscheiden sich damit grunds\"atzlich von den
von
Ingenieuren konstruierten Ma\-schi\-nen.

\vspace{0.9ex}
Der Computer ben\"otigt zur L\"osung von theoretischen Aufgaben aus
den Naturwissenschaften leistungsf\"ahige Algorithmen, d.h. Vorschriften
f\"ur die Berechnung eines Prozesses in endlich vielen Schritten.
Bei der Aufgabe der Erkennung von {\sl beliebigen geometrischen Objekten},
etwa
der Erkennung eines be\-stimm\-ten  Gesichts, st\"o{\ss}t der Computer
an seine Grenzen. Es stellt sich somit die Frage: {\bf Welche Fragen kann
ich
auf informationstheoretischer Basis beantworten, d.h. welche Aufgaben sind
\"uberhaupt l\"osbar}?

\vspace{0.9ex}
Will man Teilfunktionen der Sinnesorgane durch Instrumente ersetzen,
sind neben einem mathe\-ma\-ti\-schen Modell leistungsf\"ahige Me{\ss}werte
notwendig. Auf diese Weise lassen sich auch Aussagen treffen \"uber
physikalische Vorg\"ange, die sich der sinnlichen Wahrnehmung entziehen,
wie
zum Beispiel Strahlung au{\ss}erhalb des sichtbaren Lichtes oder
magnetische Felder.
H\"aufig wird in den Naturwis\-sen\-schaf\-ten und der Medizin versucht,
sehr
komplexe Vorg\"ange unter Verwendung von mathematischen Modellen zu
beschreiben.
Dabei landet man oft bei bisher ungel\"osten Problemen der mathematischen
Grundlagenforschung. Ob das Pro\-blem vom Prinzip her l\"osbar ist,
h\"angt,
wie bereits gesagt, von der Leistungsf\"ahigkeit des betreffenden Modells
sowie einer hinreichenden Anzahl leistungsf\"ahiger Me{\ss}werte ab.
Solche Un\-ter\-su\-chun\-gen ge\-h\"o\-ren zu den schwie\-rig\-sten
Aufgabenstellungen innerhalb der reinen Ma\-the\-ma\-tik [2], [15]. Gute
Kennt\-nis\-se
der nu\-me\-ri\-schen Mathematik sind meist nicht aus\-rei\-chend.

\vspace{0.9ex}
Hippokrates und seine Sch\"uler (vor ca. 2400 Jahren) [19], S. 72,
behaupteten, es sei nur dann m\"oglich,
{\sl die $^\prime$Geschichte$^\prime$ der einzelnen Krankheiten pr\"azis
herauszuarbeiten, wenn man alle Symptome
aufmerksam beobachtet und mit gr\"o{\ss}ter Genauigkeit registriert: die
Krankheit an sich sei unerreichbar}.
Die Beobachtung eines speziellen (komplexen) Systems der Natur erfordert
eine systemtheoretische
Betrachtungsweise. Voraussetzung daf\"ur sind empirische Befunde bzw.
praktische Erfahrungen
am konkreten realen System. Dieses wird leider allzuoft \"uber\-se\-hen.
Erfahrene \"Arzte
sind allein auf Grund ihrer Erfahrung und unter Einbeziehung nur weniger
Hilfsmittel in der Lage, bei einem hohen Prozentsatz ihrer Patienten
```

eine richtige Diagnose zu stellen [11], [13]. Die Biosph\"are, in der wir leben, ist ein superkomplexes System,
welches mathematisch nicht vollst\"andig modelliert werden kann. Ursache hierf\"ur ist
eine v\"ollig unzureichende Me{\ss}wertquantit\"at, ein Mangel, der sich prinzipiell niemals beheben l\"a{\ss}t [2], [5], [6]. Daher ist der Naturwissenschaftler
im allgemeinen und der Arzt im besonderen auf praktische Erfahrungen angewiesen.
Aus wiederkehrenden Erfahrungen lassen sich f\"ur die Praxis n\"utzliche Regeln ableiten.
Gleichwohl gilt der grundlegende Satz:
{\bf Alle wichtigen Entscheidungen m\"ussen auf der Grund\-la\-ge unvollst\"andiger In\-for\-ma\-tio\-nen
getroffen werden}.

\vspace{0.9ex}
Unbestritten haben die Naturwissenschaftler im Labor viele hochinteressante,
ja sensationelle Ergebnisse erzielt. So wurden in der Chemie bis 1992 ca. 8 Millionen chemische Ver\-bin\-dun\-gen analysiert, von denen ca. 65.000 industriell genutzt werden [39], 644 - 645. J\"ahrlich kommen ca. 400.000 neue Verbindungen hinzu. Das Experiment spiegelt allerdings die Realit\"at der Natur
nur unter den gew\"ahlten Beschr\"ankungen wider.
Die Schwie\-rig\-kei\-ten treten erst dann auf, wenn die experimentellen Befunde verallgemeinernd interpretiert werden. Voranstehenden S\"atzen kann man entnehmen,
da{\ss} die meisten Untersuchungen der Chemie nicht notwendig komplexe Systeme vollst\"andig charakterisieren.
Auch die Ma\-the\-ma\-tik ist als Wissenschaft vom Prinzip her unangreifbar.
Dennoch gibt es bei der Modellierung der Wirklichkeit
oft gravierende Pro\-ble\-me, die leider meist nicht
erkannt oder verdr\"angt werden. Die Unsicherheiten
liegen im Bereich des Messens und der Me{\ss}werte. Dies trifft nicht zuletzt
f\"ur die medizinische Diagnostik zu. Auch von daher ist es dringend geboten,
die Leistungsf\"ahigkeit der messenden Physik f\"ur die realen Systeme der Natur auszuloten. F\"ur komplexe Systeme, d.h. insbesondere die als $^\prime$lebend$^\prime$ bezeichneten, w\"are eine Theorie des Messens erst noch zu entwickeln [2].
Grunds\"atzlich l\"a{\ss}t sich dazu
feststellen, da{\ss} sich lebende Systeme auf der Grundlage
rein physikalischer Theorien, weder der klassischen noch der transklassischen,
angemessen beschreiben und verstehen lassen. Hierzu ben\"otigt man eine $^\prime$biologische Theorie$^\prime$. Marksteine auf dem Weg zu einer Konzeption,
die der biologischen Komplexit\"at gerecht wird, sind Begriffe wie Selbst\-or\-ga\-ni\-sa\-tion,
Selbstreferentia\-li\-t\"at, Sy\-ner\-ge\-tik [17], [28], [44], [45], [46].
Die Mathematik verf\"ugt
heute \"uber Mittel, gewisse naturgegebene Unsicherheiten zu bestimmen.
In [2] - [7], [10] findet man eine Beantwortung dieser offenen Fragen.
Damit l\"a{\ss}t sich weitgehend das Verh\"altnis Theorie - Praxis
neu ordnen, eine zentrale Aufgabe der Zukunft. Die in Geophysik [6], Astrophysik
und Medizin [33] vorgestellten mathematischen Modelle beruhen zum gro{\ss}en Teil
auf Hypothesen (be\-z\"ug\-lich der un\-be\-kann\-ten physikalischen Parameter und Me{\ss}werte).

Diese Parameter sind meist nicht zu gewinnen. Solche
Un\-ter\-su\-chun\-gen bleiben oft reine
Strukturuntersuchungen f\"ur sp\"atere Ex\-pe\-ri\-men\-te. Dagegen
l\"a{\ss}t
sich die Mathematik mit Hilfe von Hypothesen (Voraussetzungen), z.B. eine
Funktion ist stetig oder quadratisch integrierbar, logisch ein\-wand\-frei
aufbauen. Das ist ein {\bf gravierender Unterschied} zu theoretischen
Un\-ter\-su\-chun\-gen be\-z\"ug\-lich der realen Systeme der Natur, wozu
wesentlich mehr
Informationen vorliegen m\"ussen.

\vspace{0.9ex}
In der Physik hat man bisher vier grundlegende Wechselwirkungskr\"afte
herausgearbeitet [28], [34].
Dies sind die Gravitation (Massen), Elektrody\-na\-mik (elektrische
Ladungen), starke
Wechselwirkungskraft innerhalb des Atoms (Protonen, Neuronen, Mesonen) und
die schwache Wechselwirkungskraft
(Elementarteilchen). Letztere Kraft folgt aus den ersten drei Wech\-sel\-
wirkungskr\"aften.
Auf der Erdoberfl\"ache spielen die Gravitation und die Elektrody\-na\-mik
die zentrale Rolle [34].
Es ist durchaus m\"oglich, da{\ss} es im Universum und auf der Erd\-ober\-
fl\"a\-che weitere, bisher
unbekannte Wechselwirkungskr\"afte, vor allem bei biologischen Prozes\-sen,
gibt.
K. Urban [46] schreibt \"uber die Entwicklung der Physik unter anderem
folgendes: {\sl Die Physik der Neuzeit beginnt im sechzehnten und
siebzehnten
Jahrhundert mit der \"Uberwindung des aristotelischen Weltbildes durch
Kopernikus, Kepler, Galilei und Newton. $\ldots$ Die Descartessche Methode
(Ren\'{e} Descartes, 1596 - 1650),
komplexe Sachverhalte in einfache und daher leichter l\"osbare
Teilprobleme
zu zerlegen, st\"o{\ss}t jetzt an ihre Grenzen. Wenn das Ganze nicht mehr
aus den Teilen abgeleitet werden kann, dann ist mit dieser Methode kein
Fortschritt zu erzielen. Galileis Vorgehensweise beruht auf Experimenten
an vereinfachten, idealisierten Systemen, die einer mathematischen
Beschreibung
zug\"anglich sind. Diese Methode findet dort ihre Grenzen, wo die
identische
Wiederholbarkeit nicht mehr gegeben ist und die zu untersuchenden
Ph"anomene
beim Versuch, sie in das Prokustesbett zu zw\"angen, zu Tode kommen.
Somit bleiben die wesentlichen Aspekte des Lebens, des Denkens und des
Verhal\-tens
im Grunde der Physik verschlossen. Es bedarf eigener Denkstrukturen und
Werkzeuge,
um diesen Teil der Welt zu verstehen, soweit dies \"uberhaupt jemals
m\"oglich sein wird}\footnote{Die Bemerkungen von K. Urban wurden im April
1997 diesem
Artikel hinzugef\"ugt.}.

\vspace{0.9ex}
Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, da{\ss} die medizinische
Diagnostik
nicht unter ingenieurwissenschaftlichen Gesichtspunkten zu betreiben ist.
Ingenieurwissenschaftlich kann die Medizin nur dort sein, wo auf der
Grundlage
umkehrbar eindeutigen Wissens gehandelt wird, etwa in der Chirurgie [36].

\vspace{0.9ex}
Die Sinnesorgane des Menschen k\"onnen nur Projektionen der realen Welt

erkennen, niemals diese selbst. Auf diesen Sachverhalt hat Platon in seinem
Hauptwerk {\sl Der Staat} ([37], Sie\-ben\-tes Buch) bereits vor ca. 2400 Jahren hingewiesen.
Auch die Beschreibung der Natur mit Hilfe von physikalischen Gesetzen (mathematischen Modellen)
ist stets nur eine Projektion der realen Welt. Oft gelingt nur mit Hilfe von praktischen Erfahrungen
der Schlu{\ss} vom speziellen Me{\ss}wert auf das reale System [2], [6].
F\"ur alle Systeme der offenen Natur (au{\ss}erhalb des Labors) ist das
Prinzip {\bf praxis cum theoria} unbedingt zu beachten. Das ist auch schon deshalb wichtig, da wir vermutlich noch nicht alle
naturwissenschaftlichen Fakten kennen\footnote{Dem Universalgelehrten Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) verdanken wir das Postulat {\sl theoria cum praxi}. Der Autor geht wegen der prinzipiellen Schwierigkeiten, denen sich die interpretierenden Wissenschaften gegen"uberstehen - vom Primat der Praxis aus: {\sl praxis cum theoria}.}.

\vspace{0.9ex}
In den modernen Naturwissenschaften wird das systemtheoretische
Denken im eigentlichen Sinn, das weniger auf die Teile als vielmehr
auf deren Zusammenwirken zu einem hochin\-te\-grier\-ten
Ganzen gerichtet ist, gering gesch\"atzt.
Jeder studiert nur noch ein kleines Teil\-pro\-blem, welches vom
wis\-sen\-schaft\-lichen Stand\-punkt aus durchaus interessant sein mag.
Her\-vor\-ra\-gen\-de Teil\-er\-geb\-nis\-se (nichtmathematische) finden \"offentliche
Auszeichnungen, ohne da{\ss} deren Stellung in einem umfassenderen
Bedeutungszusammenhang gekl\"art w\"are. Den Studenten werden,
abgesehen von den In\-ge\-nieur\-wis\-sen\-schaf\-ten,
oft Teil\-er\-geb\-nis\-se zu\-sam\-men\-hang\-los angeboten.
Die Frage nach dem Sinn bzw. der Bedeutung erscheint unzeitgem\"a{\ss}
und wird daher unter\-dr\"uckt [11], [15]. Dies gilt vor allem f\"ur die Ergebnisse der
inter\-pre\-tie\-ren\-den Wissenschaften [2] - [7]. Und die Spezialisierung
wird immer weiter vorangetrieben, ungeachtet der Frage nach dem Nutzen.

\vspace{0.9ex}
Me{\ss}werte kann man als {\sl Output} (Mittelwert) eines Systems \"uber
die atomaren Strukturen kennzeichnen. Damit lassen sich Abweichungen vom
$^\prime$Normalzustand$^\prime$
cha\-rak\-teri\-sie\-ren. Dies trifft in der Medizin z.B. f\"ur das EKG und
das EEG zu [32], [44], [45]. Wenn ein bestimmtes qualitatives Muster
oder quantitatives Verhalten (Me{\ss}wert) sich umkehrbar eindeutig einem
Zustand des Systems zuordnen l\"a{\ss}t, z.B. bei bestimmten Krankheiten des
Herzens bzw. Hirns, haben wir einen unproblematischen Idealzustand.
H\"aufig erzeugen aber
verschiedene innere Parameter eines Systems {\sl dieselben} Me{\ss}werte [2].
Dann wird unser Vertrauen in das $^\prime$ob\-jek\-ti\-ve$^\prime$ Messen zur Gefahr. Aus
diesen falschen Schlu{\ss}weisen folgen so manche Fehldiagnosen in der
Medizin [43], [44], aber auch Ungl\"ucksf\"alle mit technischem Ger\"at [10], [30].
{\sl Diese Gefahr wird dadurch noch gr\"o{\ss}er, da{\ss} sie weitgehend
unbekannt ist}. Dabei wei{\ss} man seit Newton (1687),
da{\ss} das Gravitationspotential (Potential elektrischer Ladungen) einer Kugel
$K(x^0,r)$ mit Mittelpunkt x^0 und Radius r bei konstanter Dichte und Gesamtmasse 1
au{\ss}erhalb $K(x^0,r)$ dasselbe Potential wie die im Punkt x^0 gelegene Einheitsmasse

δ_{x^0} erzeugt. Weiterhin erzeugt au{\ss}erhalb $K(x^0,r)$ eine auf der Kugel\-ober\-fl\"a\-che
$\partial K(x^0,r_1)$, $r_1 < r$, gelegene konstante Dichte der Gesamtmasse 1 dasselbe Potential. Eine genaue Analyse der Massenverteilungen bzw.
Ladungsverteilungen, die au{\ss}erhalb eines Gebietes dasselbe Potential erzeugen,
findet man in [2], S. 132. Vom Prinzip her ist die nicht eindeutige Bestimmbarkeit
der Massen\-ver\-tei\-lung (Ladungsverteilung) aus den Werten des Potentials auf der Oberfl\"ache
sp\"atestens seit G. Lauricella (1911) bekannt [2], S. 223.

\vspace{0.9ex}
Die Fakten bez\"uglich des Potentials einer Vollkugel lernt jeder Student der
Mathematik, der Physik und der In\-ge\-nieur\-wis\-sen\-schaf\-ten im 2. Studienjahr,
ohne da{\ss} aus diesen Ergebnissen Kon\-se\-quen\-zen eines kritischeren Umgangs mit der In\-ter\-pre\-ta\-tion
von Me{\ss}werten gezogen w\"urden. So l\"a{\ss}t sich weiterhin unter Benutzung einer Waage (Verwendung des Gravitations\-fel\-des)
lediglich die Gesamtmasse eines K\"orpers - nicht mehr! - bestimmen.
Zus\"atzliche Aus\-sa\-gen \"uber das System m\"ussen hinzugenommen werden,
will man weitere Erkenntnisse gewin\-nen. Vor 30 - 40 Jahren
war noch folgende Denkweise bei vielen Physikern und Medi\-zi\-nern verbreitet:
{\sl Die Natur existiert, also kann ich (mit einem mathematischen Modell und einer bestimmten Menge von Informationen) das System vollst\"andig charakterisieren}.
In einem komplexen System der offenen Natur ist diese Schlu{\ss}weise meist falsch.

\vspace{0.9ex}
Infolge der \"Uberbetonung der naturwissenschaftlichen Methoden in der Medizin
(Labor\-tech\-nik) verl\"a{\ss}t sich der Arzt heute mehr denn je auf Laborergebnisse.
Dabei \"ubersieht er allzuleicht wichtige Informationen
[11], [41], [45]. Es reicht nicht aus,
eine Krankheit allein auf Grund von mikrobiologischen Untersuchungen zu beschreiben [12].
Der Mensch ist in die Biosph\"are und die sozialen Strukturen eingebettet
[11], [45].
Auch wird von ihm die Leistungsf\"ahigkeit vieler
Me{\ss}instrumente weit \"uber\-sch\"atzt [5]. So konnte gezeigt werden,
da{\ss} bei bildgebenden Verfahren (Com\-pu\-ter\-tomographie und Kernspinreso\-nanz\-to\-mo\-graphie) {\bf Phantombilder} (Artefakte)
auf\-tre\-ten [1], [5], [8], [9], [25], [27], [41], [47], da nur endlich viele Messungen m\"oglich sind, und die inneren Parameter {\bf unstetig}
von den Me{\ss}werten abh\"angen [5].
Dies wird von den meisten Physikern [16], [26], [35], [46], [48] nicht zur Kenntnis genommen und ist somit den \"Arzten [13], [32], [35], [41], [48]
verborgen geblieben. Nach [23] liefern sogar Supercomputer mitunter falsche Ergebnisse. Ursache hierf\"ur
ist eine inad\"aquate Implementierung der Arithmetik.

\vspace{0.9ex}
Jede mathematische L\"osung auf dem Gebiet der
interpretierenden Wissenschaften mu{\ss} am realen System als richtig nachgewiesen werden [20]. In der Geophysik (Bodenmechanik) hat es
schon infolge der kritiklosen rein formalen Anwendungen der

```
ma\-the\-ma\-ti\-schen L\"o\-sun\-gen erhebliche \"okonomische Einbu{\ss}en
gegeben [5]. Die im voraus berechneten La\-ger\-st\"at\-ten stellten
sich als $^\prime$Phantombilder$^\prime$ heraus. Solche Fakten sind
besonders
wichtig f\"ur die Medizin, h\"angt doch von Fehldiagnosen oft das Schicksal
eines Menschen ab [41], [45], [47].

\vspace{0.9ex}
Ganz anders sieht es in den konstruktiven Ingenieurwissenschaften aus [2],
[10], [30].
Hier werden unter Verwendung von speziellen physikalischen Prozessen
Teilsysteme zu lei\-stungs\-f\"a\-hi\-gen Ma\-schi\-nen bzw. Instrumenten
zusammengesetzt.
Die Raumfahrt und Mikroelektronik sind her\-vor\-ra\-gen\-de Beispiele
daf\"ur.
Viele dieser Systeme haben eine hierarchische Struktur. Au{\ss}erdem
kennt man durch Langzeitversuche die Eigenschaften der verwendeten
Materialien bzw. der konstruierten Systeme. Weiterhin gibt es bei geo\-me\-
tri\-schen
Abmessungen gewisse Freiheitsgrade. Auch der Proze{\ss} der Alterung der
verwendeten Materialien
in der Biosph\"are  ist weitgehend bekannt.
Dies gilt allerdings nicht generell. So sind im Flugzeugbau aufwen\-di\-ge
Dau\-er\-belastungen zum Erkennen von Fehlerquellen notwendig. Da man die
logische Struktur vieler Ger\"ate kennt,
lassen sich bei ihnen Feh\-ler\-quel\-len leicht feststellen. Der gro{\ss}e
Er\-folg
der Mikroelektronik ist zum Teil darin zu sehen, da{\ss} die einzelnen
Prozesse physi\-ka\-lisch getrennt werden k\"onnen. Sendet man alle 30
Zentimeter ein Signal,
so ergeben $10^9$ Signale pro Sekunde gerade die Lichtgeschwin\-dig\-keit
300.000 $km/s$.

\vspace{0.9ex}
Weiterhin hat die Mechanik von Punktmassen, wie die Bewegung von Planeten
bzw.
k\"unst\-li\-chen Raumk\"orpern, gro{\ss}e Erfolge zu verzeichnen. Zur
Berechnung der Bahn einer Punkt\-mas\-se werden die drei Raumkoordinaten,
die
Gesamtmasse und die Zeit usw. ben\"otigt.

\vspace{0.9ex}
Im Gegensatz dazu haben biologische Systeme infolge ihrer Komplexit\"at
eine andere Struk\-tur. Bei Pflanzen und Tieren erfolgt infolge des
Stoffwechsels laufend ein Auf- und Abbau von organischen Substanzen.
In der Biosph\"are werden durch Pflanzen und Tiere gro{\ss}e Mengen
organischer Materie um\-ge\-schich\-tet.
Auf Grund relativen Informtionsmangels lassen sich dar\"uber, mathematisch
betrachtet, nur unsichere Aussagen machen.
Biologische Systeme (Pflanzen, Tiere, Menschen) reagieren
h\"aufig sehr sensibel auf Ver\"anderungen der Um\-welt. Damit werden sie
zu Indikatoren f\"ur St\"orungen der Umwelt (Bioindikatoren).
Solche Ver\"anderungen sind mit Hilfe von Me{\ss}ger\"aten oft nicht
nachweisbar. Me{\ss}ger\"ate bestimmen immer nur einige Parameter
(in gewissen gro{\ss}en Konzentra\-tio\-nen) und sind f\"ur andere
unempfindlich.
Die realen (biologischen) Systeme der Natur sind komplexe Sy\-steme, die
auf geringe
stoffliche und physikalische Ver\"anderungen reagieren. Sie spiegeln die
Realit\"at
unseres Lebens wider.

\vspace{0.9ex}
```

Um ein physikalisches Feld
vollst\"andig charakterisieren zu k\"onnen, mu{\ss} {\sl das Feld in jedem Punkt
der Materie} bekannt sein [2], [5], was in der Realit\"at nicht zu erreichen ist.
Der Schlu{\ss} von einem speziellen Teil des Feldes auf das Verhalten des Gesamtfeldes
ist daher, wenn \"uberhaupt, nur mit Hilfe praktischer Erfahrungen m\"oglich.
So kann man von einem durch die Computer\-to\-mo\-gra\-phie berechneten ebenen Schnitt durch den
menschlichen K\"orper kei\-nes\-wegs auf das Ge\-samt\-sy\-stem schlie{\ss}en. Auch hier gilt also:
praxis cum theoria.

\vspace{0.9ex}
Vom Universum k\"onnen wir nur spezielle Strahlung messen. Diese Messungen reichen nicht aus, um das
Universum vollst\"andig zu charakterisieren (Urknall, schwarze L\"ocher).
\"Ahnliches gilt f\"ur das Erdinnere, die Erdbebenvorhersage, die Wettervorhersage usw. [2], [5].
F\"ur gro{\ss}e Teile der Na\-tur\-be\-schrei\-bung mit Hilfe von Me{\ss}werten ist
die Aussage der Cantorschen Kontinuums\-hy\-po\-these [2] zutref\-fend:
{\sl we\-der beweisbar noch widerlegbar}. Aus diesem Grund ist der {\bf unbedachte}
Einsatz von Me{\ss}ger\"aten und Computern, der immer mehr zunimmt, h\"ochst bedauerlich. Eine systematische Analyse der L\"osbarkeit von wissenschaftlichen Fragen seitens der Ma\-the\-ma\-tik w\"urde -
da sich viele dieser Aufgaben als {\bf nicht l\"osbar} herausstellen werden - zu gro{\ss}en finanziellen
Einsparungen f\"uhren. Diese Gelder k\"onnten auf die l\"osbaren Aufgaben kon\-zen\-triert werden.

\vspace{0.9ex}
In Zukunft ist bei theoretischen Untersuchungen das Ex\-pe\-ri\-ment viel mehr
in die Be\-trach\-tun\-gen einzubeziehen. Viele Mathematiker und Physiker haben sich nach ihrem Studium
den Gleichungen der mathematischen Physik zugewandt. Da vor 30 - 40 Jahren das
Gebiet der inversen Probleme kaum aufgearbeitet war, studierten sie sp\"ater leichtere Fragen
der mathematischen Formalisierung oder der Informatik. Aus diesem Grund fehlen jetzt
die Wissenschaftler, die konkrete Aufgaben aus den Anwendungen l\"osen k\"onnen\footnote{In
einem pers\"onlichen Gespr\"ach im Oktober 1995 am Mathematischen Forschungsinstitut
Oberwolfach-Walke erfuhr der Autor von Prof. C. M\"uller (TH Aachen), da{\ss} dieser
in den Jahren 1943/44 an einem Marine-Forschungsinstitut in Berlin-Wannsee
an der Erkennung von Objekten im Wasser (inverse Probleme) unter Verwendung der
Maxwell-Gleichungen gearbeitet hat [29]. Nach dem Krieg war C. M\"uller
ein gefragter Spezialist in Gro{\ss}britannien und den USA. Zu dieser Zeit gab
praktisch keine Untersuchungen dazu in Ru{\ss}land. - Jetzt ist in Ru{\ss}land
das Gebiet der inversen Probleme vielen Wissenschaftlern vertraut.
Die Wissenschaftler in Ru{\ss}land wurden speziell durch die Raumfahrt
stark gefordert, was die Entwicklung der interpretierenden Wissenschaften

stark vorangebracht hat. Dabei haben die in einem Land entwickelten
Methoden der Grundlagenforschung wesentlichen Einflu{\ss} auf die L\"osung
inverser
Probleme. Der Autor hat nach dem Studium 18 Jahre lang Grundlagenforschung
auf den Gebieten moderne Potentialtheorie, partielle
Differentialgleichungen
und Funktionalanalysis (im Sinne der franz\"osischen Mathematiker)
betrieben
und ab 1970 diese Ergebnisse zum Studium inverser Probleme angewandt
(im Sinne der russischen Mathematiker). Der Physiker H.-J. Treder (Berlin,
Potsdam) machte den Autor auf Grund einer Publikation von M. M.
Lavrent$^{\prime}$ev (Novosibirsk) bereits 1967 auf die Bedeutung der
inversen Probleme aufmerksam.}.
Vor allem haben Mathematiker die Leistungsf\"ahigkeit der einzelnen
Me{\ss}verfahren
f\"ur die Anwender herauszuarbeiten.

\vspace{0.9ex}
Philosophie und Religionen haben stets das Verh\"altnis Mensch - Natur zu
interpretieren gesucht [4], [28]. Solche Interpretationen beschreiben als
Projektionen der realen Welt immer nur Teilbereiche unseres Lebens. Bei
Beachtung
der Grundgesetze der Natur (praktische Erfahrungen) kann die Menschheit
sehr wohl in v\"ollig unterschiedlichen Seinsweisen (Kul\-tu\-ren)
existieren.

\vspace{0.7cm}

{\Large{\bf 2. Grundprinzipien f\"ur inverse Probleme}}

\vspace{0.1cm}
Die mathematischen Modelle der Physik werden unter der Annahme hergeleitet,
da{\ss} die physikalischen Grundgesetze in jedem Punkt $x \in
\mbox{\boldmath$R^3$}$
und zu jeder Zeit gleichzeitig gelten. Nach Auffassung des Autors k\"onnen
sich jedoch
die physikalischen Grundparameter im Verlauf der vielen Milliarden Jahre
ge\"andert haben. Zum Beispiel erzeugen die Massen f bzw. elektrischen
Ladungen f im $\mbox{\boldmath$R^3$}$ ein physikalisches Feld
\begin{equation}Af = g.\end{equation}
Der Operator A wird durch den physikalischen Proze{\ss} bzw. das
mathematische Modell be\-stimmt.
Die Berechnung von Af bei bekanntem A und f hei{\ss}t {\sl direkte
Aufgabenstellung} [2], [6].
In vielen Anwendungen wie der Geophysik und der Medizin sind die inneren
Para\-me\-ter des
Systems unbekannt. So soll unter anderem aus Messungen auf der Ober\-
fl\"ache der Erde die
Massenverteilung innerhalb der Erde bestimmt werden. In der Medizin will
man
f\"ur diagnostische Zwecke aus Messungen von bioelektrischen Str\"omen
auf der Oberfl\"ache des menschlichen K\"orpers auf die Verteilung der
Ladungen bzw. gewisser
Parameter in\-ner\-halb des Herzens bzw. Hirns schlie{\ss}en.

\vspace{0.9ex}
Die Bestimmung der (unbekannten) inneren Parameter f, oft direkten
Messungen un\-zu\-g\"ang\-lich,
hei{\ss}t {\sl inverse Aufgabenstellung}, symbolisch geschrieben in der
Form $f = A^{-1}g$.
Die meisten mathematischen Aufgabenstellungen innerhalb der
Naturwissenschaften

```
f\"uhren auf inverse Probleme [2], [6], auch in den Ingenieurwissenschaften
[10], [30].

\vspace{0.9ex}
Jedes reale System der Natur (Festk\"orper, Fl\"ussigkeiten, Gase) besitzt
eine \"uber\-durch\-schnitt\-lich gro{\ss}e Anzahl von Atomen. Vom Prinzip
her geh\"oren
die mathematischen Probleme eines realen Systems der Natur zur diskreten
Mathematik.
Da die genaue Anzahl und die Lage der Atome unbekannt ist und Computer
kein beliebig gro{\ss}es System berechnen k\"onnen, m\"ussen andere Wege
eingeschlagen werden.
Die ersten Ideen hierzu (Differential- und Integralrechnung) stammen von I.
Newton (1643 - 1727) und G. Leibniz
(1646 - 1716). Anstelle der diskreten Atome eines Gebietes $\Omega \subset
\mbox{\boldmath$R^3$}$
wird das gesamte Gebiet betrachtet und darauf eine Mas\-sen\-ver\-tei\-lung
(Ma{\ss})
bzw. Ladungsverteilung erkl\"art. Zur n\"ahe\-rungs\-wei\-sen Berechnung
wird das Gebiet dann in endlich viele Teilmengen $\Omega_k$ zerlegt und
darauf
die Massenverteilung (Mittelwert) betrachtet. Und solche Mittelwerte
lassen sich im Labor relativ gut bestimmen. Diese Herangehensweise hat
sich als \"uberdurchschnittlich erfolgreich erwiesen. Unter Einbeziehung
dieser \"Uberlegungen ist das Verh\"altnis Theorie - Praxis in vielen
F\"allen
neu zu \"uberdenken, da die uns zur Verf\"ugung stehenden Informationen
viel schw\"acher sind, als die meisten vermuten.

\vspace{0.9ex}
Vielen mathematischen Modellen kann man partielle Differentialgleichungen
zuordnen,
die sich in der mathematischen Physik sehr gut bew\"ahrt haben. Ein
gro{\ss}er Teil der
ma\-the\-ma\-ti\-schen Physik wird daher mit Hilfe von
Differentialgleichungen
beschrieben [2], [6], [7], [10], [16], [22], [24], [30], [38]. Ein
wichtiges Beispiel ist
\begin{equation}L_{\gamma}u = \mbox{div}(\gamma (x)\,\mbox{grad}\,u) = 0\;
\mbox{in}\;\Omega, \;\gamma (x) > 0.\end{equation}
Die L\"osung $u$ ist durch die Randwerte $u\big|_{\partial\Omega} = f$
eindeutig bestimmt.
Nach der ersten Greenschen Formel gilt
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}u(y)\mbox{div}\big(\gamma
(x)\,\mbox{grad}\,u(y)\big)\,dy +
\int\limits_{\Omega}\gamma(y)|\mbox{grad}\,u(y)|^2\,dy =\end{equation}
\begin{displaymath} = \int\limits_{\partial\Omega}u(y)\gamma
(y)\frac{\partial u(y)}{\partial \nu}\,dS(y).\end{displaymath}
Im Fall $\gamma = 1$ folgt daraus die folgende Formel, wenn
im $\mbox{\boldmath$R^3$}$ der Newtonsche Kern
$G_L(x,y) = 1/4\pi\,|x - y|$ herangezogen wird (Fundamentall\"osung von -
$\Delta u = - \mbox{div\,grad}\,u)$ ,
\begin{equation}u(x) = \int\limits_{\Omega}G_L(x,y)(-\Delta\,u(y))\,dy +
\int\limits_{\partial\Omega}\big(G_L(x,y)\frac{\partial u(y)}{\partial\nu}
- u(y)\frac{\partial G_L(x,y)}{\partial\nu}\big)\,dS(y),\end{equation}
Verwenden wir f\"ur $u$ eine beliebig oft differenzierbare Funktion
$\varphi : \mbox{\boldmath$R^3$} \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$, die
au{\ss}erhalb $\Omega$ identisch Null ist, so verschwinden die
Randintegrale. Damit erhalten wir
\begin{equation}\varphi (x) = \int\limits_{\Omega} G_L(x,y)\big(-
\Delta\varphi (y)\big)\,dy.\end{equation}
Diese Beziehung kann zur Definition der Fundamentall\"osung herangezogen
werden.
```

F\"ur den Newtonschen Kern G_L und ein Ma{\ss} μ wird das Newtonsche Potential $G_L\mu$ im Punkt
$x \in \mbox{\boldmath$R^3$}$ erkl\"art als
\begin{equation}G_L\mu (x) = \int G_L(x,y)\,d\mu(y).\end{equation}
Klassische Beispiele von Ma{\ss}en sind $d\mu_{\rho}(y) = \rho (y)\,dy, \;dy$
Volumenelement, $d\mu_{\sigma}(y) = \sigma (y)\,dS(y), \;dS(y)$
Oberfl\"achenelement, und
$\mu = \delta_{x^o}$ Punktmasse (Dirac-Ma{\ss}). Der Tr\"ager
$\mbox{supp}\,\varphi$ einer Funktion φ ist
erkl\"art als die Abschlie{\ss}ung der Menge $\{\varphi (x) \not= 0\}$. Es sei $\rho_0(y) =
-\,\Delta\varphi (y)$. Im Fall von supp $\varphi \subset \Omega$ gilt
\begin{displaymath}G_L\mu_{\rho_{0}}(x) = \int\limits_{\Omega}
G_L(x,y)\rho_0(y)\,dy = \varphi (x) = 0\;\mbox{f\"ur}\;x
\not\in\Omega.\end{displaymath}
Die spezielle Dichte ρ_0 erzeugt au{\ss}erhalb von Ω keine Wirkung. Erkl\"art man
\begin{equation}Af_0(x) = G_L\mu_{\rho_0}(x)\;\mbox{mit}\;f_0 =
\rho_0,\end{equation}
so gilt f\"ur $f + f_0$
\begin{equation}A(f + f_0)(x) = Af(x), \;\mbox{f\"ur}\; x \not\in
\Omega,\end{equation}
d.h. die Dichte $f + f_0$ erzeugt ein $^\prime$Phantombild$^\prime$, welches keine {\sl real world solution} ist.
Solche Phantombilder sind in der medizinischen Diagnostik, speziell beim EKG und EEG, \"au{\ss}erst unangenehm, da sie zu
Fehldiagnosen f\"uhren k\"onnen. Ohne wesentliche Zusatzinformationen kann man im allgemeinen nicht auf den Zustand
im Inneren des K\"orpers schlie{\ss}en. Vom Prinzip her gilt die Gleichung (8) auch f\"ur andere
Differentialgleichungen, d.h. sogenannte inverse Quellprobleme lassen ohne Zusatzinformationen
keine eindeutige L\"osung zu [2], [6], [14], [18], [38]. Diese Fakten sind in der medizinischen Diagnostik weitgehend
unbekannt.

\vspace{0.9ex}
Bei inversen Problemen, die eine eindeutige L\"osung besitzen, k\"onnen in der diskretisierten
Form {\bf ebenfalls Phantombilder} auftreten. Im Fall der
Computertomographie wurde dies in [25] gezeigt.
Die L\"osungen direkter Aufgabenstellungen lasssen sich h\"aufig mit Hilfe von Integralen darstellen.
Wir betrachten hier den einfachsten Fall auf der Zahlengeraden. Solche
\"Uber\-le\-gun\-gen gelten nat\"urlich
auch im Raum. Es sei
\begin{equation}Af(x) = \int\limits_a^bK(x,y)f(y)\,dy.\end{equation}
Zur n\"aherungsweisen Berechnung des Integrals verwendet man den diskretisierten Operator
\begin{equation}A_kf(x) = \sum_{j=1}^{k}c_jf(y_j).\end{equation}
Die Konstanten c_j enthalten x, meist an endlich vielen Stellen x_l.
Addiert man zu f eine Funktion h mit $h(y_j) = 0$, $j = 1, \cdots ,k,$
so ergibt (10)
\begin{equation}A_k(f + h)(x) = A_kf(x).\end{equation}
Ohne wesentliche Zusatzinformationen ist f nicht eindeutig berechenbar.
Die Funktion h bzw. $f + h$ ist ein Phantombild [2], S. 34. Die Gleichungen
(10) und (11) zeigen auf einfache Weise die gro{\ss}en Schwierigkeiten bei der
Interpretation von Me{\ss}werten physikalischer Felder auf. Diese Gegenbeispiele k\"onnen den Studenten im 2. Studienjahr angeboten werden.

```
\vspace{0.9ex}
Die L\"osungen physikalischer Felder $Af$ sind h\"aufig Mittelwerte \"uber
die atomaren Strukturen und oft mit Hilfe eines quadratischen
integrierbaren Kernes in der Form (9) darstellbar. Solche Operatoren
besitzen
sehr gute mathematische Eigenschaften. Man nennt sie kompakte
Operatoren. Nach F. Riesz (1918) ist die Inverse $A^{-1}$ einer kompakten
umkehrbar ein\-deu\-ti\-gen Abbildung $A: X \mapsto Y$ unstetig [2], [5],
[24]. Hierbei sind X und Y
gewisse Funktionalr\"aume, z.B. der Raum $L^2(\bar{\Omega})$ der auf dem
abgeschlossenen Gebiet $\bar{\Omega} \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$
quadratisch integrierbaren Funktionen oder der Raum
$C(\bar{\Omega})$ der auf $\bar{\Omega}$ stetigen Funktionen.
Die Unstetigkeit von $A^{-1}$ bereitet in den Anwendungen oft
gro{\ss}e Probleme. Der Autor hat in den Publikationen von Physikern
[1], [16], [22], [26], [33], [34], [35], [48] keine Bemerkung dazu
gefunden.

\vspace{0.5cm}
{\large{\bf Definition 1:}} Nach J. Hadamard (1923) hei{\ss}t eine
Aufgabenstellung $Af = g$ mit
$A: X \mapsto Y, \quad X,\, Y$ metrische R\"aume,  {\sl korrekt gestellt},
wenn gilt:
\begin{enumerate}
\item Zu jedem $g\in Y$ gibt es mindestens ein $f \in X$ mit $Af = g$ ({\sl
Existenz}),
\item Das aus $Af = g$ bestimmte $f$ ist eindeutig ({\sl Eindeutigkeit}),
\item Die L\"osung $f = A^{-1}g$ h\"angt stetig von $g$ ab ({\sl
Stabilit\"at}).
\end{enumerate}
Ist eine dieser drei Bedingungen nicht erf\"ullt, hei{\ss}t die
Aufgabenstellung
{\sl inkorrekt gestellt} (ill-posed).

\vspace{0.5cm}
Eine ausf\"uhrliche Diskussion dieser Begriffsbildung mit Anwendungen und
weitere Literatur dazu
findet man in [2], [24].

\vspace{0.9ex}
Um Schwierigkeiten mit der Unstetigkeit von $A^{-1}$ zu umgehen,
werden N\"aherungsoperatoren $B_{\alpha}$ betrachtet und anschlie{\ss}end
der
Grenzwert f\"ur $\alpha \rightarrow 0$ untersucht. Eine einfache M\"og\-
lich\-keit ist,
\begin{equation}B_{\alpha}f = Af + \alpha f\end{equation}
zu setzen [2], [24]. Voranstehende Gleichung ist eine Gleichung zweiter
Art,
f\"ur die eine weitgehende Theorie existiert (Fredholm-Riesz-Schauder
Theorie f\"ur kompakte Operatoren). Im Fall
einer Matrix $A$ ist der Ansatz (12) wohlbekannt. Voranstehende
Betrachtungen sind unter dem Begriff Regu\-lari\-sie\-rungs\-verfahren
bekannt geworden.
Die ersten Untersuchungen dazu stammen von D. L. Phillips (1962) und
A. N. Tikhonov (1963) [2], [6], [24].
F\"ur theoretische Aufga\-ben\-stel\-lun\-gen in den Naturwissenschaften
mu{\ss} an vielen
Stellen der Be\-ar\-bei\-tung fr\"uh\-zei\-tig das Experiment zur Kontrolle
herangezogen werden. Nach pers\"onlichen Infor\-ma\-tio\-nen des Autors hat
in Deutschland die Trennung
von Theorie und Praxis zwischen 1920 und 1930 eingesetzt.

\vspace{0.9ex}
```

```
Wie bereits mehrfach erw\"ahnt, sind in den Anwendungen innere Parameter
eines
Systems, direkten Messungen unzug\"anglich, aus Zusatzinformationen zu
berechnen. Einfachste inverse Probleme f\"uhren auf Gleichungen auf dem
$\mbox{\boldmath$R^n$}$ mit $A: \mbox{\boldmath$R^n$} \mapsto
\mbox{\boldmath$R^n$}$.
Hierbei kann nur die Mehrdeutigkeit von $A^{-1}$ auftreten. Das Beispiel
$u^{\prime} = f$ wurde ausf\"uhrlich in [2] diskutiert. Die Regularisierung
dieser
Aufgabe wurde in [5] vorgestellt. Solche einfachen Beispiele geben ein
erstes Gef\"uhl
f\"ur inverse Probleme.

\vspace{0.9ex}
Bei einigen inversen Problemen kann man aber weitreichende Aussagen \"uber
das Innere
machen. Dazu ist jedoch ein leistungsf\"ahiger {\sl Input} notwendig.
Dieser
Sachverhalt liegt vor in der {\sl Computertomographie}, der {\sl
Impedanztomographie}
und der {\sl Kern\-spin\-re\-so\-nanz\-to\-mo\-gra\-phie} (nuclear magnetic
resonance tomography).
Diese Herangehensweise wird im fol\-gen\-den be\-schrie\-ben. Allerdings
ist hierbei zu beachten, da{\ss} als Folge von nur endlich vielen Me{\ss}\-
wer\-ten
{\sl Phan\-tom\-bil\-der} auftreten k\"onnen. Dieser Sachverhalt ist sehr
vielen Wissenschaftlern
und \"Arzten unbekannt. Die Computertomographie liefert Bilder \"uber die
dichteren Teile und die NMR-Tomographie \"uber die weicheren Teile des
K\"orpers.

\vspace{0.9ex}
Seit \"uber 100 Jahren besch\"aftigen sich Wissenschaftler mit der
R\"ontgendiagnostik
und m\"og\-lichst weit\-reich\-en\-den Aussagen \"uber das Innere des
menschlichen K\"orpers.
Die geschichtliche Entwicklung dieser \"Uberlegungen ist in [48] zu finden.
Als erster hat J. Radon
1917 das Problem der {\sl Com\-pu\-ter\-to\-mo\-gra\-phie} - allerdings als
rein innermathematisches Problem -
studiert [50]. F\"ur die medizinische Diagnostik gelang der Durchbruch A.
M. Cormack (1963) und
G. N. Hounsfield (1973). Die gro{\ss}en linearen Gleichungssysteme
konnten nur mit Hilfe von leistungsf\"ahigen Computern gel\"ost werden [6],
S. 275, [31].

\vspace{0.9ex}
Ein K\"orper $K$ habe die Dichte $f(x)$. Im Punkt $Q \not\in K$ befinde
sich eine
R\"ontgenquelle mit der Intensit\"at $I_0$. Die Ausbreitung des Strahles
erfolgt
im wesentlichen l\"angs von Geraden $L$ (Bogenl\"ange $s$). Dabei gilt (als
gute N\"aherung)
\begin{equation}\frac{du}{ds} = -f(x(s))u \;\mbox{mit}\;u(Q) =
I_0.\end{equation}
Nach Verlassen von $K$ hat der Strahl im Punkt $P$ die Intensit\"at $u(P) =
I$.
Die L\"osung dieser Differentialgleichung ist
\begin{equation}I = I_0\,\mbox{exp}\,(\int\limits_L-
f(y(s))\,ds),\end{equation}
oder
\begin{displaymath}\int\limits_Lf(y(s))\,ds = \mbox{ln}\frac{I_0}{I} =
g.\end{displaymath}
```

Zur Bestimmung der Dichte f wird der K\"orper K mit einem Gitter \"uberdeckt
und das Integral l\"angs L n\"aherungsweise berechnet:
\begin{equation}\int\limits_Lf(y(s))\,ds \approx
\sum_{l=1}^{N}f_{k_l}\Delta s_{j_l} = g_j =
\mbox{ln}\frac{I_0}{I}.\end{equation}
Dabei nimmt man in jedem Punkt des Rechtecks die Dichte f konstant an.
In den An\-wen\-dun\-gen wird die Absorption eines R\"ontgenstrahles entlang $10^5 - 10^6$
Geraden gemessen. Bei einer wesentlich geringeren Anzahl von Geraden ist jedoch die
Rekonstruktion fraglich [6], S. 275.
Die Geradlinigkeit der Ausbreitung des Strahles wird durch die H\"arte der R\"ontgenquelle erzwungen. Eine harte Strahlung (Wellenl\"ange $\lambda \sim $1{\AA} = $10^{-10}\,m$)
hat aber Folgen f\"ur die Gesundheit des Menschen [16], [35]. Aus diesem Grund
wird oft die wesentlich un\-ge\-f\"ahr\-li\-che\-re Kernspinresonanztomographie (NMR-Tomographie, Wellenl\"ange $\lambda \sim 3m$) herangezogen.
Als Folge der wesentlich gr\"o{\ss}eren Wellenl\"ange (nach Max Planck besteht zwischen
Energie E und Frequenz ν die Beziehung
$E = \hbar\nu$, wobei $\lambda\nu = 300.000\,km/s$ gilt)
ist die Aufl\"osung bei der NMR-Tomographie manchmal geringer [16], [27], [35].

\vspace{0.9ex}
Bei energie\"armeren Strahlungen (Ultraschall, seismische Wellen) ist die nicht ge\-rad\-li\-ni\-ge
Ausbreitung (Integralgeometrie [50]) und die Streuung zu beachten [24].
Dieses f\"uhrt bei der Gleichung (13) auf einen Zusatzterm in Integralform, der in vielen Untersuchungen
kaum beachtet worden ist. Zahlreiche mathematische Modelle sind nicht an die
physikalische Realit\"at (Komplexit\"at) angepa{\ss}t, woraus bei der Interpretation von
Me{\ss}werten Fehler ent\-ste\-hen k\"onnen. Aus diesem Grund spielt in Zukunft
die Modellierung physikalischer Prozesse eine zentrale Rolle.
Einzelheiten \"uber die Com\-pu\-ter\-to\-mo\-gra\-phie sind in [24], [25], [31], [48], [50] enthalten.
Besonders einfach und \"ubersichtlich wird die L\"osung der Com\-pu\-ter\-to\-mo\-gra\-phie
im Fall eines Kreises und einer Dichte $f(r)$, die nur vom Radius r abh\"angt [2].

\vspace{0.9ex}
Es sei L eine Gerade senkrecht zum Radius r im Abstand p vom Kreismittelpunkt. Wird die Bogenl\"ange s
auf der Geraden L von der Schnittstelle ab gemessen, so gilt $s = \sqrt{r^2 - p^2}$. Damit erh\"alt man f\"ur
das Linienintegral (Radon-Transformierte)
\begin{equation}\hat{f}(p) = \int\limits_L f(y(s))\,ds =
2\int\limits_p^{\infty}\frac{rf(r)\,dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}}.\end{equation}
Die voranstehende Gleichung ist eine Abelsche Integralgleichung 1.Art mit schwacher Sin\-gu\-la\-ri\-t\"at, die
von N. H. Abel im Jahre 1823 explizit mit elementaren Hilfsmitteln gel\"ost worden ist [2].
Integralgleichungen 2.Art wurden erst ab 1900 (I. Fredholm) studiert.
Diese Gleichungen bestimmten in der Folge weitgehend die
Denkweise der Mathematiker auf dem Gebiet der mathematischen Physik.
Die L\"osung der Abelschen Integralgleichung lautet

```
\begin{equation}f(r) =
 - \frac{1}{\pi}\int\limits_r^{\infty}\frac{\hat{f}^{\prime}(p)\,dp}{(p^2 -
r^2)^{1/2}}.\end{equation}
Sie enth\"alt unter dem Integral eine Ableitung. In den Anwendungen kann
man aber meist nur die Funktionswerte messen.
Aus diesem Grund ist $A^{-1}$ unstetig auf dem Raum $L^1(\bar{\Omega})$
[2], [24], [41]. Die Gleichung der Computertomographie ist ein inkorrekt
gestelltes Problem
(ill-posed problem). Bei der numerischen Behandlung k\"onnen Phantombilder
auf\-tre\-ten [25], eine \"au{\ss}erst
unangenehme Situation in der medizinischen Diagnostik.
Im all\-ge\-mei\-nen Fall setzt man
\begin{displaymath}f(r,\Theta)  =
\sum_{k=0}^{\infty}f_k(r)\,\mbox{exp}\,(ik\Theta)\end{displaymath}
und bestimmt die $f_k$ mittels Abelscher Integralgleichungen [2], [50].

\vspace{0.9ex}
In der elektrischen {\sl Impedanztomographie} (f\"ur isotrope Medien)
versucht man, die elektrische Leitf\"ahigkeit $\gamma: \Omega \mapsto
\mbox{\boldmath$R$}$
aus Randwerten (Spannungspotential) und dem Strom auf $\partial\Omega$
zu bestimmen, d.h. aus
\begin{equation}u\big|_{\partial\Omega} = g
\;\mbox{und}\;\Lambda_{\gamma}(g) = \gamma\frac{\partial
u}{\partial\nu}\Big|_{\partial\Omega}.\end{equation}
Dabei gen\"ugt $u$ der Differentialgleichung
\begin{equation}\mbox{div}(\gamma (x)\,\mbox{grad}\,u) = 0
\;\mbox{in}\;\Omega.\end{equation}
Aus (3), (18) und (19) folgt
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}\gamma (y)|\mbox{grad}\,u(y)|^2\,dy =
\int\limits_{\partial\Omega}g(y)\Lambda_{\gamma}(g)(y)\,dS(y).\end{equation
}
Die Impedanztomographie wurde von A. Calderon 1980 in den USA aufgegriffen
und seit dieser Zeit
(f\"ur gen\"ugend glattes $\gamma$) intensiv untersucht und
weiterentwickelt [5], S. 37 und 307. Aus der Kenntnis
der rechten Seite von (20) f\"ur sehr viele $g \in C^2(\partial\Omega)$
({\sl leistungsf\"ahiger Input}) folgt
die eindeutige Bestimmtheit von $\gamma : \Omega \mapsto
\mbox{\boldmath$R$}$.
Auf diese Weise erh\"alt man einen gewissen \"Uberblick \"uber das Innere
von $\Omega$ als {\sl Output}.
Vermutlich k\"onnen auch hier  Phantombilder  auftreten.

\vspace{0.9ex}
Am Beispiel $\gamma^2u^{\prime\prime}  - u = 0,\;\gamma > 0$ konstant,
erkennt man, da{\ss}
die Beziehung zwischen Funk\-tions\-wer\-ten und $\gamma$ streng
nichtlinear ist,
eine weitere Erschwernis f\"ur die numerische Realisierung.
Die allgemeine L\"osung dieser Differentialgleichung lautet
$u(x)= c_1\,\mbox{exp}\,(x/\gamma) + c_2\,\mbox{exp}\,(-x/\gamma)$.
F\"ur $\gamma\approx 0$ ist diese Beziehung zus\"atzlich instabil.

\vspace{0.9ex}
Die {\sl Kernspintomographie} (NMR-Tomographie) benutzt magnetische
Eigenschaften
von \linebreak[4] Atom\-ker\-nen (Wasserstoff). Bereits 1925 stellten
Wissenschaftler fest,
da{\ss} Atomkerne ein magneti\-sches Moment besitzen.
Dieses wurde 1933 von Otto Stern
nach\-ge\-wie\-sen [35]. F. Bloch beschrieb 1946 die Magnetisierung ${\bf
M}(t,x)$
```

innerhalb einer Probe durch ein \"au{\ss}eres Mag\-net\-feld ${\bf H}(t)$
mittels einer (ph\"anomenologischen) Differentialgleichung [16], [22],
[40], [47]. Diese Mag\-ne\-ti\-sie\-rung
${\bf M}(t,x)$ ist die $\prime$Quelle$\prime$, aus der das Bild konstruiert
wird. Die
{\sl Blochsche Dif\-fe\-ren\-tial\-glei\-chung} hat die Gestalt
\begin{equation}\frac{d{\bf M}}{dt} = \gamma\,{\bf M}\times {\bf H} -
\frac{M_{x_1}{\bf i} + M_{x_2}{\bf j}}{T_2}
- \frac{(M_{x_3} - M_0){\bf k}}{T_1}.\end{equation}
Dabei bedeutet $\times$ das Vektorprodukt der Vektoren ${\bf M}$ und ${\bf
H}$.
Im einzelnen ist
\begin{displaymath}{\bf H}(t) = H_0{\bf k} + G_{x_1}(t)x_1{\bf k} +
G_{x_2}(t)x_2{\bf k} + G_{x_3}(t)x_3{\bf k}\end{displaymath}
mit $H_0\bf{k}$ starkes magnetisches Feld, ${\bf G}(t)$ zeitlich
ver\"anderliches Feld mit den Komponenten
$G_{x_1}(t), G_{x_2}(t), G_{x_3}(t)$, ${\bf M}(t,x)$ Vektor der
Magnetisierung
mit den Komponenten $M_{x_1}(t,x),$ $M_{x_2}(t,x), M_{x_3}(t,x)$, M_0
Gleichgewichtszustand
der Magnetisierung, γ ein Parameter des Atoms. M_0, T_1, T_2 sind
Konstanten der Black-Box (Probe).
${\bf H}$ ist der {\sl Input}, ${\bf M}$ der {\sl Output} der Black-Box.
Mittels Fourier-Transformation bez\"uglich x gewinnt man aus ${\bf
M}(t,x)$ eine zeitabh\"angige
Funktion $St)$ usw. Zur n\"aherungsweisen Berechnung der Dichte der
Protonen wird das Integral an endlich vielen Stellen berechnet [7]. Hieraus
folgen nach (10) ohne Zusatzinformationen $^\prime$Phantombilder$^\prime$
(Artefakte) [1], [8], [9], [47].
Indem ein ganzes Spek\-trum von magnetischen $^\prime$Radio\-fre\-quen\-
zen$^\prime$ ${\bf H}(t)$ in die Probe geschickt wird,
erh\"alt man eine innere Rekonstruktion der Probe. {\sl In vivo}
Rekonstruktionen
vom menschlichen K\"orper anzufertigen wurde 1973 von P. C. Lauterbur
vorgeschlagen [16], [35], [40].

\vspace{0.9ex}
In einem gewissen Sinne hat die Blochsche Gleichung eine Bedeutung wie die
Maxwell-Gleichungen. Mediziner
haben auf den Monitoren Bilder vorgefunden,
die nur mathematische Rekonstruktionen sind und nicht mit der Realit\"at
\"ubereinstimmen (no real world solutions) [1], [27], [39], [41]. Eine
Kl\"arung dieses Sachverhaltes
ist dringend notwendig, da in der Medizin aus Fehldiagnosen oft
Todesf\"alle
folgen. Ursache f\"ur die Phantombilder d\"urfte folgender Sachverhalt
sein:
Die Me{\ss}werte sind Mittelwerte \"uber die atomaren Strukturen (direkte
Aufgabenstellung).
Beim Hineinrechnen in den K\"orper (inverse Aufgabenstellung) m\"ussen die
Mittelwerte aufgel\"ost
werden, was auf unstetige Operationen f\"uhrt. Unstetige Operationen
besitzen oft schlechte mathematische Eigenschaften.

\vspace{0.9ex}
Neu\-er\-dings gewinnt das mehr aussagekr\"aftige gekoppelte System,
Maxwell - Gleichungen
und Blochsche Gleichung, an Bedeutung [21]. Mathematische Grundlagen\-
for\-schung
zur NMR-Tomo\-graphie ist dringend geboten, um die berechneten Bilder als
{\sl real world solutions} zu identifi\-zie\-ren. Die NMR-Tomographie ist
relativ

```
jung, und es gibt noch nicht so viele mathema\-ti\-sche Untersuchungen dazu
[40].

\vspace{0.9ex}
Um f\"ur die medizinische Diagnostik relativ sichere Aussagen zu bekommen,
m\"u{\ss}ten alle drei bildgebenden Verfahren und weitere Verfahren
kombiniert werden. Die Mathematik bildet die Grundlage
f\"ur die meisten Probleme der messenden Physik. Trotzdem bleiben die
praktischen Erfahrungen am System die zentralen Erfahrungen in Wissenschaft
und Technik.

\vspace{0.3cm}
{\sl Der Autor ist dem Neurologen Prof. Dr. G. Ulrich, Freie Universit\"at
Berlin,
f\"ur zahlreiche Gespr\"ache zur medizinischen Diagnostik und zum
Verh\"altnis
Mensch - Natur sehr dankbar}.


\begin{thebibliography}{99}
\bibitem{} F. T. Aichner und C. Kremser (1997), {\sl Die dreidimensionale
MR-Tomographie in den Neurowissenschaften}. Vortrag anl\"a{\ss}lich der
Tagung der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik,
Regensburg, 24. - 27. M\"arz 1997.
\bibitem{} G. Anger (1990), {\sl Inverse problems in differential
equations}. Akademie Verlag, Berlin, and Plenum Press, London.
\bibitem{} G. Anger (1992), {\sl Zur Weiterentwicklung des Verh\"altnisses
Theorie - Pra\-xis}. Mit\-teilungen
der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 15, Heft 2,
135 - 140.
\bibitem{} G. Anger (1995), {\sl Zu den Grundprinzipien der medizinischen
Diagnostik - ein sy\-stem\-theoretischer Zugang}. Publications
of The HoChiMinh City Mathematical Society, vol. 2, 24 - 32.
\bibitem{} G. Anger (1997), {\sl Does there exist a systems theory for
technical systems, the systems of nature and the universe?} In:
H. G. Natke and Y. Ben-Haim (eds.), Uncertainty: models and measures, 109 -
123. Akademie-Verlag, Berlin.
\bibitem{} G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers
(eds.) (1993),
{\sl Inverse problems: Principles and applications in geophysics,
technology and medicine}. Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} G. Anger and H. Moritz (1998), {\sl Uncertainty in science,
engineering and medicine} (monograph to be published).
\bibitem{} L. Arena, H. T. Morebouse and J. Safir (1995), {\sl MR imaging
artifacts that simulate disease: How to recognize and eliminate them}.
RadioGraphics 15,
1373 - 1394.
\bibitem{} E. M. Bellon, E. M. Haackle, P. E. Coleman, D. C. Sacco, D. A.
Steiger and
R. E. Gangarosa (1986), {\sl MR artifacts: A review}. AJR 147, 1271 - 1281,
American Roentgen Ray Society.
\bibitem{} Y. Ben-Haim and H. G. Natke (eds.) (1997), {\sl Uncertainty:
Models and measures}. Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} R. Bialas (1997), {\sl Radikale Ver\"anderung - Pl\"adoyer f\"ur
neue Wege der Aus- und
Weiterbildung}. Deutsches \"Arzteblatt 94, Heft 13, B-645 - B-646.
\bibitem{} M. Brockstedt (1997), {\sl Die Zukunft hat schon begonnen}.
Berliner \"Arzte 4, S. 8.
\bibitem{} H. Buchborn (1992), {\sl Mustererkennung in der klinischen
Diagnostik}. Nova Acta Leopoldina NF 76, Nr. 281, 317 - 330.
\bibitem{} V. G. Cherednichenko (1996), {\sl Inverse logarithmic potential
problem}. VSP, Utrecht.
```

\bibitem{} W. L. Duren jr. (1994), {\sl The most urgent problem for the mathematics professors}.
Notices Amer. Math. Soc. 41, no.6, 582 - 586.
\bibitem{} R. R. Ernst, G. Bodenhausen and A. Wokaun (1991), {\sl Principles of
nuclear magnetic resonance in one and two dimensions} (2nd ed.). Clarendon Press, Oxford.
\bibitem{} H. v. Foerster (1985), {\sl Sicht und Einsicht}. Vieweg \& Sohn, Braunschweig.
\bibitem{} W. Freeden, F. Schneider and M. Schreiner (1996), {\sl Gradiometry -
an inverse problem in modern satellite geodesy}. To appear in SIAM Publication Inverse Problems in
Geophysics .
\bibitem{} C. Ginzburg (1983), {\sl Spurensicherungen}. Verlag Klaus Wagenbach, Berlin.
\bibitem{} J. Gottlieb and P. DuChateau (eds.) (1996), {\sl Parameter identification
and inverse problems in hydrology, geology and ecology}. Kluver Academic Publishers, Dordrecht.
\bibitem{} J. Gottlieb and V. G. Romanov (1997), {\sl An inverse problem of the linearized
Maxwell-Bloch system for layered media}. To appear in Journal of Inverse and Ill-Posed Problems.
\bibitem{} W. S. Hinshaw and A. H. Lent (1983), {\sl An introduction to NMR imaging:
from Bloch equation to imaging equation}. Proc. IEEE 71, 338 - 350.
\bibitem{} U. Kulisch (1995), {\sl Memorandum \"uber Computer, Arithmetik und Numerik}. Universit\"at Karlsruhe, Institut f\"ur Angewandte Mathematik, 76128 Karlsruhe.
\bibitem{} M. M. Lavrent$^\prime$ev and Ya. L. Savale$^\prime$ev (1995), {\sl Linear operators
and ill-posed problems}. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York.
\bibitem{} A. Louis (1981), {\sl Ghosts in tomography - the null space of the Radon transform}.
Math. Meth. Appl. Sci. 3, 1 - 10.
\bibitem{} H. L\"ubbig (ed.) (1995), {\sl The inverse problem}. Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} H.-P. Meinzer (1997), {\sl Medizinische Bildverarbeitung und ihre Schwachstellen}.
Vortrag anl\"a{\ss}lich der Tagung der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik,
Regensburg, 24. - 27. M\"arz 1997.
\bibitem{} H. Moritz (1995), {\sl Science, mind and the universe: An introduction to natural phi\-lo\-sophy}.
Wichmann Verlag, Heidelberg.
\bibitem{} C. M\"uller (1957), {\sl Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer
Schwingungen}. Springer Verlag, Berlin, New York.
\bibitem{} H. G. Natke and C. Cempel (1996), {\sl Model-aided diagnosis of mechanical systems - fundamentals, dedection, localization, and assessment}. Springer Verlag, Berlin, New York.
\bibitem{} F. Natterer (1986), {\sl The mathematics of computerized tomography}.
Teubner Verlag, Stuttgart.
\bibitem{} E. Niedermeyer (1996), {\sl Dipole theory and electroencephalography}.
Clinical Elec\-tro\-en\-cephalography 27, no. 3, 121 - 131.
\bibitem{} P. Nunez (1995), {\sl Neurocortical dynamics and human EEG rhythmus}.
Oxford University Press, New York, Oxford.
\bibitem{} J. Orear (1987), {\sl Physik}. Carl Hanser Verlag, M\"unchen, Wien.

\bibitem{} C. L. Partain, R. R. Price, J. A. Patton, M. V. Kulkani and A. James jr. (eds.) (1988),
{\sl Magnetic resonance imaging (2nd ed.), I. Clinical principles, II. Physical principles
and instrumentation}. W. B. Saunders Company, Hartcourt Brace Jovanovich, Inc.
Philadelphia.
\bibitem{} R. Pichlmayr (1996), {\sl Ingenieure der Gesundheit}. DIE ZEIT, No. 50, S. 34.
\bibitem{} Platon, {\sl Der Staat}. Alfred Kr\"oner Verlag, Stuttgart 1973.
\bibitem{} V. G. Romanov and S. L. Kabanikhin (1994), {\sl Inverse problems for Maxwell s equations}.
VSP, Utrecht.
\bibitem{} R\"ompp Chemie Lexikon, 9. Aufl. (1992), Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
\bibitem{} W. Schempp (1997), {\sl Magnetic resonance imaging: Mathematical foundations and applications}. John Wiley\&Sons, New York, Chichester, Brisbane (in print).
\bibitem{} M. St\"ohr (1994), {\sl Das UBO(unidentified bright object)-Syndrom: Eine iatrogene Sch\"a\-di\-gung durch Kernspin(NMR)-Tomography}. Deutsches \"Arzteblatt 91, Heft 46, B-2339 - B-2340.
\bibitem{} A. N. Tikhonov, A. V. Goncharsky, V. V. Stepanov and A. G. Yagola (1995),
{\sl Numerical methods for the solution of ill-posed problems}. Kluver Academic Publishers, Dordrecht.
\bibitem{} A. N. Tikhonov, A. S. Leonov and A. G. Yagola (1995), {\sl Nonlinear ill-posed problems}. Nauka, Moscow,
(English translation to appear at Chapman and Hall).
\bibitem{} G. Ulrich (1994), {\sl Psychiatrische Elektroencephalographie}. Fischer Verlag, Jena, Stutt\-gart, New York.
\bibitem{} G. Ulrich (1997), {\sl Biomedizin - Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffs}. Schattauer Verlag, Stuttgart, New York.
\bibitem{} K. Urban (1997), {\sl Die Natur erkennen - Die Physik zwischen Philosophie, Weltbild und Technik}. Forschung und Lehre, Heft 1 (1997), 24 - 27.
\bibitem{} M. T. Vlaardingerbroek and J. A. den Boer (1996), {\sl Magnetic resonance
imaging: Theory and practice}. Springer Verlag, Berlin, New York.
\bibitem{} S. Webb (1993), {\sl From the watching of the shaddows: the origin
of radiological tomography}. Adam Hilger, Bristol.
\bibitem{} H. Wewetzer (1997), {\sl Die geheimnisvollen Wurzeln des Bewu{\ss}tseins}.
DER TAGES\-SPIEGEL, 10. April 1997, S. 27.
\bibitem{} L. v. Wolfersdorf (1996), {\sl Der Beitrag J. Radons f\"ur die Entwicklung
der In\-te\-gral\-geometrie und Computer-Tomographie}. In: G. Haase und E. Eichler (eds.),
Wege und Fortschritte der Wissenschaft, S. 357 - 377. Akademie Verlag, Berlin.
\bibitem{} G. Anger (1997), {\sl Zur Leistungsf"ahigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria}. Arzt und Krankenhaus 12/97, 354 - 357.

\end{thebibliography}

\end{document}

16.

Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik unter besonderer Berücksichtigung der Röntgendiagnostik

Gottfried Anger

Vortrag am 12. Juli 1995 im Rahmen der Feiern zum 100jährigen Jubiläum der Entdeckung der Röntgenstrahlung im Jahre 1895 durch W. C. Röntgen,
Fakultät für Mathematik und Informatik der Universität Würzburg

Ich bedanke mich vielmals für die freundliche Einladung, aus Anlaß der Entdeckung der Röntgenstrahlung vor 100 Jahren einen Vortrag zu Fragen der medizinischen Diagnostik, d.h. der Leistungsfähigkeit von Meßwerten bzw. von Informationen, zu halten. W. C. Röntgen hat durch harte und systematische Arbeit gezeigt, wie Wissenschaft eigentlich zu betreiben ist. Er hat seine Ergebnisse nicht zum Patent angemeldet und somit allen Menschen zur Verfügung gestellt. Die Beobachtung der Natur bzw. mathematischer Ergebnisse und die genaue Analyse dieser Beobachtungen bilden einen wesentlichen Gesichtspunkt der Wissenschaften. Es ist sehr bedauerlich, daß sich die meisten Wissenschaftler nicht mehr daran halten und nur das Geldverdienen als oberstes Ziel vor Augen haben. Die Gesellschaft leidet überdurchschnittlich an dieser Einstellung.

Die Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Meßwerten bezüglich eines mathematischen Modells (inverse Probleme, Diagnostik) gehört zu den schwierigsten Aufgabenstellungen der mathematischen Grundlagenforschung. Viele dieser zentralen Aufgabenstellungen warten noch auf eine befriedigende Lösung. Der berühmte Mathematiker Carl Neumann (1832 - 1925) schrieb 1906 über seine Erfahrungen mit ungelösten Problemen der Wissenschaft ([2], S. 222): *Bei wissenschaftlichem Arbeiten möchte man gerne in gleichmäßiger und einheitlicher Weise vorgehen. Das wird aber mehr oder weniger verhindert, wenn einzelne Punkte von hervorragender Schwierigkeit sich in den Weg stellen. Denn die Überwindung solcher Schwierigkeiten verlangt in der Regel die Entdeckung und Anwendung von neuen Methoden und verlangt namentlich auch, daß man das im Wege stehende Hindernis mit allen möglichen Mitteln und von ganz verschiedenen Seiten her in Angriff zu nehmen sucht*. Wegen der Komplexität und Schwierigkeit der jetzigen Aufgabenstellungen sind diese Bemerkungen aktueller denn je. Mit der Formalisierung der Mathematik allein lassen sich solche prinzipiellen Fragen nicht behandeln. Aus diesem Grund ist die Entwicklung der Mathematik in den vergangenen 50 Jahren nicht richtig gelaufen. Erfahrungsgemäß müssen in den Wissenschaften von Zeit zu Zeit wesentliche Korrekturen vorgenommen werden. Letzten Endes setzt sich die Wahrheit immer durch.

Obwohl die interpretierenden Wissenschaften (inverse Probleme) schon immer von großer Bedeutung gewesen sind - die Sinnesorgane haben laufend physikalische und chemische Informationen zu analysieren - gab vermutlich die Raumfahrt (automatische Raumstationen) den letzten Anstoß zur Aufarbeitung dieses Gebietes. Diese Stationen müssen Meßwerte physikalischer Felder, die Mittelwerte über die atomaren Strukturen sind, automatisch auswerten und dabei prinzipielle Schwierigkeiten dieser Meßwerte (Nichtentscheidbarkeit, Instabilität) überwinden [2], [4]. Dasselbe gilt auch für die physikalischen Prozesse auf der Erdoberfläche. Nur kann man sich hier manchmal auf andere Weise helfen. Die nicht vorhandene Systemtheorie für die realen Systeme der Natur zieht relativ viele Fehler auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften nach sich.

Grob gesprochen geben unsere Sinnesorgane Hinweise darauf, welche inversen Probleme lösbar sind und welche nicht [2]. Ein in Bernstein eingeschlossenes Insekt kann vom menschlichen Auge dadurch identifiziert werden, in dem es von allen Seiten her betrachtet wird (siehe Computertomographie). Für diesen speziellen Fall sollte man die Komplexität des menschlichen Auges beachten. Es sei aber bereits an dieser Stelle die Bemerkung angebracht, **daß die Komplexität unserer Sinnesorgane bzw. des Nervensystems nicht vollständig durch Maschinen und Meßgeräte ersetzbar ist** mit weitreichenden Konsequenzen für die medizinische Diagnostik. **Die praktischen Erfahrungen des Arztes (ars medica) sind in der Medizin die wichtigeren**. Mit seinen Sinnesorganen betrachtet der Arzt ein komplexes System und analysiert vom System menschlicher

Körper kommende entsprechende Informationen, die oft eine Krankheit voll charakterisieren. Dabei ist zu beachten, daß jeder menschlicher Körper aufgrund der genetischen Prägung ein eigenes System ist, welches in gewissen Grenzen der physikalischen Parameter volle Leistung zeigt. Außerdem sind viele der im Körper vorhandenen chemischen Verbindungen bzw. deren Reaktionen unbekannt. Mit Hilfe von Meßwerten kann man den menschlichen Körper nicht vollständig charakterisieren. Nur große Veränderungen der Parameter bzw. zusätzliche Informationen vom menschlichen Körper (z. B. von den Schleimhäuten), die charakteristisch für das System sein können, weisen auf krankhafte Zustände hin.

Das Gebiet der interpretierenden Wissenschaften (Geophysik, Astrophysik, Medizin, Bestimmung von Materialparametern, die direkten Messungen unzugänglich sind) ist wegen des meist vorherrschenden Informationsmangels verschieden von den konstruktiven Ingenieurwissenschaften. In den Ingenieurwissenschaften werden physikalische Teilsysteme zu leistungsfähigen Maschinen zusammengesetzt. Dabei gibt es gewisse Freiheitsgrade bei den verwendeten Materialien sowie den geometrischen Abmessungen. Die Materialparameter des Systems sind weitgehend bekannt. Allerdings müssen die konstruierten Maschinen als System funktionieren, was durch ein langes Ausprobieren meist erreicht wird. Es liegen in den konstruktiven Ingenieurwissenschaften relativ viele Informationen vor, woraus zum Teil sensationelle Ergebnisse (Raumfahrt, Mikroelektronik usw.) folgen. Da das Zusammensetzen von Teilprozessen als **direkte Aufgabe** - die Ursache f hat die Wirkung $g = Af$ zur Folge - anzusehen ist, treten hier die später zu beschreibenden prinzipiellen mathematischen Schwierigkeiten auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften, d.h. der inversen Aufgabe, nicht auf. Bei **inversen Problemen** will man ein System - dessen innere Struktur häufig unbekannt ist - mit Hilfe von (wenigen) Meßwerten charakterisieren, d.h. aus der Wirkung g soll die Ursache f, symbolisch geschrieben als $f = A^{-1}g$, berechnet werden. In den Naturwissenschaften und der Medizin ist die Bestimmung von A^{-1} besonders schwierig, da bereits der Operator A (meist ein nichtlinearer Differentialoperator) von äußerst komplizierter Struktur ist, und anfangs kaum Erfahrungen bezüglich A^{-1} vorliegen. Außerdem muß es möglich sein, den speziellen Prozeß mathematisch modellieren zu können. Ohne ein mathematisches Modell ist der **Einsatz von Computern fast sinnlos**. Dieser Sachverhalt wird von den meisten Wissenschaftlern und Politikern übersehen. Ein beachtlicher Teil der wissenschaftlichen Potenz wird zur Konstruktion von immer leistungsfähigeren Computern und zur Entwicklung der Software verwendet. Aber mit den grundsätzlichen Fragen der mathematischen Physik, nämlich der Bestimmung der Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle und deren Anwendung für Fragen des täglichen Lebens, haben sich nur wenige beschäftigt. Und mit solchen Untersuchungen fallen Grundsatzentscheidungen bezüglich der Lösbarkeit physikalischer Probleme. Dieses hat auch grundsätzliche Bedeutung für den sinnvollen Einsatz von Geldern! An den realen (komplexen) Problemen der Naturwissenschaften und der Medizin sieht man einfach vorbei. Das Studium solcher schwierigen Probleme kann nur von **erfahrenen und hochqualifizierten Mathematikern** vorgenommen werden, die dazu viel Zeit benötigen.

Die direkte Aufgabenstellung $g = Af$, d.h. die Berechnung eines Systems aus dem Anfangszustand f heraus, entspricht der deduktiven Denkweise. Mit Hilfe von Algorithmen (Rechenvorschriften) kommt man oft zur Lösung des Problems. In dieser Form kann der Computer die Lösung numerisch berechnen. Die inversen Aufgabenstellungen dagegen entsprechen der induktiven Denkweise. Aus Meßwerten g, die meist viel zu schwach sind, sollen Gesetzmäßigkeiten erkannt und berechnet werden [13]. Die Induktion ist wesentlich schwieriger als die Deduktion. Nur in speziellen Fällen und unter starken Zusatzinformationen, die stets vom **konkreten System** kommen müssen, läßt sich eine Lösung gewinnen [2], [4], [13], [15]. Später wird bei der Beschreibung der Computertomographie darauf hingewiesen, daß man zur Bestimmung der Dichte eines ebenen Schnittes des menschlichen Körpers ca. 500.000 leistungsfähige Meßwerte benötigt. Insgesamt läßt sich sagen, daß Strahlungsmessungen (Absorption) zu besseren Ergebnissen führen als Messungen bezüglich physikalischer Felder (Gravitationsfeld, elektrodynamische Felder usw.).

In diesem Vortrag wird eine Systemtheorie für die komplexen Systeme der (offenen) Natur skizziert, die im wesentlichen auf praktischen Erfahrungen beruht. Vom Prinzip her ist jede Materie von komplexer Struktur, da Festkörper ca. 10^{23} Atome pro cm^3, Flüssigkeiten ca. 10^{22} Atome pro cm^3 und Gase unter Bedingungen der Erdoberfläche ca. 10^{19} Atome pro cm^3 enthalten ([17], S. 302). Unser menschlicher Körper enthält ca. 10^{27} Atome, eine nicht faßbare Anzahl. Und dabei kann man vom menschlichen Körper von einem gut funktionierenden komplexen System der Natur sprechen, der vollständig in die Biosphäre eingebettet ist und bei dem täglich eine große Anzahl von Atomen ausgetauscht wird (permanente dynamische Interaktion mit der Umgebung). Dasselbe gilt natürlich auch für Tiere und Pflanzen. Obwohl für Lebewesen und Pflanzen zehntausende chemischer Verbindungen unter Laborbedingungen analysiert worden sind, ist die Anzahl der verschiedenen

Atome und deren geometrische Lage unbekannt. Daher lassen sich die Eigenschaften von komplexen Systemen der Natur niemals im voraus berechnen. Infolge dieses Informationsmangels gibt es für die Materie nur **praktische Erfahrungen auf wissenschaftlicher Grundlage (praxis cum theoria)**. Außerdem können bis jetzt Computer Eigenschaften von Systemen, die nur aus einigen tausend Atomen bestehen, im voraus berechnen [2]. Somit zeigen sich Grenzen der Erkennbarkeit der Natur seitens des Menschen auf [5], [13]. In der Biosphäre sind vor allem die Wechselwirkungskräfte der Gravitation und der Elektrodynamik wirksam [17]. Man nimmt an, daß die vier Wechselwirkungskräfte der Physik (Gravitation, Elektrodynamik, schwache und starke Wechselwirkung im Atom) [13], [17] im gesamten Universum gelten, aus denen **alle** physikalischen Gesetze hergeleitet werden können. Abgesehen vom erdnahen Raum gibt es kaum experimentelle Möglichkeiten der Nachprüfung der Grundgesetze der Physik. Vor allem fehlen uns die physikalischen Materialparameter, die in die Gleichungen der mathematischen Physik eingehen und die zu deren sinnvollen Studium **unbedingt bekannt sein müssen**. Nach Auffassung des Autors ist selbst für die Sonne eine Nachprüfung der dortigen physikalischen Bedingungen kaum möglich. Speziell dürfte die Gesamtmasse der Sonne und der damit verbundenen (uns unbekannten) physikalischen Beziehungen für deren Wirkungsweise von großer Bedeutung sein. Der Schluß vom Zweidimensionalen, wo wir unsere Messungen vornehmen müssen, auf das Dreidimensionale ist nur in Sonderfallen möglich [2], [4]. Aus diesem Grund beruhen viele Ergebnisse in der Geophysik und der Astrophysik auf mathematischen Untersuchungen, die physikalisch nicht nachprüfbar sind, d.h. weder beweisbar noch widerlegbar. Außerdem können wir Messungen nur in endlich vielen Punkten vornehmen, eine weitere Erschwernis für die Behandlung von Problemen aus den Anwendungen. Solche Schwierigkeiten treten stets in der Mathematik auf. Eine Polynom der Ordnung *r.* d.h. $f(x) = a_0 + a_1x + \dots a_rx^r$, ist nicht durch einen einzigen Punkt eindeutig bestimmbar, $r + 1$ Punkte reichen aber dafür aus. In den Naturwissenschaften dagegen benötigt man fast unendlich viele Informationen, um die Materie einigermaßen charakterisieren zu können. Dieses trifft vor allem für die Geowissenschaften (z.B. Erdbebenvorhersage, Wettervorhersage, gesamte Struktur des Erdinneren) und biologische Prozesse auf der Erdoberfläche (z.B. Landwirtschaft) zu, was von den meisten Wissenschaftlern übersehen wird.

Die Teilprobleme, mit denen sich die Wissenschaftler auseinandersetzen, sind stets eine Projektion der realen Welt. Der Schluß von Teilergebnissen auf die gesamte Natur (Universum) ist **nicht möglich**. Daher sind wir den Gesetzen der **Natur total ausgeliefert**. Und diese Bindung an die Natur ist viel stärker als die meisten Menschen es wahrhaben wollen [5], [13]. In Zukunft wird man das Verhältnis Theorie - Praxis wesentlich besser koppeln müssen, z.B. gewisse Mittelwerte einführen und mit denen arbeiten (phänomenologische Physik) [2]. Dieses wurde früher vor der Entdeckung der atomaren Strukturen meist getan. Wir halten uns im Augenblick viel zu sehr bei Teilproblemen, die speziell in der medizinischen Diagnostik wichtig sein können, auf. Damit kann man aber keine Systemtheorie für die realen Systeme der Natur aufbauen. Das nicht systemtheoretische Denken in der Medizin bringt die vielen Fehldiagnosen, die oft zum Tod führen, mit sich. Diese Fehldiagnosen beruhen sehr häufig auf *elementaren Fehlern* (zu schwache Meßwerte) und sind daher nicht notwendig. So kann man z.B. mit Hilfe einer Waage nur die Gesamtmasse eines Körpers bestimmen und nicht mehr. Ähnlich sieht es bei anderen Meßwerten aus.

Um mit Hilfe der Computertomographie die Dichte des menschlichen Körpers in einem ebenen Schnitt bestimmen zu können, werden ca. 700 Röntgenaufnahmen benötigt, wobei jede Röntgenaufnahme von ca. 700 Sensoren empfangen wird. Das bedeutet ca. 490.000 Meßwerte, die mit Hilfe von Algorithmen, die für die Computertomographie existieren, auszuwerten sind. Die Existenz solcher leistungsfähigen Algorithmen für die Computertomographie ist eine große Ausnahme innerhalb der interpretierenden Wissenschaften. Die Grundlagen für die Computertomographie wurden 1919 von J. Radon geschaffen [2], [4] und 1973 von A. M. Cormack [7] und G. N. Hounsfield erneut entdeckt und für die medizinische Diagnostik aufbereitet. J. Radon betrachtete dieses Problem als rein innermathematisches Problem. Die Computertomographie ist vom mathematischen Standpunkt aus relativ gutartig und zeigt daher – abgesehen von der Strahlenbelastung – weitreichende Ergebnisse für die Diagnostik [2]. Nach Max Delbrück (Nobelpreisträger, bis 1937 bei Otto Hahn in Berlin auf dem Gebiet der Atomphysik – danach in den USA auf dem Gebiet der Biologie tätig) kann jedoch ein Lichtquant genetische Veränderungen in der Zelle hervorrufen. Auf von der Werbung hergestellten Plakaten, die in Röntgeneinrichtungen aushängen, steht der Satz: Röntgen ist ungefährlich. Die Erfahrungen mit den Röntgenstrahlen, die seit 100 Jahren vorliegen, haben das Gegenteil gezeigt.

Eine wichtige Aufgabe der Naturwissenschaften und der Mathematik besteht darin, unter Verwendung von Informationen - Meßwerte physikalischer Felder, Muster (z.B. in der medizinischen Diagnostik), verbale Informationen usw. - die Natur möglichst gut zu beschreiben. Dabei spielt die Mathematik als Strukturtheorie eine zentrale Rolle. Erfahrungen von Jahrtausenden sind in die Mathematik einge-

flossen. Wegen des formalen Stils der Mathematiker erkennen viele Naturwissenschaftler und Mediziner nicht mehr die eigentliche Substanz der Mathematik. Unter Verwendung von logischen Beziehungen werden Eigenschaften miteinander verknüpft und analysiert. Außerdem erlauben Algorithmen (Deduktion) die numerische Realisierung mit Hilfe von Computern. Die Leistungsfähigkeit der messenden Physik (theoretische Physik) und deren Grundgesetze, die den meisten Wissenschaftlern unbekannt sind, wurden erst in den vergangenen 10 - 15 Jahren in den Grundzügen analysiert [2], [4], [5]. Die Ergebnisse auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften (inverse Probleme) ziehen wegen des oft vorhandenen Informationsmangels bzw. der Unstetigkeit des Lösungsoperators, der bei direkten Problemen meist sehr gute mathematische Eigenschaften hat, weitreichende Veränderungen in Forschung und Lehre nach sich. Aus beiden Tatsachen folgen viele Fehler in den interpretierenden Wissenschaften (Software der Meßgeräte, keine Entscheidbarkeit bezüglich der Meßwerte), speziell in der Geophysik und der Medizin. In der Medizin wird unter anderem die Leistungsfähigkeit der Meßwerte vom EKG (Elektrokardiogramm) und EEG (Elektroenzephalogramm) weit überschätzt. Solche Meßwerte charakterisieren nur die Leistungsfähigkeit (output) des Herzens (oder einer Maschine) und sind für die Vorhersage eines Herzinfarktes oder den Zustand der Materie kaum zu verwerten. Es handelt sich bei diesen Messungen um Mittelwerte über die atomaren Strukturen, und diese Mittelwerte sind relativ unempfindlich gegenüber kleinen Störungen der Materialparameter. Es gibt im mathematischen Modell sogar unendlich viele Realisierungen der Materialparameter, welche die gleichen Meßwerte erzeugen [2]. Nach einem Herzinfarkt hat sich das Herz verändert, was mit dem EKG feststellbar ist. Um die inneren Materialparameter des elektrischen Feldes im Körper berechnen zu können, die für die Diagnose wichtig sind, müssen wesentlich mehr leistungsfähige Meßwerte vorliegen [4]. Man vergleiche dazu den Aufwand bei der Computertomographie. Solche Aussagen gelten praktisch für alle physikalischen Felder, speziell in der Geophysik.

Auf die Nichtbestimmbarkeit der inneren Materialparameter (Quellen) des Gravitationsfeldes bzw. elektromagnetisches Feldes aus Meßwerten auf der Oberfläche wurde bereits 1876 von G. Stokes und 1910 von P. Pizzetti und G. Lauricella hingewiesen. Letztere Wissenschaftler haben die Menge aller Ladungsverteilungen, die auf der Oberfläche dieselben Meßwerte erzeugen, eingeführt. Eine genauere Analyse dieser Verteilungen gelang dem Autor erst 1976 [2]. An diesem Beispiel sieht man die großen Schwierigkeiten, die bei der Lösung inverser Probleme auftreten. Kennt man jedoch die entsprechenden Felder in jedem Punkt der Materie, so sind die Materialparameter eindeutig bestimmt. Genannter Sachverhalt liegt wegen Informationsmangel niemals vor [2]. Es ist unverständlich, daß in der Medizin voranstehende Fakten bezüglich der Nichtentscheidbarkeit unbekannt sind.

Die Schulmedizin (Diagnostik, Chirurgie, Physiotherapie, Chemotherapie usw.) hat beachtliche Erfolge zu verzeichnen. Die gewonnenen Resultate sind Ergebnisse aus dem Labor, wo Sonderbedingungen gelten. Für eine Diagnose werden wegen der Schwäche der meisten Meßwerte – wie bereits erwähnt – die Ergebnisse aus dem Labor weit überschätzt [8], [10], [16]. Viele Messungen werden aus Bequemlichkeit vorgenommen [10]. Um eine erfolgversprechende Diagnose erstellen zu können, benötigt der Arzt alle verfügbaren Informationen: Genetische Informationen seitens der Familie, Informationen aus dem persönlichen Gespräch, soziale Informationen, Gesamteindruck der Person, Laborwerte, Betrachtung der Schleimhäute usw. Erfahrene Ärzte weisen darauf hin, daß bei einer Erstdiagnose 70% der Fälle entscheidbar sind [6]. In der täglichen Praxis sieht es jedoch viel schlechter aus. Viele Naturwissenschaftler und Ärzte haben das systemtheoretische Denken verlernt, da bei einem komplexen System meist nur Teilaspekte untersucht werden, die für das System mitunter nicht charakteristisch sind. Hieraus folgen die vielen Fehler auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften.

Die Medizin besinnt sich in den letzten Jahren wieder zunehmend auf die Komplexität des menschlichen Körpers [5], [6], [10]. Unter Verwendung der Ergebnisse aus den Naturwissenschaften, der Psychologie, der Ergebnisse der Medizin in Europa, Asien Afrika usw., die auf Erfahrungen von mindestens 4000 Jahren beruhen, läßt sich die augenblickliche Leistungsfähigkeit der Medizin gut klären. Alle praktischen Erfahrungen der Medizin, die für das System menschlicher Körper in gewissen Grenzen Erfolge zeigen (ohne dieses mit Hilfe von Meßwerten klären zu können), sind richtig. Das ist eine zentrale Aussage einer Systemtheorie für komplexe Systeme der Natur. Allerdings müssen solche Aussagen durch Langzeitversuche bestätigt werden. Ärzte, die sich der homöopathischen Behandlungsweise zugewandt haben, erzielen relativ gute Erfolge. Das erste Gespräch, welches bis zu zwei Stunden in Anspruch nimmt, gibt einen guten Einblick über den Zustand des Patienten. Auf diese Weise wird eine gezielte Behandlung möglich; allerdings sind dazu elementare Kenntnisse der Mathematik notwendig. Die Homöopathen arbeiten mit großen Verdünnungen, zum Beispiel D1 = 1/10, D6 = 1/1.000.000 = $1/10^6$, D40 = $1/10^{40}$ einer Substanz. Wenn man annimmt, daß ein Mensch ca. 10^{27} Atome enthält, muß man diese Zahl mit $10^{13} = 10^9 \times 10^4$ multiplizieren, um 10^{40} zu erhalten.

Das bedeutet 1 Milliarde mal 10.000. Also ergeben 10.000 Milliarden Menschen ca. 10^{40} Atome. Nimmt man davon den $(1/10^{40})$-ten Teil, so ergibt das gerade ein Atom. Es gibt zur Zeit ca. 6 Milliarden = 6×10^9 Menschen auf der Erde. Sind vorhergehende Rechnungen (der Ärzte) ernst zu nehmen? Das Hochvakuum enthält ca. 10^5 – 10^{11} Atome pro cm^3 [17].

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, daß es für die komplexen Systeme der Natur (außerhalb des Labors) nur praktische Erfahrungen auf wissenschaftlicher Grundlage gibt (science is patchwork). Die Fragen der Umweltverschmutzung lassen sich wegen ihrer Komplexität und wegen des Mangels von Meßwerten kaum theoretisch behandeln. Zu einer genauen Analyse der Umweltprobleme gehört eine Auflistung der Produkte, die in den vergangenen 150 Jahren in die Biosphäre gelangt sind – einschließlich des Elektrosmogs, der zusätzlich Energie für die chemischen Produkte liefert. Die Natur entwickelt sich nach festen physikalischen und biologischen Gesetzmäßigkeiten [4]. Wenn wir täglich die Rahmenbedingungen durch unsere ‚wissenschaftliche Welt' ändern, entsteht laufend ein neues ‚relatives Gleichgewicht', welches später einmal das Leben auf der Erde in Frage stellt. Dem Autor ist es unverständlich, daß die sogenannte Vernunft des Menschen zur Erhaltung des Lebens auf der Erde fast nicht zu gebrauchen ist. Nur bittere Erfahrungen, die oft nicht reparabel sind, zeigen dem Menschen die Grenzen auf.

So ist zum Beispiel die an den Universitäten gelehrte Chemie eine Chemie wäßriger Lösungen., deren Resultate unter speziellen Bedingungen des Labors gewonnen werden. Das Verhalten der Materie in der Biosphäre, d.h. unter realen Bedingungen auf der Erdoberfläche, ist häufig unbekannt. Dieses zeigen die vielen chemischen Produkte und radioaktiven Substanzen, die von der Industrie hergestellt werden, deren weiteres chemisches Verhalten unbekannt bzw. für den Menschen gefährlich ist.. Die Umweltverschmutzung gehört ebenfalls hierzu, da für die Biosphäre keine Systemtheorie vorhanden und auch **nicht möglich** ist. Die Biosphäre läßt sich nicht beliebig strapazieren.. Bekannt ist jedoch, daß Menschen in einem hermetisch abgeschlossenen Raum nur kurze Zeit leben können. Im übertragenen Sinne gilt das auch für unser Leben auf der Erde. Jede Industrie gibt ihre Abfallprodukte in die Biosphäre (Wasser, Luft), ohne deren Konsequenzen zu kennen.

Warum beschäftigt sich gerade ein Mathematiker mit Fragen der medizinischen Diagnostik? Seit 1970 hat sich der Autor mit den physikalischen Feldern der Erde auseinandergesetzt. Aus Messungen des Schwerefeldes (Gravimetrie) auf der Erdoberfläche soll die Dichte innerhalb der Erde bestimmt werden. Die Seismik sucht aus Messungen elastischer und akustischer Wellen (Erdbeben, Sprengungen) auf der Erdoberfläche bzw. in Bohrlöchern (nur dieses ist möglich) ebenfalls auf die Dichte der Erde zu schließen [1], [5]. Weiterhin sollen elektrische Leitfähigkeit, elektrischer Widerstand usw. aus Strom-Spannungsmessungen bestimmt werden (Impedanz-Tomographie) [2], [4], usw. Vom Prinzip her treten solche Aufgaben ebenfalls bezüglich des menschlichen Körpers auf. Damit ist kurz gezeigt, daß die Gleichungen der mathematischen Physik für alle Systeme der Natur (in der Nähe der Erdoberfläche) gelten. Allerdings läßt sich aus technischen Gründen die Computertomographie nicht für die Geophysik anwenden. In der Geophysik sind wegen hoher Temperaturen, hohen Druckes usw. die physikalischen Gesetze im Erdinneren unbekannt. Außerdem kann man in der Erde keine Versuche vornehmen, was eine weitere Erschwernis ist.

Bei der Interpretation von Meßwerten (Induktion) bezüglich eines mathematischen Modells ist der Wissenschaftler stets auf zusätzliche (a priori) Informationen – die oft nicht vorliegen – angewiesen, welche die Richtung für die Behandlung eines Problems bestimmen und somit grundlegend für eine richtige Auswertung (auch für die medizinische Diagnostik) von Meßwerten sind. In der Mathematik (Statistik, mathematische Physik) nimmt man gewisse mathematische a priori Informationen an und erhält damit (formale) Ergebnisse. Solche Ergebnisse müssen aber wegen der Existenz vieler Lösungen nicht zu **real world solutions** führen, sind also für die Anwendungen nicht von Interesse, d.h. sind **physical nonsense**. Meist wird dieser Sachverhalt übersehen. Je nach verwendeten Verfahren, erhält man eine andere Lösung. Die Anpassung eines mathematischen Modells an die Realität, falls ein solches Modell überhaupt vorhanden ist, bereitet überdurchschnittlich große Probleme. Die meisten Mathematiker und Physiker sind der Auffassung, daß die jetzigen mathematischen Modelle die absolute Wahrheit im Verhältnis Mathematik – Physik widerspiegeln. Dabei vergessen diese Wissenschaftler, daß ein mathematisches Modell nur eine Projektion der realen Welt ist und daß zusätzlich leistungsfähige Meßwerte vorliegen müssen. Nur die Einheit mathematisches Modell – leistungsfähige Meßwerte kann endgültige Aussagen über die inneren Materialparameter erbringen. Die vorhandene Lücke innerhalb der Naturwissenschaften ist viel größer, als man annimmt. Die sich hieraus ergebenden materiellen Verluste sind sehr groß. Eine Neoordnung der Verhältnisses Theorie

– Praxis müßte sofort vollzogen werden. Vor allem Studenten sollten dies von ihren Hochschullehrern verlangen.

Im Gegensatz zur Medizin und Mathematik, deren Leistungsfähigkeit für die Anwendungen geklärt werden kann, sind in den nächsten Jahrzehnten die meisten Aufgabenstellungen in der Geophysik **nicht lösbar** [5], [5]. Das dürfte 80 – 90% der theoretischen Aufgabenstellungen der Geophysik betreffen. Ähnliche Aussagen gelten auch für die Wettervorhersage. In solchen komplexen Systemen muß erst einmal die *Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle unter Beachtung der vorliegenden Meßwerte* untersucht werden. Dann kann eine Theorie des Messens aufgebaut werden mit weitreichenden Folgen für die Durchführung von Experimenten (Versuchsplanung). Voranstehende Aussagen gelten für alle realen Systeme der Natur, auch für die Medizin.

Biologen der Universität Halle, die auf dem Gebiet der Ökologie arbeiteten, stellten 1975 dem Autor die Frage, welche Parameter sollen eigentlich in der Ökologie gemessenen werden, um Schlußfolgerungen für die Natur ziehen zu können. Die in dieser Arbeit skizzierten Ideen geben eine gewisse Antwort darauf. Die bei der Lagerstättenerkundung bzw. in der Bodenmechanik berechneten Werte (Lösung von inversen Problemen) für die in der Erde befindlichen ‚Störkörper´ müssen wegen der Schwäche der Meßwerte durch Proben als richtig nachgewiesen werden. Hier hat es schon viele falsche Berechnungen mit großen finanziellen Verlusten gegeben aus Unkenntnis der Leistungsfähigkeit von Meßwerten. Bekannt sind die falschen Interpretationen von Meßwerten, die auf der Erdoberfläche gewonnen wurden, bei Tiefenbohrungen auf der Kola-Halbinsel [12] (Tiefe ca. 12.300 m) und in der Nähe von Kriwoi-Rog (vor 1984, beide Rußland) und in der Oberpfalz (1994, Tiefe ca. 9.300 m, Bayern). So nimmt zum Beispiel die Wärme schneller zu, die Zusammensetzung des Gesteins (Granit, Basalt) ist vollständig anders als erwartet. Theorie und Praxis stimmten bei den Tiefenbohrungen, wegen des vorhandenen totalen Informationsmangels, überhaupt nicht überein. Dieser Sachverhalt gilt in einem gewissen Sinn auch für die innere Medizin. Weiterhin entspricht wegen der möglichen Phantombilder [11] nicht jedes Bild auf dem Monitor der Realität, ist also oft physical nonsense. Man sollte beachten, daß die Bilder auf den Monitoren häufig nur mathematische Rekonstruktionen sind, die nicht an die Realität angepaßt wurden. Ein erfahrener Arzt (z. B. ein Chirurg) wird manchmal die auf dem Monitor zu sehenden Bilder durch andere Informationen, die vom menschlichen Körper kommen, widerlegen. Bei einer Beachtung der hier skizzierten Ergebnisse lassen sich in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin beachtliche Mittel einsparen, die dringend für erfolgsversprechende Untersuchungen benötigt werden!

Die theoretischen Physiker haben sich viel zu sehr auf Fragen der Quantenphysik, der Relativitatstheorie, der Quantenfeldtheorie usw., die vom mathematischen Standpunkt aus äußert interessant sind, konzentriert und dabei Fragen unseres realen Lebens auf der Erdoberfläche stark vernachlässigt. In jedem Buch der Physik steht die Heisenbergsche Unschärferelation [13], welche die Grenzen von Messungen im Kleinen angibt. Untersuchungen über atomare Prozesse haben beachtliche Ergebnisse hervorgebracht. Mit Hilfe von Lasern lassen sich Entfernungen von 10^9 cm bis auf 1 cm genau bestimmen. Damit kann für den erdnahen Raum (Satelliten) die Relativitätstheorie angewendet werden [13]. Aber fast kein Physiker hat Kenntnisse über inverse Probleme bezüglich der realen Systeme der Natur, was sich besonders auf das nicht systemtheoretische Denken der Ärzte ausgewirkt hat. Parallel zur Physik hat sich seit vielen Jahrzehnten eine technische Physik entwickelt, die engere Beziehungen zu den Anwendungen hat. Und solche Untersuchungen über die realen Systeme der Natur sind dringender denn je. Der Vollständigkeit wegen sei darauf hingewiesen, daß die experimentelle Seite in den Naturwissenschaften große Erfolge zu verzeichnen hat. Um mit Hilfe von physikalischen oder biologischen Prozessen Produkte gleicher Qualität herstellen zu können, müssen sämtliche Randbedingungen - oft auch die lokalen Bedingungen der Natur - gleich sein. Oft enthält ein solcher Prozeß Geheimnisse, die nur einzelnen Menschen bekannt sind, und manchmal durch den Tod einer Person verlorengehen. Diese praktischen Erfahrungen lassen sich nicht theoretisch begründen.

Wie schon erwähnt, beziehen sich unsere wissenschaftlichen Fortschritte meist auf Ergebnisse aus dem Labor (auf der Erdoberfläche bzw. den erdnahen Raum). Vom Erdinneren und den dort herrschenden physikalischen Gesetzen wissen wir fast nichts. Dasselbe gilt in der Astrophysik für große Entfernungen. Die theoretischen Aussagen dieser beiden Gebiete beruhen zum großen Teil auf Hypothesen, die wegen Informationsmangels meist nicht beweisbar sind [4]. In der messenden Physik (inverse Probleme, Diagnostik) haben wir wegen Informationsmangel häufig die Aussage: **weder beweisbar noch widerlegbar**. Diese Aussage ist typisch für viele mathematische Probleme, etwa der Cantorschen Kontinuums-Hypothese (K. Gödel (1931), P. Cohen (1963), [2], [13]). Solche

Ergebnisse zeigen deutlich die Grenzen der Erkennbarkeit der Natur durch den Menschen [5], [13]. Mathematische Strukturen bilden die Basis für diese grundsätzlichen Betrachtungen.

Der Autor hat die Entwicklung einiger Mathematiker, die von 1950 - 1957 ihr Studium beendet haben, verfolgt. Einige von ihnen wandten sich anfangs den Gleichungen der mathematischen Physik, die infolge ihrer Nichtlinearität von hohem Schwierigkeitsgrad sind, zu. Die meisten von diesen Mathematikern betrachteten anschließend spezielle Probleme der leichteren Strukturmathematik (Funktionalanalysis (d.h. soft analysis)) und machten damit große Karriere. Der Autor begann 1970 als Angehöriger der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1963 - 1972), nachdem er vorher 18 Jahre lang reine Grundlagenforschung im Sinne der französischen Mathematik auf dem Gebiet der partiellen Differentialgleichungen und der Funktionalanalysis betrieben hatte, mit dem Studium angewandter Probleme, speziell den inversen Problemen. In der Raumfahrt mußten inverse Aufgaben unbedingt gelöst werden, was zu einer breiten Entwicklung dieses Gebietes in Rußland ab ca. 1963 führte.

Der Autor ahnte 1970 nichts von den prinzipiellen Schwierigkeiten, die bei inversen Problemen vorhanden sind und den Einsatz der Ergebnisse der gesamten Mathematik notwendig machen. Die Absolventen der Mathematik und der Physik finden in den Anwendungen meist inverse Probleme vor [2], [13], ohne Kenntnisse über dieses Gebiet zu haben. Sie scheitern daher oft infolge des hohen Schwierigkeitsgrades dieser Aufgabenstellungen, was eigentlich ein großer Skandal ist. Der Autor macht die Weltwissenschaft und die Politiker seit mehr als 20 Jahren darauf aufmerksam. An den Universitäten der Welt wird hierüber fast nichts gelehrt, obwohl dieses die zentralen Fragen unseres Lebens sind [2], [4], [5], [13]. Aus diesem Grund wenden sich viele von den Absolventen der Informatik zu, bei der Teilgebiete zu entscheidbaren Aufgabenstellungen führen. Das Gebiet der Informatik ist allein nicht in der Lage, schwierige Probleme aus den Anwendungen zu lösen. Informatiker versuchen mit (schwachen) algebraischen Strukturen, die überdurchschnittlich schwierigen Aufgaben der mathematischen Physik zu lösen, was vom Prinzip her unmöglich ist. Die Grundsatzentscheidung, ob ein Problem der mathematischen Physik lösbar ist*, wird am mathematischen Modell einschließlich der zur Verfügung stehenden Meßwerte entschieden.* Und an diesen Modellen ist in Zukunft intensiv Grundlagenforschung unter Beachtung aller Ergebnisse der Mathematik, die auf Teilgebieten ein hohes Niveau erreicht hat, zu betreiben. In einem gewissen Sinne wird damit das Verhältnis Theorie - Praxis entschieden. Angewandte Probleme lassen sich wegen ihrer Komplexität nur interdisziplinär bearbeiten [2], [4], [9] [13], was im Augenblick nicht Mode ist und daher nicht durchgesetzt werden kann.

Wesentlichen Anstoß zu diesen systemtheoretischen Untersuchungen gab die schwere Krankheit des Autors. Ein 1945 in Kriegsgefangenschaft erworbener Nierenstau (zu enge Harnröhre) wurde erst nach 37 Jahren kurz vor dem physischen Ende diagnostiziert, obwohl dieser Stau bereits 1962 mit klassichen Mitteln (Röntgenaufnahme, Spiegelung) feststellbar war. Während der ersten 35 Jahre waren fast alle Kontrollen sinnlos, da wegen der Schwäche der meisten Meßwerte stets beste Gesundheit diagnostiziert wurde. Unser Körper reagiert sofort auf geringfügige Veränderungen, die im Anfangsstadium meist nicht mit Hilfe von Meßgeräten nachweisbar sind. Ein sehr geringer Anstieg des Druckes in den Nieren zieht sofort Veränderungen im Stoffwechsel des Körpers mit weitreichenden Folgen für die Ernährung der Zellen nach sich. Der Autor hat niemals diesen zentralen Gesichtspunkt von Medizinern erfahren. Er weiß es nur durch die grausamen Erfahrungen mit seinem Körper. Eine systemtheoretische Denkweise muß alle diese Dinge beachten. Daher ist der Arzt immer auf praktische Erfahrungen am System menschlicher Körper angewiesen. Bioindikatoren - auch unser menschlicher Körper – bilden stets ein wichtiges Hilfsmittel zur Erkennung von Veränderungen am System, da solche Bioindikatoren für die komplexen Systeme der Natur sensibler reagieren. Eine Zelle enthält ca. $(0{,}01)^3\ 10^{22} = 10^{16}$ Atome, die alle in die Wechselwirkungen mit der Umgebung einbezogen werden. Bei einer richtigen Herangehensweise der Mediziner (ars medica) lassen sich in der Bundesrepublik Deutschland jährlich viele Milliarden DM einsparen. Wir benötigen in den Naturwissenschaften und der Medizin nur ca. 50**%** der Supercomputer, ca. 50**%** der medizinischen Großgeräte und ca. 50**%** der Medikamente. Wenn man für eine Erstdiagnose mit dem Patienten ein langes Gespräch führt, was nach Angaben von Medizinern (Homöopathen) 200 - 800 DM kostet, lassen sich oft die vielen tausend DM für eine Aufnahme eines medizinisches Großgerätes einsparen. Die in dieser Arbeit dargestellten Gedanken beruhen wesentlich auf den Erfahrungen des Autors mit den Naturwissenschaften und der Medizin (theoria cum praxi) und dürften somit allgemein gültig sein. Seit langer Zeit haben auch andere Wissenschaftler auf die große Lücke innerhalb der Naturwissenschaften hingewiesen, sind also den Leitungsebenen bekannt. Bisher haben Wissenschaftler und Politiker (Bundesregierung in Bonn, Landesregierung in Magdeburg und der Senat von Berlin) nichts für die dringend notwendigen Korrekturen getan. Viele Wissenschaftler sträuben sich gegen eine

Aufarbeitung der hier skizzierten Problematik, da diese dann ihre eigenen Fehler eingestehen müssen. Und die in der medizinischen Diagnostik begangenen Fehler sind wirklich **gravierend,** wobei viele von ihnen auf elementaren (nicht notwendigen) Fehlern beruhen. Der Patient wird meist ins Labor ‚abgeschoben'. Dabei gehen viele Informationen vom menschlichen Körper für die Diagnostik verloren. Daher ist das vor 60 Jahren praktizierte Hausarztsystem aktueller denn je.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß auch die Probleme der Kriminalistik im weiteren Sinne zum Gebiet der inversen Probleme gehören. Dasselbe gilt auch für die Sprachforschung (z. B. automatische Übersetzung), die Geschichte, die Archäologie usw. Mit Hilfe der vorliegenden Informationen läßt sich das Leben in Rom vor 2000 Jahren nicht vollständig rekonstruieren.

Wegen der Mehrdeutigkeit vieler Wörter ist der Inhalt einer Tageszeitung mit Hilfe von Computern nicht (eindeutig) in eine andere Sprache übersetzbar. Eine automatische Übersetzung ist für spezielle (wissenschaftliche) Texte aber möglich. Daher sind wegen Informationsmangels auch viele Probleme der Geisteswissenschaften nicht lösbar. Wichtige Zusatzinformationen ermöglichen manchmal die Lösung des entsprechenden inversen Problems.

Zwischen den hier skizzierten Überlegungen bezüglich der interpretierenden Wissenschaften und der Philosophie bestehen viele Berührungspunkte. Vom Autor [5] gibt es dazu folgenden Ausführungen: Philosophie und Religionen haben stets das Verhältnis Mensch - Natur zu interpretieren gesucht. Solche Interpretationen beschreiben als Projektionen der realen Welt immer nur Teile unseres Lebens. Bei Beachtung der Grundgesetze der Natur (praktische Erfahrungen) können die Menschen in den verschiedenen gedanklichen Vorstellungen leben; das zeigt die Entwicklung der verschiedenen Kulturen. Auf die Tatsache, daß der Mensch nur Projektionen der realen Welt erkennen kann, hatte der griechische Philosoph Platon bereits vor 2400 Jahren in seinem Buch Der Staat *(Siebentes Buch) hingewiesen. H. Moritz schreibt in seinem Buch [13], S. 207: ... In this way we may tentatively define: Philosophy is the set of all possible (true, interesting) theories (models, perspectives) regarding the universe. Im Zusammenleben der Menschen sind voranstehende Ausführungen unbedingt zu beachten!. Davon kann das Überleben der Menschheit in der von uns praktizierten wissenschaftlichen Welt abhängen!*

Auf Wunsch der Universitätsbibliothek der Universität Halle-Wittenberg übergab der Autor im März 1990 sein Buch [2] als Geschenk. Auf der ersten Seite des Buches findet man folgenden Satz: Es war lebensgefährlich an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, fast wie vor 350 Jahren, sich mit ungelösten Problemen der Wissenschaften zu beschäftigen.

Eine Hauptaufgabe der Wissenschaft besteht in der Analyse von Informationen (Meßwerte, Muster, verbale Informationen usw.) und die Bestimmung deren Leistungsfähigkeit. Die zum Teil geringe Leistungsfähigkeit der messenden Physik wird wesentliche Veränderungen in Richtung praxis cum theoria nach sich ziehen.

Literaturverzeichnis

[1] G. Anger, *Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie inversen Aufgabenstellungen.* (transl. into English), In: Gerlands Beitr. Geophysik **85** (1976), 1 - 20.
[2] G. Anger, *Inverse problems in differential equations*. Akademie-Verlag, Berlin und Plenum Press, London, 1990.
[3] G. Anger, *A measure theoretric approach for studying inverse problems of the heat equation and the wave equation* In: Ill-posed problems in natural sciences; Proc. Int. Conf. Moscow, August 19 - 25, 1991; VSP Utrecht and TVP Science Publishers Moscow, 233 - 243 (1992).
[4] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers (eds.), *Inverse problems: Principles and applications in geophysics, technology and medicine*. Akademie-Verlag, Berlin 1993.
[5] G. Anger, *Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang*. In: D.D. Ang et al., Inverse problems and applications to geophysics, industry, medicine and technology. Proc. Int. Workshop on Inverse Problems, January 17 - 19, HoChiMinh City, Publ. The HoChiMinh City Math. Soc. **2** (1995), 24 - 32. (Diese Ideen wurden ebenfalls zur Tagung Dynamic systems identification and inverse problems, St. Petersburg (Rußland), 22. - 26. August 1994, vorgestellt (siehe auch deren Proceedings)).

[6] H. Buchborn, *Mustererkennung in der klinischen Diagnostik*. Nova acta Leopoldina NF 76, Nr. 281 (1992), 317 - 330.
[7] A. M. Cormack, *Computed tomography: some history and recent development.* In: L. A. Shepp, Computed tomography. Proc. Symp. Appl. Math. **29**, Amer. Math. Soc., Providence, R. I., 1982.
[8] H. Deutsch, *Leibrich: Ein Computerprogramm zur Differentialanalyse medizinischer Syndrome.* Dissertation, Medizinische Fakultät der Universität Köln, 1989.
[9] W.L. Duren jr., *The most urgent problem for the mathematics professors*. Notices American Math. Soc. **41**, no. 6 (1994), 582 - 586.
[10] U. Heyll, *Risokofaktor Medizin*. Ullstein Verlag, Berlin 1993.
[11] A. Louis, *Ghosts in tomography - the null space of the Radon transform*. Math. Meth. Appl. Sci. **3** (1981), 1 - 10.
[12] J. Koslovski, In: Nauka i shism (Wissenschaft und Leben) **11**, 1985, wiedergegeben in F. Herold, *Kola-Bohrung korrigiert geologische Theorien*, in Zeitung Neues Deutschland 7/8. Dezember 1985, S. 12.
[13] H. Moritz, *Science, mind and the universe - An introduction to natural philosophy*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg 1993.
[14] F. Natterer, *Tomography with few data*. In: [4], S. 275 - 283.
[15] B.-W. Schulze und G. Wildenhain, *Methoden der Potentialtheorie für elliptische Differentialgleichungen beliebiger Ordnung*. Akademie-Verlag, Berlin 1977.
[16] V. Weidtman, *Biometrie und klinische Forschung*. Abschiedsvorlesung an der Medizinischen Fakultät der Universität Köln, 1985.
[17] C. Weißmantel et al., *Struktur der Materie*. Bibliographisches Institut, Leipzig, 1982.

17.

Does there Exist a Systems Theory for Technical Systems, the Systems of Nature and the Universe?

Gottfried Anger

In. H. G. Natke and Y. Ben-Haim, Uncertainty: Models nad Measures, pp. 109 - 123, Akademie-Verlag, Berlin 1997.

```
\documentstyle[12pt]{article}
\textheight24cm
\textwidth17cm
\oddsidemargin-0.5cm
\topmargin-1cm
\begin{document}
\parindent0cm
\begin{center}{\Large\bf Does There Exist a Systems Theory \\for Technical
Systems, the Systems of Nature\\ and the Universe?}\end{center}

\vspace{0.5cm}
\begin{center}Gottfried Anger\\Rathausstr. 13, Wg. 11/09\\D-10178
Berlin\end{center}

\vspace{0.4cm}
\begin{abstract}
The paper deals with models of mathematical physics and their application
to
problems in natural sciences and medicine. In order to determine the
efficiency
of a model one  needs the results of inverse theory. It is exceptional that
an inverse problem
can be uniquely solved. If such a problem has a unique solution, then the
inverse operator is discontinuous. Often there exist ´ghosts´ (phantoms)
which are no real world solutions.
These facts have consequences in physics, astrophysics, geophysics, medical
diagnosis, and so on.
For the complex systems of nature no mathematical systems theory is
possible.
In the interpretative sciences the scientist largely depends on practical
experience.
Therefore one has to replace the well known sentence ´theoria cum praxi´ by
´praxis cum theoria´.
\end{abstract}

\vspace{1cm}
{\Large\bf 1. Introduction}

\vspace{0.9ex}
Every matter of nature has a very complex structure. A solid body contains
approximatively
$10^{23}$ atoms per $cm^3$, a fluid approximatively $10^{22}$ atoms per
$cm^3$,
and gases near the Earth´s surface approximatively $10^{19}$ atoms per
$cm^3$ [32].
The mass of the Earth is $5,99\cdot 10^{24}\,kg$, the mass of the sun
$1,99\cdot 10^{30}\,kg$.
Up to 1992 scientists analysed about $8\cdot 10^6$ chemical products [23].
These results are
```

```
not sufficient to completely characterize the human body, which is very
complex
in its physical and biological structure.

\vspace{0.9ex}
Four basic forces are known in physics
\begin{center}gravitation, electromagnetism, strong force, weak
force.\end{center}
Gravitation and electromagnetism are the main interaction forces on the
Earth´s surface.
Physicists assume that these basic forces hold on the whole universe $U$,
but there availability
can be proved only in a laboratory on the Earth´s surface and near this
surface by
using satellites. In the Earth´s interior no experiments are possible,
where
high temperatures and high pressures dominate. Further, in astrophysics
at large distances never an experiment is possible. In both cases we have
to interpret physical information $g$, and this information is very weak.
Therefore the interpretation of this information can only be very weak,
which is not sufficient to completely determine the real physical processes
outside the Earth. Therefore we live in an almost empiric world
similar to 10.000 or 1.000.000 years ago. For many physical processes -
outside a laboratory
using measuring data for interpretation - the statement of Cantor´s
Continuum Hypothesis holds:
{\sl neither provable, nor refutable} [1].

\vspace{0.9ex}
The complexity of nature can never be completely described mathematically
[6], [7].
This is evident from earthquake prediction, weather forcasting and the
results of deep
drilling [14]. The reason is an almost total lack of information. In these
cases one sees the limits in the use of computers. In order to study
problems
of nature one needs an effective mathematical model and effective measuring
data.

\vspace{0.9ex}
In nature the sense organs of an animal or a man have to interprete
electromagnetic
waves, acoustic waves, and chemical products in order to survive. In this
case
mathematics is not necessary. The interpretation is realized by the special
system using physical and chemical processes. If one wishes to replace
the sense organs by measuring instruments, one needs a mathematical model
and
must study inverse problems for the optimal use of measuring data. The
necessary
high-level models require profound mathematics. Such investigations
of equally deep and broad character can be done only by highly qualified
and experienced scientists. Mathematics is the basis for all interpretative
sciences,
especially for medical diagnostics, using machines and measuring
instruments.

\vspace{0.9ex}
It may be that in nature there are further unknown forces, especially in
biology.
In biology simple basic forces are not known, but they probably exist. A
cell contains
```

approximatively 10^{13} atoms, our human body approximatively 10^{27} atoms,
for which an almost perfect order exists. From these facts it follows that the human body
contains 10^{14} cells. It is almost impossible to develop a systems theory for
the human body as an wholeness (the complex systems of nature), for special questions this is possible.
Therefore the medical doctor (respectively scientist) largely depends
on practical experiences (praxis cum theoria) [1], pp. 225, 226. In order to determine
the material parameters of a complex system one needs the physical fields
at all points of matter [1], pp. 148, 149, 216.

\vspace{0.9ex}
The inner parameters f of a system produce a physical field and measuring data g,
formally written in the form
\begin{equation}Af = g.\end{equation}
The determination of g by the physical process A and the inner parameters f
is called a direct problem, while the determination of f
by g is called the inverse problem. Often one writes for f the symbol
\begin{equation}f = A^{-1}g.\end{equation}
Inverse problems differ, as a matter of principle, from direct problems.
The reason is the weakness of most measuring results g and often
the discontinuity of the inverse operator A^{-1}, i.e., f does not continuously
depend on g. This fact follows from a theorem of F. Riesz (1918)
on compact operators [1], [3]. Because of the great computational efforts, computer can calculate
only stable problems. For inverse problems we need additional information,
which enforce the continuous dependence of the solution f on the measuring data g,
a central role in applications. We have to verify the correctnes of additional
information and the effectiveness by using the special experiment considered.
Many interpretations of measuring data are only mathematical reconstructions
not of interest for applications [3], [4]. Further, supercomputers give sometimes
wrong results. These wrong results can be avoided by using right arithmetic processes [15], p. 10.

\vspace{0.9ex}
In practice one has only finitely many measuring data. From the lack of information
´ghosts´ or ´phantoms´ follow, which have nothing to do with reality [24]. In [17]
this was proved relative to computed tomography. It may be that this result
holds for all inverse problems, where the direct problem is represented
by a finite sum of integrals. In numerical analysis these integrals are
approximatively calculated by finite sums, where the values of the function f
are calculated at a finite number of points y_j. If one adds a function h vanishing
at the points y_j then $f + h$ gives the same sum. But in applications this situation is
devastating. From this fact many wrong decisions follow, especially in
medical diagnostics [24], [28], [29]. Therefore the medical doctor largely
depends on practical experience.

```
\vspace{0.9ex}
Many problems in engineering have a hierarchic structure. In this field one
can compose
several physical processes. Often it is sufficient to apply solutions of
direct problems,
which are stable. In designing machines and instruments one finds certain
additional
degrees of freedom as far as geometrical dimensions and materials are
concerned.
The great success in design engineering is due to this fact [1], [8], [19].
Design perception corresponds to deductiv perception in mathematics.
On the other hand, interpretative sciences such as geophysics, soil
mechanics,
meteorology, space research, biology, medicine, etc., are facing particular
difficulties. There one tries to determine a great number of inner
parameters
from a small number of measurements. The information content
of technical systems is not so large as the information content of a system
of nature.
Lack of information often results in ambiguity, so different inner
parameters
produce the same measured values. This ambiguity can only be eliminated
by means of additional information to be obtained from experiment. One can
find
sensitivity measures for special inverse problems in [12].

\vspace{0.9ex}
The followers of Hippocrates (460 - 377 B.C) [10], p. 72, {\sl contend that
the ´history´ of induvidual
illnesses can be precisely studied only by carefully and precisely
registering
all symptoms: according to them, the illness as such is beyond our reach}.
The same facts hold
today. During the past 200 years scientists have got many special results
concerning
the human body, which can be successfully applied for special problems in
medicine [21], p. XXV, [28], [29], [31]. But most medical doctors
are not aware that for our body (as well as for every complex system of
nature) no mathematical systems theory
exist. The information content of our body is too large, the measuring data
are too weak. Therefore we
have to replace {\sl theoria cum praxi} by {\sl praxis cum theoria} [28],
[29].
Up to 1857 the human body could not be opened in China [30], p. 40, in
order to understand
the physical and biological processes inside the body. The medical doctors
in China had to
register all symptoms which are available. This corresponds to a systems
theoretic approach
for special questions in medicine. In future we need a systems theoretic
approach for problems in natural sciences and medicine. In general such
approaches are possible only for
the complex systems on the Earth´s surface. Therefore a systems theory does
not exist for other complex systems of nature outside the Earth´s surface
[3], [4].

\vspace{0.9ex}
30 - 40 years ago the following argumentation was quite customary with
physicists
and medical researchers. Nature exists, hence it can be completely
characterized
```

```
by a mathematical model (with only a few empirical parameters). This leads
to the mistakes
mentioned above.

\vspace{0.9ex}
The computer is perfectly suited for numerical solution of linear and also
nonlinear systems of
equation on $\mbox{\boldmath$R^n$}$ (n-dimensional Euclidean space), for
direct problems of partial differential equations, and so on.
Since, however, in applications one usually has to solve inverse problems
which do not have a unique solution or for which the solution does not
depend continuously on the data,
each inverse problem must be attached anew. Thus, we need in future a large
number of mathematicians who work on inverse problems and must,
in this way, develop large new areas of mathematics. Furthermore, in future
concurrent experiments must be taken into account more than it is done
nowadays.

\vspace{1cm}
{\large{\bf 2. First Considerations on Inverse Problems}}

\vspace{0.9ex}
One can obtain basic physical laws by simple considerations. Let
\begin{displaymath}K(x^o,r_1) \subset K(x^o,r_2) \subset
\mbox{\boldmath$R^3$}\end{displaymath}
be two closed balls in the Euclidean space $\mbox{\boldmath$R^3$}$, $v_1$
the flux of force
through the boundary $\partial K(x^o,r_1)$, $v_1$ = const. on this
boundary,
$v_2$ = const. the flux of force through $\partial K(x^o,r_2)$. Further,
let
\begin{displaymath}v_1\,dS_1 \;\mbox{be the flux through the surface
element}\; dS_1.\end{displaymath}
If the flux of force through both spheres is equal we get
\begin{displaymath}v_14\pi r_1^2 = v_24\pi r_2^2.\end{displaymath}
From this equality it follows that
\begin{equation}v_2 = v_1\frac{r_1^2}{r_2^2} \sim \frac{1}{r^2} =
\frac{1}{|x^o - y|^2} = K(x^o,y).\end{equation}
Equation (3) is the fundamental law in gravitation and electrostatics. If
the flux of force is not constant,
the following relations hold for bounded and continuous functions $v:
\mbox{\boldmath$R^3$} \mapsto \mbox{\boldmath$R$}$
\begin{displaymath}\int\limits_{\partial K(x^o,r_1)}^{} v(y)\,dS_1(y) =
\int\limits_{\partial K(x^o,r_2)}^{} v(y)\,dS_2(y).\end{displaymath}
Applying the first theorem of the mean (for integrals) we get
\begin{displaymath}v(\eta_1)4\pi\; r_1^2 = v(\eta_2)4\pi\;
r_2^2,\end{displaymath}
where $\eta_1 \in \partial K(x^o,r_1),\; \eta_2 \in \partial K(x^o,r_2)$.
From this equations it follows that
\begin{equation}|v(\eta_1)|\;r_1^2 = |v(\eta_2)|\;r_2^2 \quad\mbox{or}\quad
|v(\eta_2)| = |v(\eta_1)|\;\frac{r_1^2}{r_2^2} .\end{equation}
The constants $c_1$ and $c_2$ are determined by
\begin{equation} c_2|v(\eta_2)| = \mbox{max}\{|v(\eta)|, \,\eta \in
\mbox{\boldmath$R^3$}\},\; c_1|v(\eta_2)| = \mbox{min}\{|v(\eta)|,\,\eta
\in \mbox{\boldmath$R^3$}\}.\end{equation}
From (4) and (5) we obtain
\begin{equation}c_1|v(\eta_1)|\;\frac{r_1^2}{r_2^2} \;\le\; |v(\eta)|
\;\le\; c_2|v(\eta_1)|\;\frac{r_1^2}{r_2^2}.\end{equation}
From this relation we get the famous Newtonian law
\begin{equation} v(y) \sim \frac{1}{r^2} = \frac{1}{|x^o -
y|^2}.\end{equation}
This basic law is also applied in astrophysics to determine the distance of
some stars
```

```
from the Earth. Since the intensity of light of stars is decreasing with
$\frac{1}{r^2}$, one can determine the distance of the star from the Earth.

\vspace{0.9ex}
Let $K_j$ be the projection of $K$ on the $x_j$-axis, $x^o = 0$ for
simplicity,
\begin{displaymath}{\cal K} = (K_1,K_2,K_3).\end{displaymath}
The potential energy of two point masses ($m_1 = m_2 = 1$) in
$\mbox{\boldmath$R^3$}$
is given by the line integral along a path ${\cal C}$ not containing $x^o$
\begin{equation}H(x,y) = \int\limits_x^z (K_1\,dx_1 + K_2\,dx_2 +
K_3\,dx_3) = \frac{1}{|z - x^o|} - \frac{1}{|x - x^o|}.\end{equation}
This line integral is independent from the special path ${\cal C}$
connecting $x$ and $z$.
We define the Newtonian kernel in $\mbox{\boldmath$R^3$}$ by
\begin{equation}G_L(x,y) = \frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{|x - y|},\end{equation}
the Newtonian potential $G_L\mu$, a potential energy, at a point $x \in
\mbox{\boldmath$R^3$}$ relative to a measure $\mu$ by
\begin{equation}G_L\mu (x) = \int G_L(x,y)\,d\mu (y).\end{equation}
Special measures are $d\mu_{\rho}(y) = \rho (y)\,dy,\; dy$ volume elment,
$d\mu_{\sigma}(y) = \sigma (y)\,dS(y),\;dS(y)$ surface element, $\mu =
\delta_{x^o}$ the Dirac measure
with $\delta_{x^o}(f) = f(x^o)$.

\vspace{0.9ex}
The potential $G_L\mu$ satisfies for sufficiently smooth $\varphi$
vanishing
outside a bounded set depending on $\varphi$
\begin{equation}\int\limits_{R^3} G_L\mu (x)(-\Delta\varphi (x))\,dx = \int
(\int\limits_{R^3}G_L(x,y)(-\Delta\varphi (x))\,dx)\,d\mu (y)\end{equation}
\begin{displaymath}= \int\limits_{R^3}\varphi (y)\,d\mu
(y).\end{displaymath}
The important relation
\begin{equation}\int\limits_{R^3}G_L(x,y)(-\Delta\varphi (x))\,dx = \varphi
(y)\end{equation}
follows from Green´s third identity. If the function $\varphi$ is zero
outside a bounded domain
$\Omega \subset \mbox{\boldmath$R^3$}$ then the density (charge) $\rho_o =
- \Delta\varphi$ produces
a Newtonian potential $G_L\mu_{\rho_o} (x) = 0$ for $x\not\in\Omega$.
Sometimes such
densities are called non-radiating. Then $\rho + \rho_o$, a ´ghost´,
produces the same potential as
$\rho$ outside $\Omega$. This fact has many consequences
in medical diagnosis. In electrocardiology or in electroencephalographic
research using measuring data of the electrical field
this fact is not well known, from which many wrong diagnosis follow. The
measuring data
are too weak in order to uniquely determine the inner (material)
parameters of the heart or the brain [1], [28], [29]. The measuring data
are the output of the
system ´heart´ or ´brain´ and not more. This approach is similar to the use
of a scale.
With the scale only the total mass of a body (relative to the gravitational
field) can be determined and not more!

\vspace{0.9ex}
The simplest differential equation is given by
\begin{equation}u´ = f,\;u(a) = 0,\; f(x) = 0 \;\mbox{for}\; x < a, \;f\;
\mbox{continuous on}\; [a,b], \;a = 0.\end{equation}
Its solution is given by
\begin{equation}u(x) = \int\limits_0^xf(y)\,dy = \int \Theta (x -
y)f(y)\,dy = Af(x),\end{equation}
```

where $\Theta (x - y) = 0$ for $x \le y$, $\Theta (x - y) = 1$ for $x > y$.
From the first theorem of the mean we get
\begin{equation}u(x + h) - u(x) = \int\limits_x^{x+h}f(y)\,dy = h\,f(y^*),
\; a \le y^* \le b.\end{equation}
The continuity of f yields for $h \rightarrow 0$
\begin{displaymath}\frac{u(x + h) - u(x)}{h} \rightarrow u´(x) =
f(x).\end{displaymath}
Therefore the inverse operator of A is
\begin{equation}f = A^{-1}u = u´.\end{equation}
Let $\|u\|_C = \mbox{max}\,\{|u(x)|, \, a \le x \le b\}$ and $\|u\|_{C^1} =
\|u\|_C + \|u´\|_C$.
It is well known that the mapping $u \rightarrow A^{-1}u = u´$ is
discontinuous in the norm $\|\cdot\|_C$.
The counterexample is $u_k(x) = (1/\sqrt{k})\,\mbox{sin}\,kx$. For $k
\rightarrow \infty$ we get $\|u_k\|_C \rightarrow 0$, while $\|u_k^{´}\|_C
\rightarrow \infty$.
If we introduce on C^1 the norm $\|\cdot\|_{C^1}$, then
\begin{displaymath}\|f\|_C = \|A^{-1}u\|_C = \|u´\|_C \le \|u\|_C +
\|u´\|_C = \|u\|_{C^1},\end{displaymath}
i.e., A^{-1} is continuous relative to this norm. In applications only
u can be measured.
Without additional conditions the inverse operator A^{-1} is
discontinuous.

\vspace{0.9ex}
If $\|f\|_C \le M$ from (15) it follows that
\begin{equation} |u(x + h) - u(x)| \le h\,M.\end{equation}
The functions u represented in the form (14) are equicontinuous.
The operator A transforms a bounded set into a relatively compact set,
i.e., A is a compact
operator. For such operators a highly developed theory exists [1]. It is
well known
that the inverse operator A^{-1} of a one-to-one compact operator A is
discontinuous. This basic theorem was proved by F. Riesz in 1918 [1].

\vspace{0.9ex}
Often the solution of a direct problem $Af = g$ can be represented by
integrals
(averages over the atoms of a solid body)
\begin{equation}Af(x) = \int\limits_a^b K(x,y)f(x)\,dx.\end{equation}
The discretized operator A_k has the form
\begin{equation}A_kf(x) = \sum_{j=1}^{N} c_kf(y_j).\end{equation}
If we add a function h vanishing at the points y_j, then $A_k(f + h) =
A_kf$.
Without additional information on f one cannot uniquely determine the
unknown function $f: [a,b] \mapsto \mbox{\boldmath$R^1$}$. Therefore
´ghosts´ or ´phantoms´
exists for an inverse problem. This has consequences in medical diagnostics
[24], [28], [29].
Similar results hold on $\mbox{\boldmath$R^n$}$.

\vspace{0.9ex}
Let A be the operator defined in (14). Its inverse is calculated in (16)
and has the form
$f = A^{-1}u = u´$, which is discontinuous on $C([a,b])$. After 1960 A. N.
Tikhonov,
V. M. Ivanov and M. M. Lavrent´ev [1], [16], [26], [27] introduced the
notion of a regularizing
family of operators. In our special case we replace the equation $Af = u$
by $Bf = \alpha f + Af = u$,
\begin{equation}\alpha f_{\alpha} + Af_{\alpha} = u = (\alpha I +
A)f_{\alpha} = u.\end{equation}

```
Its solution is given by $f_{\alpha} = (\alpha I + A)^{-1}u$.
Differentiating
this equation we obtain
\begin{displaymath}\alpha f_{\alpha}^{´} + f_{\alpha} = u´.
\end{displaymath}
The solution of the homogeneous differential equation is $f_{\alpha} =
\mbox{exp}\,(-\frac{x}{\alpha})$.
The solution of the inhomogeneous differential equation is
\begin{equation}f_{\alpha}(x) = c_o\,\mbox{exp}\,(-\frac{x}{\alpha}) +
\int\limits_o^x \frac{u´(y)}{\alpha}\,\mbox{exp}\,(-\frac{x -
y}{\alpha})\,dy.\end{equation}
For $\alpha \rightarrow 0$ this expression tends to $u´(x)$. Integration by
parts yields
an integral containing only the function $u$ depending continuously on
$\|\cdot\|_C$.

\vspace{0.9ex}
\underline{{\bf Definition 1}}: Let $X$ and $Y$ be two Banach spaces, or in
a more general sense,
two metric spaces. Further, let $A: X \mapsto Y$ be a mapping from $X$ into
$Y$.
Following J. Hadamard (1923) the equation $Af = g$ describing the
corresponding
problem is called {\sl well-posed}, if :
\begin{enumerate}
\item For every $g \in Y$ there exists at least one $f$ satisfying the
equation $Af = g$ {\sl (existence)}.
\item The element $f$ satisfying $Af = g$  is uniquely determined {\sl
(uniqueness)}.
\item The solution $f$ depends continuously on $g$ {\sl (stability)}.
\end{enumerate}
If one of these three definitions is not fulfilled, the problem is called
{\sl improperly posed, not-well posed} or {\sl
ill-posed}.


\vspace{0.9ex}
Only relatively recently it was recognized that there are important
problems in applications
that are not well-posed [1], [2], [11], [13], [16], [22], [26], [27].

\vspace{0.9ex}
Most inverse problems of mathematical physics are ill-posed. This follows
from  a theorem of F. Riesz proved in 1918.
If the direct problem is represented by a compact operator $A$, then its
inverse $A^{-1}$ is discontinuous [1].
Therefore one needs regularization methods.

\vspace{0.9ex}
\underline{{\bf Definition 2}}: A family $\{R_{\alpha}\}$ of (linear)
operators $R_{\alpha}$,
$0< \alpha < \alpha_o$, from the Banach space $Y$ into the Banach space
$X$, is said to be regularizing for the equation
$Af = u$, $f \in X, \;u \in Y$, on $Z \subset X$ if
\begin{enumerate}
\item for any $\alpha, \, 0 < \alpha < \alpha_o$, the operator $R_{\alpha}$
is defined for all $u \in Y$ and continuous,
\item for any $f \in Z$ the relation $\lim_{\alpha\to 0}\,R_{\alpha}Af = f$
holds.
\end{enumerate}

\vspace{0.9ex}
Most solutions of applied problems are ill-posed. Therefore regularization
```

```
methods play an important role in solving such problems. One can find this
theory and applications
in [16], [26], [27].

\vspace{1cm}
{\large{\bf 3. Some Mathematical Models in Natural Sciences and Medicine}}

\vspace{0.9ex}
In order to interprete measuring data one needs a mathematical model.
Such models are, for example, equations on $\mbox{\boldmath$R^n$}$,
partial differential equations, integral equations, and so on. In
deriving a model scientists assume that the coefficients (material
parameters)
and initial-boundary conditions are known. Then one can study the
direct problem both theoretically and numerically. But in geophysics,
astrophysics,
medicine, and so on, the inner parameters are unknown. They are to be
determined
by a mathematical model and measuring data.

\vspace{0.5cm}
\underline{{\bf A Main Problem of Mathematical Physics}}:

\vspace{0.3cm}
In order to solve an inverse problem
the following points have to be studied:
\begin{enumerate}
\item Mastery of the special process both experimentally and theoretically.
\item Possibility of mathematical modelling of the process.
\item Mastery of the direct problem both theoretically and numerically.
\item Studying of the information content of the inverse problem, i.e., to
find out
which inner parameters of a system inaccessible to measurement can be
determined
in a stable und unique manner.
\item Development of algorithms for the numerical solution of the inverse
problem.
\end{enumerate}

\vspace{0.9ex}
A theory of measurement in complex systems, which unfortunately does not
yet exist,
would be of central importance [5]: What are the external system
parameters to be measured in order to uniquely and stably determine certain
inner systems parameters
which are inaccessible to direct observation? Such a theory of
measurements,
by its very nature, constitutes an inverse problem [5]. In this context,
the differential equations known up to now must be tested for their
suitability,
that is, is their complexity sufficiently general for them to serve
as a basis for inverse problems and hence for the interpretation of nature?

\vspace{0.9ex}
Only since about 1960 do we know a sufficient number of results of basic
mathematical theory to be able to treat certain inverse problems
from a systematic point of view [1]. These results are known only to a few
specialists.
To make these results available to applied scientists might be one of the
most difficult tasks of the future.

\vspace{0.9ex}
```

One can find inverse problems arising in science, technology and medicine in
[1], [11], [16], [22], [26], [27]. For a measure (mass distribution) $\mu \ge 0$ we introduce the set supp$\,\mu$
as the smallest closed set on which the measure is concentrated. In the following the measures ν and μ are concentrated on the closure of the bounded open
set $\Omega \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$. For the gravitational field we introduce the set
\begin{equation}{\cal B}(\mu) = \{\nu \ge 0:\; \mbox{supp}\,\nu \subset \bar{\Omega},\,G_L\nu (x) = G_L\mu (x)\;\mbox{for all}\; x \notin \Omega\}\end{equation}
The set ${\cal B}(\mu) \subset C^{*}(\bar{\Omega})$, where $C^{*}(\bar{\Omega})$
is the set of all measures concentrated on the closure $\bar{\Omega}$, is convex and weakly compact [1].
The set ${\cal B}(\mu)$ can be studied by applying results of functional analysis.
In a certain sense the first step of studying an inverse problem is to introduce the
set of all solutions, also for the discretized operators, and to study the structure of this set. Then one can add
constraints to get a uniquely determined solution depending continuously on the measuring data.

\vspace{0.9ex}
In general one cannot get too much information about the interior of a system
using weak measuring data. In the following we shall sketch three inverse problems aring in medical diagnosis, for which sufficiently many measuring data exist.
These inverse problems are computed tomography, impedance computed tomography (electrical
impedance imaging) and nuclear magnetic resonance tomography (NMR-tomography).

\vspace{0.9ex}
Computed tomography consists in reconstructing of densities f from their projections
along lines. We denote with I_o the intensity of a X-ray travelling along L as it emanates from an exterior source, the intensity past the object is
assumed to be
\begin{equation}I = I_o\,\mbox{exp}\,(-\int\limits_L^{} f(p)\,ds), \;ds\; \mbox{line element}.\end{equation}
From I/I_o one can determine the line integral. First we consider in $\mbox{\boldmath$R^2$}$
a circularly symmetrical function $f(r)$. Then $\hat{f}(p)$, called the Radon transform
of f, is the line integral along a line which is a perpendicular distance from its origin.
It is easy to show that
\begin{equation}\hat{f}(p) = \int\limits_L^{}f(p)\,ds = 2\int\limits_p^{\infty}\frac{rf(r)\,dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}},\end{equation}
where $s = \sqrt{r^2 - p^2}$. This is an Abel integral equation solved by N. H. Abel in 1823.
This line integral contains a weak singularity. The solution of (24) is given by
\begin{equation}f(r) = -\frac{1}{\pi}\int\limits_r^{\infty}\frac{\hat{f}´(p)\,dp}{(p^2 - r^2)^{1/2}}.\end{equation}
This remains true for non-circularly symmetrical functions f. In the general case one writes

```
\begin{displaymath}f(r,\Theta) =
\sum_{k=0}^{\infty}f_k(r)\;\mbox{exp}\,(ik\Theta)\end{displaymath}
and gets the solution for $f_k(r)$ [1]. The Radon transform (solved by J.
Radon as a mathematical problem in geometry in 1917)
is a special problem of integral geometry studied by V. G. Romanov, M. M.
Lavrent´ev and A. L. Bukhgeim [16].
For the historical development of computed tomography see [1], [20], [31].

\vspace{0.9ex}
The solution (25) of Abel´s integral equation contains the derivative
of $\hat{f}$. Therefore $f$ depends discontinuously on $\hat{f}$ relative
to the norm $\|\cdot\|_C$ (see [1], p. 23).

\vspace{0.9ex}
In medical diagnostics, the number of measured lines is usually huge
$(10^5 - 10^6)$ in each slide [20], [2]. In this discretized form ´ghosts´
exist [17].
For small data sets the resolution becomes questionable.
An X-ray picture uses about 700 sensores. If in X-ray tomography one uses
700 such X-ray
pictures, this means that about 500.000 essential measuring data must be
evaluated, in order to find approximately the densities in a plane
section of the human body. Thus, even in computed tomography one
essentially
requires practical experience of the medical doctor under consideration.
A complete automatization (formalization) of medical diagnosis is
impossible and will be
impossible in future because of this inherent lack of information.

\vspace{0.9ex}
In the following we shall sketch the impedance computed tomography.
Let $\Omega \subset \mbox{\boldmath$R^n$}$ be a smooth bounded domain.
If $u$ represents a voltage potential, Ohm´s law asserts the existence
of a linear relationship between the voltage differential $\nabla u$,
and the current at every point inside $\Omega$. If there are no current
sources or sinks inside the region then the current must have divergence
zero.
The linear mapping from the voltage differentials to currents is called
the conductivity, $\gamma$. If the conductivity is independent of direction
(the isotropic case) it is represented by a positive function,
which we assume to be smooth, with a positive lower bound. The fact
that the divergence of the current is zero gives rise to the second order
elliptic
boundary value problem
\begin{equation}L_{\gamma}u = \mbox{div}(\gamma\nabla u) = 0\, \mbox{in}\;
\Omega.\end{equation}
If $f$ represents the induced potential on the boundary then
\begin{equation}L_{\gamma}u = \mbox{div}(\gamma\nabla u) = 0\; \mbox{in}\;
\Omega\end{equation}
\begin{displaymath}u\big|_{\partial\Omega} = f.\end{displaymath}
The Dirichlet to Neumann mapping is defined by
\begin{equation}\Lambda_{\gamma}(f) = \gamma\frac{\partial u}{\partial
n}\Big|_{\partial\Omega}.\end{equation}
Green´s first identity has the form
\begin{displaymath}\int\limits_{\Omega}^{}u(y)\mbox{div}(\gamma (y)\nabla
u(y))\,dy + \int\limits_{\Omega}^{}\gamma (y)|\nabla u(y)|^2\,dy
=\end{displaymath}
\begin{displaymath}=\int\limits_{\partial\Omega}u(y)\,\gamma
(y)\frac{\partial u}{\partial n}(y)\,dS(y).\end{displaymath}
If
\begin{displaymath}\mbox{div}(\gamma (x)\nabla u(x)) = 0 \;\mbox{in}
\;\Omega, \;u\big|_{\partial\Omega} = f,\end{displaymath}
we obtain
```

```
\begin{equation}\int\limits_{\Omega}\gamma(y)|\nabla u(y)|^2\,dy =
\int\limits_{\partial\Omega}^{}f(y)(\Lambda_{\gamma}
f)(y)\,dy.\end{equation}
The conductivity $\gamma$ is uniquely determined by the right-hand side of
(29) for sufficiently many smooth $f$ if
$\gamma$ is sufficiently smooth [2], [13], [25].

\vspace{0.9ex}
The solution of
\begin{displaymath}\gamma^2u" - u = 0, \;\gamma = \mbox{const} >
0,\end{displaymath}
is
\begin{displaymath}u(x) = c_1\,\mbox{e}^{(x/\gamma)} + c_2\,\mbox{e}^{(-
x/\gamma)}\end{displaymath}
and depends strongly nonlinear on $\gamma$. If $\gamma \approx 0$ the
solution $u$ is unstable
relative to $\gamma$. The first who studied this problem
- for a coefficient depending only on one variable - was R. E. Langer in
1933 [1].
A. P. Calderon studied this problem in the more general form (29) in 1980.

\vspace{0.9ex}
NMR (nuclear magnetic resonance) imaging or NMR-tomography takes advantage
of the magnetic moment of nuclei. Magnetic fields have their origin as a
result of moving charged particles. A magnetic field, is defined, in term
of forces
between moving charged particles (current elements). These forces are to be
distinguished from electrostatic forces, which are forces resulting from
the charge
that a particle possesses.

\vspace{0.9ex}
The force acting on a nuclear moment placed in a magnetic field represents
the basic interaction which leads to NMR. In addition to the magnetic
moment,
the nuclei posses a spin angular momentum. Inputs to the system are four-
component
functions of time. One component describes the strength of a RF
(radiofrequency magnetic field)
signal, and the other three components govern the strength of three
spatially
varying, independently controlled magnetic fields (the gradient fields)
in which the patient is immersed. In response to these inputs some of the
protons
in the patient, acting in concordance with the {\sl Bloch equation}, give
rise to local fluctuations in the magnetization which are dedected with a
tuned
atennas and a sensitive receiver. The relationship between this output
signal
and the system parameters is summarized in the imaging equation. The
potential value
of NMR for {\sl in vivo} studies was recognized 1971/72 [9].

\vspace{0.9ex}
The Bloch equation [9], [21], [24], which gives an accurate but
phenomenological
description of the time dependence of the nuclear magnetization ${\bf
M}(t,x)$
in the presence of an applied magnetic field ${\bf H}(t)$, where
${\bf M}(t,x) = M_{x_1}(t,x){\bf i} + M_{x_2}(t,x){\bf j} +M_{x_3}(t,x){\bf
k}$ and ${\bf H}(t) = H_o{\bf k}
+ G_{x_1}(t)x_1{\bf k} + G_{x_2}(t)x_2{\bf k} + G_{x_3}(t)x_3{\bf k},\; x =
(x_1,x_2,x_3)$.
```

```
$H_o$ is the strength of the static magnetic field. The magnetization is a
bulk property
of the sample (containing $\sim 10^{27}$ atoms), rather than a property of
individual protons. One can think of the NMR sample
as a black box with ${\bf H}(t)$  as the input signal, or stimulus, and
${\bf M}(t,x)$ as the output signal, the response. The black box is
characterized
by $M_o$, $T_1$ and $T_2$, and its behaviour is governed by the Bloch
equation
\begin{equation}\frac{d{\bf M}}{dt} = \gamma\,{\bf M}\times\,{\bf H} -
\frac{M_{x_1}{\bf i} + M_{x_2}{\bf j }}{T_2} - \frac{(M_{x_3} - M_o){\bf
k}}{T_1}.\end{equation}
Here the gyromagnetic ratio $\gamma$ is a physical property of the nucleus
of the atom, {\bf i}, {\bf j}, {\bf k} are the unit vectors in the
direction of the positive
$x_1, x_2, x_3$ - axes, $\times$ is the vector product. The equilibrium
magnetization $M_o{\bf k}$ is the nuclear magnetization which exists if the
sample is maintained
at the static field for a long time compared to $T_1$. The ´relaxation
times´, $T_1$ and $T_2$,
represents the effect of the ´relaxation´ processes. The constant $T_1$ is
the
longitudional or spin-lattice relaxation time and governs the evolution
of $M_{x_3}$ towards its equilibrium value $M_o$. The importance of the
Bloch equation
is similar to the importance of Maxwell´s equations.

\vspace{0.9ex}
Scientists apply Fourier tranformation in order to interprete measuring
data of the NMR-tomography.
In [9], [21] one can find concrete results. In these books and in [31] the
author did
not find any remarks on the difficulties arising in interpreting measuring
data
obtained by  NMR-tomography and computed tomography. In {\bf 2.} one can
find
remarks concerning ´ghosts´ in inverse problems. From these ghosts, which
are no real world solutions,
wrong diagnoses follow [24], [28], [29].

\vspace{0.9ex}
It may be that 99,9\% of the mathematicians, physicists and medical doctors
do not know this
basic facts.
```


```
\begin{thebibliography}{99}
\bibitem{} Anger, G., 1990, {\sl Inverse Problems in Differential
Equations}. Plenum Press, New York, London
\bibitem{} Anger, G., Gorenflo, R, Jochmann, H., Moritz. H., Webers, W.
(eds.), 1993,
{\sl Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics,
Technology and Medicine}.
Akademie-Verlag, Berlin
\bibitem{} Anger, G., 1995, {\sl Zu den Grundprinzipien der medizinischen
Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang} (On Basic Principles in
Medical Diagnostics:
a Systems Theoretic Approach). In: Inverse Problems and Applications
to Geophysics, Industry, Medicine and Technology, Proceedings of the
International Workshop
```

on Inverse Problems, 17 - 19 January, HoChiMinh City (Vietnam), Publications
of The HoChiMinh City Mathematical Society, vol. 2 (1995), 24 - 32
\bibitem{} Anger, G., 1995, {\sl Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik unter
besonderer Ber\"ucksichtigung der R\"ontgendiagnostik} (On Basic Principles of Medical Diagnostics
by Using Especially X-ray Techniques). Lecture held at the University W\"urzburg, July 12, 1995,
on the occasion of the discovery of the X-rays by W. C. R\"ontgen in 1895 (unpublished)
\bibitem{} Anger, G., Moritz, H., 1997, {\sl The Interpretation of Measurements: Scientific
Inference in Geophysics, Technology and Medicine} (monograph to be published)
\bibitem{} Baer, G., 1993, {\sl Spur eines Jahrhundertirrtums (Trace of a Giant Mistake of a Century)}, Spur-Verlag, Dresden
\bibitem{} Baer, G., 1993, {\sl Logik eines Jahrhundertirrtums (Logic of a Giant Mistake of a Century)}, Spur-Verlag, Dresden
\bibitem{} Ben-Haim, Y., {\sl Adaptive Model Up-Dating by Selective Sensitivity: Overview and New Results}.
To appear in Int. J. Numerical Methods in Engineering
\bibitem{} Ernst, R. R., Bodenhausen, G., Wokaun, A., 1991, {\sl Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions} (2nd ed.).
Clarenden Press, Oxford
\bibitem{} Ginzburg, C, 1983, {\sl Spurensicherungen} (transl. from Italian), Verlag Klaus Wagenbach, Berlin
\bibitem{} Gottlieb, J., DuChateau, P., 1996, {\sl Parameter Identification and Inverse Problems in Hydrology, Geology and Ecology}. Kluver Academic Publishers, Dordrecht
\bibitem{} Ito, K., Kunisch, K., 1996, {\sl Sensitivity Measures for the Estimation of Parameters in 1-D
Elliptic Boundary Value Problems}. J. Math. Systems, Estimation, and Control, 6, 195 - 218
\bibitem{} Kohn, R. V., McKenny, A., 1990, {\sl Numerical Implementation of a Variational
Method for Electrical Impedance Tomography}. Inverse Problems 6, 389 - 414
\bibitem{} Kozolovskij, E. A., 1985, Kol´skaya sverkhglubokaya (The Kola super deep bore-hole (Russia, $\approx 12 \,km$)), Nauka i zhiznj (Science and Life) 11, 10 - 15
\bibitem{} Kulisch, U., 1995, {\sl Memorandum \"uber Computer, Arithmetik und Numerik}. Universit\"at Karlsruhe,
Institut f\"ur Angewandte Mathematik, D - 76128 Karlsruhe
\bibitem{} Lavrent´ev, M. M., Saval´ev, Ya. L., 1995, {\sl Linear Operators and Ill-Posed Problems}. Consultant Bureau (Plenum Publishing), New York
\bibitem{} Louis, A., 1981, {\sl Ghosts in Tomography - the Null Space of the Radon Transform}. Math. Meth. Appli. Sci. 3, 1 - 10
\bibitem{} Moritz, H., 1995, {\sl Science, Mind and the Universe: An Introduction
to Natural Philosophy}. Wichmann-Verlag, Heidelberg
\bibitem{} Natke, H. G., 1996, {\sl Uncertainties in Mechanical Systems Modelling:
Definitions, Models, Measures, Applications}, (these Proceedings)
\bibitem{} Natterer, F. 1986, {\sl The Mathematics of Computerized Tomography}.
Teubner-Verlag, Stuttgart
\bibitem{} Partain, C. L., Price, R. R., Patton, J. A., Kulkani, M. V., James Jr., A. (eds.),
1988, {\sl Magnetic Resonance Imaging (2nd ed.)}, I. {\sl Clinical Principles},
II. {\sl Physical Principles and Instrumentation}. W. B. Saunders Company, Hartcourt Brace Jovanvich, Inc., Philadelphia

```
\bibitem{} Romanov, V. G., Kabanikhin, S. L., 1994, {\sl Inverse Problems
for Maxwell´s Equations}.
VSP, Utrecht
\bibitem{} R\"ompp Chemie Lexikon, 9. Aufl., 1992, Georg Thieme Verlag,
Stuttgart
\bibitem{} St\"ohr, M, 1994, {\sl Das UBO(unidentified bright objects)-
Syndrom:
Eine iatro\-gene Sch\"adigung durch Kernspinn(NMR)-Tomographie}. Deutsches
\"Arzteblatt 91,
Heft 46, B-2339 - B-2340
\bibitem{} Sylvester, J., Uhlmann, G., 1990, {\sl The Dirchlet to Neumann
Map
and Applications}. In: Colton, D., Ewing, R., Rundell, W. (eds.), Inverse
Problems
in Partial Differential Equations, pp. 99 - 139. SIAM Proc. Ser.,
Philadelphia
\bibitem{} Tikhonov, A. N., Goncharsky, A. V., Stepanov, V. V., Yagola, A.
G., 1995,
{\sl Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems}.
Kluver Academic Publishers, Dordrecht
\bibitem{} Tikhonov, A. N., Leonov, A. S., Yagola, A. G., 1995, {\sl
Nonlinear
Ill-Posed Problems}. Nauka, Moscow, (English translation to appaer at
Chapman and Hall)
\bibitem{} Ulrich, G., 1994, {\sl Psychiatrische Elektroenzephalographie}
(Psychiatric Electroencephalography, transl. into English), Fischer Verlag,
Jena, Stuttgart, New York
\bibitem{} Ulrich, G., 1996, {\sl Das naturwissenschaftliche
Selbstmisverst\"andnis der Medizin} (The Scientific Selfmisunderstanding
in Medicine) (manuscript to be published)
\bibitem{} Unschuld, P. U., 1995, {\sl HUICHUN - Chinesische Heilkunde
in historischen Objekten und Bildern}. Prestel-Verlag, M\"unchen
\bibitem{} Webb, S., 1993, {\sl From the Watching of the Shaddows:
The Origin of Radiological Tomography}. Adam Hilger, Bristol
\bibitem{} Wei{\ss}mantel et al., 1983, {\sl Struktur der Materie},
Bibliographisches Institut, Leipzig
\bibitem{} L\"ubbig, H. (ed.), 1995, {\sl The Inverse Problem}. Akademie-
Verlag, Berlin (added in proof)
\end{thebibliography}


\end{document}
```

18.

Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang

Gottfried Anger

Publications of The HoChiMinh City Mathematical Society **2** (1995), 24 - 31

```
\documentstyle[11pt,german]{article}
\textheight21.4cm
\textwidth15.4cm
\oddsidemargin0cm
\topmargin-1cm
\begin{document}
\parindent0em
\begin{center}{\large\bf Zu den Grundprinzipien der medizinischen
Diagnostik -\\
ein systemtheoretischer Zugang}\end{center}

\vspace{0.1cm}
\begin{center}Gottfried Anger\\Rathausstr. 13, Wg. 11/09\\D-10178
Berlin\end{center}

\vspace{0.5cm}
{\bf 1. Das Verh\"altnis Mensch - Natur}. Die Erde ist ein winzig kleiner
Teil des Weltalls, in dem
die bekannten (und bisher unbekannten) Gesetze der Physik und weitere
Gesetze gelten. In der Biosph\"are der Erde
bestehen spezielle physikalische Sonderbedingungen, die unser Leben
erm\"oglicht haben.
Ein Mensch lebt ca. 2 Milliarden Sekunden, d.h. $2\cdot 10^9$ Sekunden. Ein
Festk\"orper
enth\"alt ca. $10^{23}$ Atome pro Kubikzentimeter, unser menschlicher
K\"orper ca. $10^{27}$ Atome. Das bedeutet 1 {\sl Milliarde} mal 1 {\sl
Milliarde} mal
1 {\sl Milliarde} = $10^9\cdot 10^9\cdot 10^9 = 10^{27}$ Atome - f\"ur den
Menschen eine nicht fa{\ss}bare Anzahl!  Zwischen diesen Atomen bestehen
physikalische und
biologische Gesetze, wobei auf der Erdoberfl\"ache die Wechselwirkungs\-
kr\"afte der Gravitation und der Elektrodynamik vorherrschend sind [17].
Diese Wechselwirkungen f\"uhren auf fast unendlich viele mathematische
Beziehungen, die sich
niemals mit Hilfe von Supercomputern auswerten lassen. Weiter kennt man
nicht
die Anzahl und den geometrischen Ort der einzelnen Atome. Dadurch entsteht
ein gro{\ss}er nicht zu behebender
Informationsmangel. Elektrische Signale legen 300.000 km pro Sekunde
zur\"uck. Das bedeutet
30$ \cdot 10^9$ cm pro Sekunde. Damit kann aller 30 cm ein Signal gesendet
werden, da $10^9$ Signale pro Sekunde $30\cdot 10^9$ cm  = 300.000 km er\-
ge\-ben.
Im Augenblick ist das die Grenze der Leistungsf\"ahigkeit von Computern.
Durch Parallelschaltung l\"a{\ss}t sich die Leistungsf\"ahigkeit der
Computer noch etwas erh\"ohen. Auf alle F\"alle lassen sich niemals die
Wechsel\-wir\-kungs\-kr\"afte von $10^{23}$ Atomen im voraus berechnen.
Man wird in Zukunft Theorie und prak\-tische Erfahrungen wesentlich besser
koppeln m\"ussen.
```

```
\vspace{0.9ex}
Unser menschlicher K\"orper ist ein gut funktionierendes
komplexes System, von dem sich nur Teile einigerma{\ss}en beschreiben
lassen. Er ist in
das super\-komplexe System Biosph\"are vollst\"andig eingebettet, bei dem
t\"aglich
eine \"uberdurchschnittlich gro{\ss}e Anzahl von Atomen ausgetauscht wird.
Wie bereits oben erw\"ahnt,
ist ein komplexes System der Natur niemals theo\-retisch vollst\"andig
beschreibbar [1], [2], [7], [8], [20].
Daher kann der Wissenschaftler bzw. Medi\-zi\-ner beim Umgang mit Materie
(unseren menschlichen K\"orper) nur praktische Erfahrungen
auf wissenschaftlicher Grundlage anwenden (theoria cum praxi). Ein
bekanntes Beispiel
f\"ur viel zu schwache Me{\ss}werte ist die Wettervorhersage. Mit den
vorliegenden Me{\ss}werten
in nur endlich vielen Punkten l\"a{\ss}t sich die Atmosph\"are niemals
charakterisieren. Hierbei werden au{\ss}erdem fast vollst\"an\-dig
die Einfl\"usse aus dem Erdinneren und dem Weltall vernachl\"assigt.
\"Ahnliche Sachverhalte gelten f\"ur die Erdbebenvorhersage, zu deren Vor\-
her\-sa\-ge kaum leistungsf\"ahige Me{\ss}werte vor\-han\-den sind.
Insgesamt fehlen f\"ur viele physikalische Prozesse, speziell in der
Geophysik, leistungsf\"ahige
mathematische Modelle einschlie{\ss}lich leistungsf\"ahiger Me{\ss}werte.
Weiterhin sind oft die physikalischen Prozesse unbekannt.

\vspace{0.9ex}
Voran\-ste\-hen\-de Tatsachen ziehen
Korrekturen bez\"uglich der Bedeutung der Natur\-wis\-sen\-schaf\-ten in
der Biosph\"are und des Weltalls nach sich.
Der Mensch ist den Gesetzen des Weltalls {\sl total} ausgeliefert. Durch
Verschmutzung der Umwelt seitens der Menschen - alle im La\-bor her\-ge\-
stell\-ten chemischen bzw. radioaktiven
Produkte werden wegen der laufend vor\-han\-de\-nen physikalischen und
chemischen
Ver\"anderun\-gen, die sehr langsam verlaufen k\"onnen, in einer gewissen
Zeit in die Bio\-sph\"a\-re gelangen - tre\-ten irreperabele
Ver\"anderungen der Biosph\"are ein.

\vspace{0.9ex}
In den konstruktiven Ingenieurwissenschaften werden einzelne physika\-
lische Gesetze zu lei\-stungs\-f\"a\-hi\-gen
Maschinen oder Me{\ss}\-ge\-r\"aten zusam\-mengesetzt. F\"ur die hier
verwendeten Ma\-te\-ria\-lien und deren zeitlichen che\-mi\-schen
Ver\"an\-de\-run\-gen gibt es ebenfalls nur praktische Er\-fah\-rungen,
denn die einzelnen komplexen Systeme sind voll in die Biosph\"are
integriert.
Auf dem Gebiet der konstruktiven Inge\-nieur\-wissenschaften hat es zum
Teil sen\-sa\-tio\-nel\-le Entwick\-lun\-gen ge\-ge\-ben. Diese
Entwicklun\-gen
haben die gro{\ss}e L\"ucke auf dem Gebiet der interpretie\-ren\-den Wis\-
sen\-schaf\-ten kaum erken\-nen lassen, obwohl seit mehr als 150 Jahren
zahlreiche Wis\-sen\-schaft\-ler auf die Nichtl\"osbarkeit vieler Probleme
hingewiesen haben [1]. Die meisten Er\-geb\-nis\-se in den
Naturwissenschaften werden unter La\-bor\-bedingungen - wo Sonder\-be\-
din\-gun\-gen gelten - ge\-won\-nen. Hier gibt es  zum Teil weitreichende
Entdeckungen auf lokaler Ebene, speziell f\"ur die medizinische Diagnostik.


\vspace{0.9ex}
Jedes Lebewesen besitzt die F\"ahigkeit, Informationen aus der Umwelt in
Form von Reizen \"uber das Nervensystem
```

wahrzunehmen und zu verarbeiten. Diese F\"ahigkeit ist notwendig, um zu \"uberleben. Der Mensch kann zus\"atzlich systematisch verarbeitete Informationen im gro{\ss}en Umfang speichern, seine Handlungsweisen ordnen und bei Bedarf abrufen.
Das Hirn des Menschen ist ein ´Computer´ allerh\"ochster Komplexit\"at, die mit Maschinen kaum nachvollziehbar ist.
Das Auge besitzt speziell eine hohe Komplexit\"at bei der Erkennung geometrischer Objekte. Allerdings lassen moderne Me{\ss}ger\"ate eine wesentlich genauere Be\-stimmung einzelner Parameter zu.
So k\"onnen die Entfernungen von k\"unstlichen Satelliten bzw. von Raumstationen zur Erde mit Hilfe von Lasern bei Entfernungen von 10.000 km bis auf 1 cm genau bestimmt werden, d.h. die Me{\ss}genauigkeit betr\"agt 1 cm bei 10^9 cm. Solche Genauigkeiten machen den Einsatz der Relativit\"atstheorie sinnvoll und notwendig [12]. Allerdings haben letztere \"Uberlegungen wenig Einflu{\ss} auf unser Leben.
Weiterhin hat die Verwendung von Lasern in der Spektroskopie die Identifikation von Objek\-ten bzw. Molek\"ulen wesentlich verbessert. Mit molekularbiologischen Methoden k\"onnen zur Zeit mehr als 200 Erbleiden eines noch nicht geborenen Kindes nachgewiesen werden. Viele dieser Leiden lassen sich noch nicht erfolgreich behandeln. Vermutlich wird es noch sehr lange dauern, bis die Ergebnisse der Humangenetik direkt am Menschen angewendet werden k\"onnen. Die Komplexit\"at des menschlichen K\"orpers erfordert einen tieferen Einblick in die einzelnen biologischen Vorg\"ange, denn die ´Steuerprozesse´ innerhalb der Zelle bzw. des menschlichen K\"orpers sind weitgehend unbekannt! Der Arzt ist auch in Zukunft wesentlich auf praktische Erfahrungen am menschlichen K\"orper angewiesen.

\vspace{0.9ex}
Ein erfahrener Mediziner kann mit Hilfe seiner Sinnes\-organe und praktischer Erfahrungen in ca. 70\% der F\"alle eine richtige Diagnose stellen [5].
Da in der medizinischen Diagnostik stets ein (zum Teil totaler) Informationsmangel vorhanden ist, m\"ussen f\"ur eine Diagnose alle verf\"ugbaren Informationen herangezogen werden.
Anfang dieses Jahrhunderts hat der ´Hausarzt´ f\"ur Familienmitglieder oft richtige Diagnosen stellen k\"onnen, da er die Familien und deren genetischen ´Schw\"achen´ kannte. Eigentlich m\"u{\ss}te man in Zukunft diese Informa\-tionen auf einer Diskette speichern, was aber juristisch sehr riskant ist.
Der Mi{\ss}brauch solcher Informationen gereichte oft zum Nachteil des einzelnen.

\vspace{0.9ex}
Seit Jahrtausenden haben Menschen sich gegen alle Widrigkeiten behauptet, neue Lebensbe\-reiche erschlossen und die Grundlagen unserer modernen Gesellschaft erarbeitet. Erst seit dem 20. Jahrhundert sehen sich die Menschen absolut abh\"angig von der Existenz einer hochger\"usteten Medizin und f\"uhlen sich schutzlos ohne die st\"andige Pr\"asenz ihrer Institutio\-nen und Vertreter [7].

\vspace{0.9ex}
Philosophie und Religionen haben stets das Verh\"altnis Mensch - Natur zu interpretieren versucht [13]. Solche Interpretationen be\-schreiben als Projektionen

der realen Welt immer nur Teile unseres Lebens. Bei Be\-ach\-tung der Grundgesetze der Natur (praktische Erfahrun\-gen)
k\"onnen die Menschen in den ver\-schie\-de\-nen gedanklichen Vorstellungen leben; das
zeigt die Entwicklung der verschiedenen Kulturen. Auf die Tatsache, da{\ss} der
Mensch nur Projektionen der realen Welt erkennen kann, hatte der griechische Philosoph
Platon bereits vor 2400 Jahren hingewiesen ([18], Siebentes Buch).

\vspace{1cm}
{\bf 2. Moderne Methoden der Diagnostik}. Physikalische und chemische Methoden haben die M\"oglichkeiten der medizinischen Diagnostik wesentlich erweitert.
Jedoch gibt es nach den vorangegangenen Ausf\"uhrungen Grenzen der Beschreibung eines komplexen Systems. Eine Hauptaufgabe der Wissenschaften besteht darin,
diejenigen Gesetze und dazugeh\"orige Me{\ss}werte zu finden, mit denen Teile der Natur m\"oglichst gut beschrieben werden k\"onnen.
Damit erweitert der Mensch seine Kenntnisse \"uber die Biosph\"are und den erdnahen Raum.

\vspace{0.9ex}
J. Kepler (1571 - 1630), G. Galilei (1564 - 1642), I. Newton (1643 - 1727) und andere haben die Gesetze der Planetenbewegung und anderer Himmelsk\"orper gefunden. Da man diese K\"orper als Punktmassen ansehen kann, gen\"ugen zu deren Beschreibung nur wenige Parameter wie der geometrische Ort
(drei Koordinaten), die Gesamtmasse und die Zeit. Dieses mechanische Problem ist nicht vergleichbar mit der
Komplexit\"at des menschlichen K\"orpers. Es sei bereits hier darauf hingewiesen, da{\ss} zur Beschreibung eines Systems
leistungsf\"ahige Me{\ss}werte bzw. Muster ben\"otigt werden, die oft nicht vorliegen, wie etwa in der Geophysik (Erdinneres) und der Astrophysik (gro{\ss}e
Entfernungen). Viele Fakten, die an Universit\"aten gelehrt werden, sind Hypothesen. Ein gro{\ss}er Teil davon l\"a{\ss}t sich infolge Informationsmangel niemals beweisen.
Viele der auf Supercomputern erzielten Ergebnisse f\"uhren wegen des stets vorhan\-denen (physikalischen) Informationsmangels zu keinen ´real world solutions´ - ist also
{\sl physical nonsense}. Solche Rekonstruktionen sind oft nur {\sl mathematische} Rekonstruktionen, die nicht an die Realit\"at angepa{\ss}t sind.

\vspace{0.9ex}
Wie bereits erw\"ahnt, werden die Ergebnisse der Naturwissenschaften meist in Labors erzielt. Eine der schwierigsten Aufgaben besteht darin, die gewonnenen Teilergeb\-nisse f\"ur komplexe Systeme anzuwenden. Der Schlu{\ss} vom speziellen Ergebnis auf das komplexe System gelingt wegen Informationsmangels selten,
denn in den komplexen Systemen der Natur ist der Wissenschaftler zum gro{\ss}en Teil auf
praktische Erfahrungen angewiesen. Viele der Ergebnis\-se geben fast keinen Aufschlu{\ss} \"uber
das komplex System. Me{\ss}werte haben h\"aufig nur die Aussagekraft der Waage: man kann damit die Gesamtmasse bestimmen und nicht mehr!
Zum Beispiel l\"a{\ss}t sich Metall von m Kilogramm verschiedenartig bearbeiten, ohne da{\ss\ die Gesamtmasse
ver\"andert wird. Dieses gilt auch f\"ur gewisse physikalische Ver\"anderungen, z.B. f\"ur das elektrische Feld im menschli\-chen K\"orper.
Ein Herzinfarkt ist {\bf nicht ohne} Zusatzinformationen vor dem Infarkt

mit Hilfe des EKG feststellbar, da das EKG nur zeitabh\"angige periodische {\sl Mittelwerte} (entsprechend der Gesamtmasse eines K\"orpers) der Herzstr\"ome an\-zeigt.
Nach einem Herzinfarkt hat sich der Muskel des Herzens ver\"andert, was mit Hilfe des EKG feststellbar ist.
\"Ahnliche Aussagen gelten in der Hirnforschung bez\"uglich des EEG [16], [22].

\vspace{0.9ex}
Solche Fakten treffen auch f\"ur die Interpretation von Me{\ss}werten in den
Naturwissenschaften zu. In Atomkraftwerken oder anderen Systemen charakterisieren h\"aufig einzelne Me{\ss}werte
nicht innere phy\-si\-ka\-lische Ver\"an\-de\-run\-gen. Aller\-dings gelingt dieses oft durch die Kombina\-tion
verschiedener phy\-si\-ka\-lischer Ef\-fek\-te. Viele Un\-gl\"ucks\-f\"alle bzw. Todesf\"alle sind sicher\-lich
Folgen der Schw\"ache von Me{\ss}\-wer\-ten und der Fehleinsch\"atzung ihrer Leistungsf\"ahigkeit.
Es gibt niemals eine ab\-so\-lu\-te Sicherheit beim Gebrauch von Me{\ss}\-wer\-ten.

\vspace{0.9ex}
Um mehr Informationen \"uber das Innere des menschlichen K\"orpers zu bekommen, m\"ussen auf der gesamten K\"orperoberfl\"ache R\"ont\-gen\-auf\-nahmen
in jede Richtung gemacht werden (Computer\-to\-mo\-graphie). Das verlangt die mathematische Theorie. In der Realit\"at wird
wegen des zu gro{\ss}en Datenmaterials die Dichte nur in einem ebenen Schnitt bestimmt. Unser menschliches Auge arbeitet vom
Prinzip her in gleicher Weise: das Innere von leicht gef\"arbtem Glas l\"a{\ss}t sich dadurch identifizieren, indem man das Glas von allen Seiten her betrachtet.
Der R\"ontgenstrahl besitzt eine tausendfach h\"ohere Energie als das Licht, wodurch er auch nicht durchsichtige Materie durchdringen kann.
Theoretisch wurde die Computerto\-mographie (als rein
innermathema\-ti\-sches Problem der Geometrie) von J. Radon 1917 gel\"ost [1], [14],
von A. Cormack bei der kon\-kreten medizinischen Aufgabe der Bestimmung der Dichte des menschlichen K\"orpers im Jahre 1963 neu entdeckt und von G. N. Hounsfield
1973 f\"ur die medizinische Diagnostik unter Verwendung von Computern aufgearbeitet [13]. Seit den drei{\ss}iger Jahren haben sich viele Wissenschaftler immer wieder mit der Com\-pu\-ter\-tomo\-gra\-phie besch\"aftigt. Diese Dinge sind wegen der Bedeutung f\"ur die Anwendungen weiterhin aktu\-ell [15].
Allerdings ist die R\"ontgendiagnostik genetisch riskant, da bei der Bestimmung der Dichte von Teilen des Hirns
3000 - 4000 R\"ontgenaufnahmen gemacht werden m\"ussen. Mit gutem Erfolg wird in der Medizin die NMR-Tomographie (nuclear mag\-ne\-tic resonance tomography) eingesetzt [9].
Gr\"o{\ss}ere mathema\-tische Schwierigkeiten bereitet die Ultraschall-Tomographie, da die Schallwellen sich nicht ge\-rad\-li\-nig ausbreiten.
Der zu be\-stim\-mende Koeffizient einer Dif\-fe\-ren\-tial\-gleichung h\"angt streng nicht\-li\-ne\-ar von den
Me{\ss}werten ab. Dadurch wird die numerische Realisierung mit Hilfe von endlich vielen Me{\ss}werten sehr schwierig [11].

\vspace{0.9ex}
Die Auswertung von Me{\ss}werten erfolgt immer bez\"uglich eines mathematischen Modells. Die
Aufstellung eines solchen mathematischen Modells ist stets eine Projektion der realen Welt, wie z. B. die Projektion

eines K\"orpers mit Hilfe von Licht oder R\"ontgenstrahlen. Damit ist ein mehr oder weniger gro{\ss}er Informationsverlust seitens der Realit\"at verbunden. Kennt man hingegen das physikalische Feld in allen Punkten, so sind die betreffenden
Materialparameter eindeutig bestimmbar. In Wirklichkeit kann man aber nur in endlich
vielen Punkten die Messungen vornehmen. Dieses zieht zum Teil {\sl sehr einschneidende Informationsverluste} nach sich, die nur
durch praktische Erfahrungen einigerma{\ss}en ausgeglichen werden k\"onnen [1], [3], [10], [11], [14].

\vspace{0.9ex}
Die meisten gemessenen Kurven bez\"uglich physikalischer bzw. biologischer Systeme
sind nach den vorangegangenen Ausf\"uhrungen Projektionen der realen Welt und k\"onnen als ´Eichkurven´ des betreffenden Systems angesehen werden. Solche
Me{\ss}kurven sind f\"ur gleiche technische Systeme sinnvoll und geben oft Auskunft \"uber Ver\"anderungen. Es sei hier noch\-mals darauf hingewiesen, da{\ss} die Bedeutung
der Me{\ss}werte in vielen F\"allen {\sl weit} \"ubersch\"atzt wird. Vollkommen verschiedene
innere Parameter k\"onnen dieselben Me{\ss}werte erzeugen, wo\-durch ohne wesentliche Zusatzinformationen
die Me{\ss}werte ihren Sinn verlieren. Das f\"uhrt zu vielen Fehldiagnosen und m\"oglichen Ungl\"ucksf\"allen (Fluzeugabst\"urzen).

\vspace{0.9ex}
Be\-reits 1910 haben P. Pizzetti und
G. Lauricella [1] f\"ur das Gravitationsfeld bzw. elektro\-sta\-tische Feld die Menge aller
Ladungsverteilungen angegeben, die auf der K\"orperoberfl\"ache das\-selbe Newtonsche Potential erzeugen.
Hieraus folgt, da{\ss} das EKG bzw. das EEG in vielen F\"allen zu keiner Entscheidung f\"uhrt. Erstaunlicherweise
wurden die Ergebnisse von Pizzetti und Lau\-ri\-cel\-la 70 Jahre lang kaum beachtet.
Erst seit ca. 1960 gibt es gen\"ugend viele Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung
und leistungsf\"ahige Computer,
um sich mit inversen Problemen systematisch auseinanderzusetzen [1], [3], [21].

\vspace{0.9ex}
Im folgenden sollen einige der angegebenen Schwierigkeiten gedanklich dargestellt werden.
Zwischen den einzelnen Atomen gelten die Grundgesetze der Physik. Als (innere) Materialpa\-rameter treten z. B. die Massen- oder Ladungsdichte $\rho (x)$,
die elektrische Leitf\"ahigkeit $\gamma (x)$ usw. auf. Hierbei ist x ein Punkt des K\"orpers.
Bezeichnet f gewisse unbekannte innere Materialpa\-rameter und g Me{\ss}werte bez\"uglich eines physikalischen
Feldes, so kann formal der Zusammenhang zwischen f und g in der Form $Af = g$ geschrieben werden. Die Bestimmung von $g = Af$ aus f wird als {\sl direkte Aufgabe} bezeichnet und
die Bestimmung von f aus g als {\sl inverse Aufgabe}. In der Medizin ist daf\"ur der Begriff Diagnostik \"ublich.
Die L\"osung f bekommt das Symbol $f = A^{-1}g$. In einem Punkt y ist die L\"osung der direkten
Aufgabe $Af(y)$ oft ein Mittelwert \"uber alle Atome, wobei in den Anwendungen

der Naturwissenschaften der Operator A meist von sehr komplizierter Struktur ist. Solche Mittelwerte besitzen hervorragende mathematische Eigenschaften. Daher existiert f\"ur direkte Aufgaben eine weitreichende Theorie, deren Ergebnisse speziell in den konstruktiven Ingenieurwissenschaf\-ten erfolgreich angewendet werden. Geringe St\"orungen von f wirken sich nur wenig auf die Me{\ss}werte g aus (Stabilit\"at). Da in vielen Anwendungen g ein Mittelwert ist, mu{\ss} die L\"osung $A^{-1}g$ diesen Mittelwert zerst\"oren, wodurch bei Problemen der mathematischen Physik die Operation A^{-1} unstetig auf g wirkt (Instabilit\"at). Diese Tatsache macht inverse Probleme, speziell deren numerische Realisierung, so schwierig.
Die Komplexit\"at von A wirkt sich bei solchen Untersuchungen zus\"atzlich erschwerend aus. Bei inversen Problemen gelten vollkommen andere (negati\-ve) Ergebnisse als bei direkten Problemen. Erst durch wesentliche mathematische Zu\-satz\-an\-nah\-men gelingt manchmal eine sinnvolle L\"osung. Diese mathematischen Zusatzannahmen m\"ussen durch eine gro{\ss}e Anzahl von Experimenten an die Realit\"at angepa{\ss}t werden. Inverse Probleme lassen sich ohne solche Zusatzannahmen nicht durch endlich viele Me{\ss}werte appro\-xi\-mie\-ren - im Gegensatz zu direkten Problemen [1], [10], [11], [15]. Daher begehen viele Wissenschaftler bei inversen Problemen prinzipielle Fehler. Sie \"ubertragen die Ergebnisse von direkten Problemen formal auf inverse Probleme. Die Software eines inversen Problems ist stets an die spezielle Aufgabe gebunden. Eine formale \"Ubertragung auf ein anderes inverses Problem f\"uhrt leicht zu Fehlern.

\vspace{0.9ex}
Es gibt innere Parameter des K\"orpers, zum Beispiel elektrische Ladungen $f_o = \rho$, die auf der K\"orperoberfl\"ache keine Wirkung erzeugen, d.h. $Af_o(y) = 0$ f\"ur alle y der Oberfl\"ache. Durch genannte Schwierigkeiten k\"onnen bei inversen Problemen sogenannte ´Phantom\-bilder´ entstehen, die nichts mit der Realit\"at zu tun haben [1], [3], [10], [14].
Dieses hat folgenden Grund: ist f eine L\"osung des Problems $Af = g$, so ist wegen $Af_o = 0$ oft auch $f + f_o$ auch eine L\"osung des Problems, d.h. es gilt ebenfalls $A(f + f_o) = g$. Trotz gr\"o{\ss}ter Vorsicht werden sich einige Phantombilder nicht vermeiden lassen, was praktisch ein Grund\-prin\-zip der L\"osung inverser Probleme ist. Dieser Sachverhalt folgt aus der Unstetigkeit von A^{-1}. Allerdings kann eine solide mathematische Bearbeitung und Anpassung an die Realit\"at sehr gute Ergebnisse liefern. Auf dem Gebiet der inversen Probleme ist Grundlagenforschung dringend notwendig!

\vspace{0.9ex}
Der Mediziner mu{\ss} zur Interpreta\-tion der L\"osung inverser Probleme (Diagnostik) alle ihm zur Verf\"ugung stehenden physikalischen, chemischen, genetischen und sozialen Informationen usw. verwenden!
Manchmal werden die Informationen vom komplexen Sy\-stem die mathema\-tische Interpretation von Me{\ss}werten widerlegen, da die auf den Monitoren sichtbaren Bilder nur mathematische Rekonstruktionen sind (physical nonsense).

\vspace{0.9ex}

Bei der Computertomographie ist A^{-1} schwach unstetig. Dadurch beherrscht man dieses inverse Problem relativ gut [10], [14].
Die Ursache liegt in der fast geradlinigen Ausbreitung des R\"ontgenstrahles.
Die Absorption des R\"ontgenstrahles wird l\"angs $10^5 - 10^6$ Geraden gemessen! Auf die Gef\"ahrlichkeit der R\"ontgenstrahlung wurde bereits hingewiesen.

\vspace{0.9ex}
Wie bereits mehrfach erw\"ahnt, mu{\ss} jede mathematisch-physikalische Anwendung f\"ur das
komplexe System ´menschlicher K\"orper´ durch eine gro{\ss}e Anzahl von Versuchen als
richtig nachgewiesen werden. Da der menschliche K\"orper wegen seiner gro{\ss}en
Komplexit\"at als ´Black-Box System´ angese\-hen werden mu{\ss}, lassen sich im Inneren viele physikalische und chemische
Reaktionen nicht direkt nach\-wei\-sen. Daher sind alle medizinischen Anwendungen, die sich in
gewissen Grenzen als sinn\-voll erweisen (Massage, Akupunktur, Sauna, Kneippsche Wasserbehandlungen
usw.) richtig. Dazu geh\"ort auch die Aufarbeitung der seit Jahr\-tau\-sen\-den gewonnenen praktischen
Erfahrungen von ´Medizinm\"annern´ in Europa, Asien, Afrika usw. Hier sind noch viele wichtige Ergebnisse verborgen. Diese
Erfahrungen lassen sich nicht in Labors erzielen!

\vspace{0.9ex}
Physikalische Methoden sind in der Vergangenheit in der Medizin, z. B. in der Chirugie und der medizinischen
Diagnostik, sehr erfolgreich gewesen.
Die Schulmedizin hat die physikalischen Methoden bei vielen Fragen aber weit \"ubersch\"atzt, und sie
kennt nicht die prinzipiellen Schwierigkeiten bei der mathematischen Auswertung komplizierter Me{\ss}\-ver\-fah\-ren.
Mediziner m\"ussen in Zukunft sehr kritisch gegen\"uber dem weitverbreiteten
Me{\ss}\-wert\-fe\-ti\-schis\-mus wer\-den. Mit gro{\ss}em Nachdruck sei darauf hingewiesen, da{\ss} f\"ur komplexe Systeme
der Natur, speziell den menschlichen K\"orper, praktisch keine Systemtheorie vor\-han\-den ist.
Die\-ser Sachverhalt hat zur Folge, da{\ss} es kaum eine Theorie des Messens f\"ur kom\-ple\-xe Systeme gibt [1], [3],[7].
Viele spezielle Messungen werden nur aus Gr\"unden der Bequemlichkeit vorgenommen [7].
Der Autor hatte 1945 als Siebzehnj\"ahriger aus Kriegsgefangenschaft einen Nierenstau mitgebracht. Erst
nach 37 Jahren wurde dieser Nierenstau kurz vor dem physischen Ende diagnostiziert - obwohl die Diagnose mit klassischen Mitteln bereits 1962 m\"oglich war ([3], Seite 35).
Die Analyse dieser schweren Krankheit gab wesentlichen Ansto{\ss} zu den weitreichenden Untersuchungen des Autors \"uber inverse Probleme.

\vspace{0.9ex}
Dem Autor gelang 1957 als Absolvent der Technischen Hochschule Dresden die nat\"urliche Kopplung zwischen physikalischem Feld (Gravi\-ta\-tionsfeld, elektrostatisches Feld)
und moder\-ner Strukturmathematik [1]. Dadurch konn\-ten die in der reinen Mathematik erzielten Ergebnisse auf physikalische Prozesse \"uber\-tra\-gen werden.
Das bedeutete unbewu{\ss}t (1957 spielten diese Fragestellungen noch nicht diese zentrale Rolle)

```
den Zugang zu inversen Proble\-men. Die in der Math\-ema\-tik entwickelten
logischen Strukturen bilden die Grundlage f\"ur viele
angewandte Probleme. Viele Fragestellungen der Mathematik sind aus
t\"aglichen konkreten Anforderungen hervorgegangen. Nur
haben die Mathematiker eine abstrakte Sprache ent\-wickelt, die den meisten
Wis\-sen\-schaft\-lern fremd erscheint.
Die Besch\"aftigung mit tief\-lie\-gen\-den Fragen aus den
Naturwissenschaften hat die Theorie immer stark
beeinflu{\ss}t. Damit lassen sich die zum Teil einseitigen und sich
verselbst\"andigenden
Forschungsgebiete \"uberwinden. Die meisten Mathematiker und Physiker
wissen nicht, was eine
inverse Aufgabe f\"ur die komplexen Sy\-steme der Natur ist und kennen
nicht
die Leistungsf\"ahigkeit von Me{\ss}\-wer\-ten und die prinzi\-piellen
mathematischen Schwierigkeiten
der L\"osung $f = A^{-1}g$. Hieraus erkl\"aren sich die gro{\ss}en
gedanklichen L\"ucken auf dem
Gebiet der interpretierenden Wis\-sen\-schaf\-ten, speziell der
medizinischen Diagnostik. Theoretiker m\"ussen in Zukunft die Bereitschaft
zeigen, den Naturwissenschaftlern und In\-ge\-nieuren ihre Ergebnisse
verst\"andlich darzustellen und mit Anwendern der Mathematik zu\-sam\-men\-
zuarbeiten.

\vspace{0.9ex}
Ein gro{\ss}er Teil der Mathematiker ist immer noch an dem \"uber
300 Jahren alten Fermatschen Problem interessiert, welches folgendes
besagt:
die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ besitzt f\"ur beliebiges $n \ge 3$ nur $x =
y = z = 0$ als ganzzahlige L\"osung $\ge 0$.
Bis zum heutigen Tag sind die vorgelegten Beweise immer wieder
unvollst\"andig. Wenn das Problem
gel\"ost ist, hat das Ergebnis keinerlei Auswirkungen auf die Mathematik.
Im Gegensatz dazu
ver\"andern die Ergebnisse \"uber inverse Probleme unser Weltbild
grunds\"atzlich.

\vspace{0.9ex}
Zur Kl\"arung des Verh\"altnisses Theorie - Praxis
ben\"otigt man die Ergebnisse der Mathematik und zus\"atzliche Ergebnisse
aus dem Experiment. Die interdisziplin\"are Bearbeitung von komplexen
Problemen aus den Naturwissenschaften
ist aktueller denn je. Nur so k\"onnen weitreichende Ergebnisse erzielt
werden.
Eine Neuordnung des Verh\"altnisses Theorie - Praxis ist dringend
erforderlich
unter Beachtung der Leistungsf\"ahigkeit der mathematischen Modelle und der
zur Verf\"ugung
stehenden Me{\ss}werte. Auf diese Weise w\"urden Forschungen, die auf zu
schwachen mathematischen
Modellen beruhen, wesentlich eingeschr\"ankt. Die dadurch gewonnenen Gelder
werden dringend
f\"ur erfolgsversprechende Aufgaben ben\"otigt.

\vspace{0.9ex}
Eine der schwierigsten Aufgaben der Zukunft d\"urfte sein, den Medizinern
die vielen Einzeler\-gebnisse
der Naturwissenschaften in einer Systemtheorie zu vermitteln. Die
Ergebnisse \"uber inverse Probleme werden dabei
das Verh\"altnis Theorie -Praxis weitgehend kl\"aren k\"onnen.

\begin{thebibliography}{99}
```

\bibitem{} G. Anger, {\sl Inverse problems in differential equations}. Akademie-Verlag, Berlin und Plenum, London, 1990.
\bibitem{} G. Anger, {\sl Zur Weiterentwicklung des Verh\"altnisses Theorie - Praxis}. Mitteilungen der Gesellschaft f\"ur Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) {\bf 15} (1992), 2, 135 - 140.
\bibitem{} G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz und W. Webers (eds.), {\sl Inverse problems: Principles and applications in geophysics, technology and medicine}. Proceedings einer internationalen Konferenz, Potsdam, 30. August - 3. September, 1993. Akademie-Verlag, Berlin, 1993.
\bibitem{} E. Buchborn, {\sl Komplementarit\"at in der Medizin}. In: E. P. Fischer, H. G. Herzka und K. S. Reich, Widerspr\"uchliche Wirklichkeit. Piper, M\"unchen - Z\"urich, 1992.
\bibitem{} E. Buchborn, {\sl Mustererkennung in der klinischen Diagnostik}. Nova acta Leopoldina NF 76, Nr. {\bf 281} (1992), 317 - 330.
\bibitem{} R. Gross, {\sl Chaos und Ordnung. Dynamische Systeme in der Medizin}. Dtsch. \"Arztebl. {\bf 88} (1991), Heft 25/26, B-1505 - 1509.
\bibitem{} U. Heyll, {\sl Risikofaktor Medizin}. Ullstein Verlag, Berlin, 1993.
\bibitem{} U. Heyll, {\sl Die Grenzen der Medizin}. Mabuse {\bf 87} (1993), 22 - 27.
\bibitem{} W. S. Hinshaw and A. H. Lent, {\sl An introduction to NMR imaging: from Bloch equation to imaging equation}. Proc. IEEE {\bf 71} (1983), 338 - 350.
\bibitem{} A. Louis, {\sl Ghosts in tomography - The null space of the Radon transform}. Math. Meth. Appl. Sci. {\bf 3} (1981), 1 - 10.
\bibitem{} A. Louis, {\sl Medical imaging: State-of-the-art and future development}. In: [19], 22 - 28.
\bibitem{} H. Moritz and B. Hofmann-Wellenhof, {\sl Geometry, relativity and geodesy.} Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1993.
\bibitem{} H. Moritz, {\sl Introduction to natural philosophie}. Wichman Verlag, Karlsruhe, 1995.
\bibitem{} F. Natterer, {\sl The mathematics of computerized tomography}. Teubner Verlag, Stuttgart, 1986.
\bibitem{} F. Natterer, {\sl Tomography with few data}. In: [3], 275 - 283.
\bibitem{} P. L. Nunez, {\sl Electric fields of the brain}. Oxford Univ. Press, New York, 1981.
\bibitem{} J. Orear, {\sl Physik}. Carl Hanser Verlag, M\"unchen, 1987.
\bibitem{} Platon, {\sl Der Staat}. Alfred K\"orner Verlag, Stuttgart, 1973.
\bibitem{} P. C. Sabatier (ed.), {\sl Inverse methods in action}, Springer Verlag, Berlin - New York, 1990.
\bibitem{} F. Tretter, {\sl Systemwissenschaft in der Medizin. Wege zum ganzheitlichem Verst\"andnis von Krankheit und Gesundheit}. Dtsch. \"Arztebl. {\bf 86} (1989), Heft 43, B-2214-2222.
\bibitem{} A. N. Tikhonov et al. (eds.), {\sl Ill-posed problems in natural sciences}. VSP, Utrecht, 1992.
\bibitem{} H. Weinberg et al. (eds.), {\sl Biomagnetism: Applications and theory}. Pergamon Press, New York, 1985.
\end{thebibliography}

\end{document}

19.

Bericht über Second International Conferencee 'Dynamic Systems Identification and Inverse Problems'

(Einschätzung des Arbeitsstils und der Leistsungsfähigkeit der Naturwissenschaften)

Bericht über die Tagung
Second International Conference

Dynamic Systems Identification and Inverse Problems

St. Petersburg (Rußland), 22. - 26. August 1994

organized by
Moscow Aviation Institute
International Center for Advanced Studies COSMOS
Scientific Council on Heat Transfer in Industry - Russian Academy of Sciences

1. Aufgabenstellungen in der messenden Physik

Die Tagung wurde vorbereitet von Prof. O. M. Alifanov (Moscow Aviation Institute) und Prof. J. V. Beck (Michigan State University, USA). Beide Wissenschaftler sind auf dem Gebiet der Ingenieurwissenschaften tätig und haben wesentliche Beiträge zur Raumfahrt geliefert. Aus diesem Grund beschäftigte sich die Tagung mit der Identifikation von speziellen Parametern (inverse Probleme) von thermischen, mechanischen, strömungstechnischen, elektrischen und nuklearen Systemen mit Hilfe von Meßwerten. Von den Teilnehmern, die meist keine Mathematiker waren, wurde die Lösung spezieller inverser Prob-leme vorgestellt. Solche Lösungen finden Anwendung in der Raumfahrt, speziell bei einer im Oktober zu startenden Marssonde. Ohne die Lösung konkreter inver-ser Probleme ist die Raumfahrt nicht möglich. Aus der Raumfahrt kommt der vielleicht endgültige Anstoß zur systematischen Behandlung von inversen Prob-lemen, d.h. der Interpretation von Meßwerten - obwohl Wissenschaftler und Mediziner diesen Aufgabenstellungen täglich begegnen.

Mitte der sechziger Jahre haben Prof. Alifanov und Prof. Beck mit dem Studium spezieller inverser Probleme der Ingenieurwissenschaften begonnen. Seit Anfang der sechziger Jahre haben weiterhin Prof. A. N. Tikhonov (Moskau), Prof. M. M. Lavrent´ev (Novosibirsk), Prof. V. K. Ivanov (Sverdlovsk) und Prof. V. A. Morosov (Moskau) auf diesem Gebiet erfolgreich gearbeitet. Nach Prof. Alifanov gab es in der Sowjet-Union 1967 höchstens fünf Ingenieure, die inverse Probleme untersuchten. Jetzt ist diese Zahl in Rußland sehr groß. Prof. Alifanov hat als Ingenieur zusätzlich Mathematik studiert. In Moskau kann man im Abendstudium zusätzlich Mathematik studieren, was von vielen Anwendern genutzt wird. In der Bundesrepublik Deutschland und den USA sind mir solche Möglichkeiten nicht bekannt.

Neue Ergebnisse im High-Tech-Bereich hängen wesentlich von der Lösung inverser Probleme ab. Und dabei führen fast alle Anwendungen der Mathematik und der medizinischen Diagnostik auf solche inversen Probleme (Interpretation von Meßwerten) [1], [2]. Es sei hier darauf hingewiesen, daß die Sinnesorgane von Lebewesen laufend inverse Probleme zu lösen haben. Wenn man die Sinnesorgane von Lebewesen durch Meßgeräte und Maschinen ersetzen will, sind in einem mathematischen Modell inverse Probleme zu lösen. Allerdings wird die Komplexität der Sinnesorgane niemals mit Hilfe von Maschinen erreichbar sein. Weiterhin ist bekannt, daß nicht alle akustischen

bzw. elektromagnetischen Informationen (Licht) zur Identifikation eines Objekts seitens eines Lebewesens führen. Gegenbeispiele dazu lassen sich relativ einfach finden. Daher werden inverse Probleme der mathematischen Physik ebenfalls nicht immer lösbar sein. Von den mathematischen Rekonstruktionen verlangt man - aus Unkenntnis der Leistungsfähigkeit der Theorie - mehr, als die Sinnesorgane von Lebewesen leisten, was eine völlige Fehlentwicklung innerhalb der Wissenschaften darstellt. Da sich die meisten Mathematiker fast ausschließlich mit innermathematischen Problemen beschäftigen und von den Anwendungen in den Naturwissenschaften fast nichts verstehen, müssen die Anwendungen der Mathematik in vielen Fällen von Ingenieuren allein erbracht werden.

Im Jahre 1968 wurde anläßlich des 60. Geburtstages von Prof. S. L. Sobolev in Novosibirsk ein Übersichtsartikel zum Gebiet der inversen Probleme (wegen der prinzipiellen mathematischen Schwierigkeiten auch unter dem Begriff *ill-posed problems* bekannt) vorgestellt: A. N. Tikhonov, V. K. Ivanov und M. M. Lavrent´ev: *Ill-posed Problems*. In: Partial differential equations (ed. A. V. Bitsadse), pp. 234 - 239, Nauka, Moscow 1970. Prof. Bitsadse (Novosibirsk, Moskau) machte mich 1970 auf diesen Artikel aufmerksam. Die hier dargestellten Ergebnisse sind in einer gewissen Hinsicht Konsequenzen daraus.

Die von den Tagungsteilnehmern eingereichten Vorträge wurden vervielfältigt (ca. 300 Seiten) und zur Tagung ausgehändigt. Ich habe diese Unterlagen der Bibliothek des *Weierstraß Institutes für Angewandte Mathematik und Stochastik,* Mohrenstraße 39, 10117 Berlin übergeben. Diese Unterlagen stehen somit Interessenten aus der Bundesrepublik Deutschland zur Verfügung.

Mein Vortrag lautete *On Basic Principles of Medical Diagnostics - A Systems Theoretic Approach*. In diesem Vortrag wurde eine Systemtheorie für die komplexen Systeme der (offenen) Natur - speziell der Medizin - vorgestellt. In der Weltliteratur dürften solche Ergebnisse erstmalig publiziert worden sein. Die Ergebnisse lassen sich auch für komplexe Systeme in den konstruktiven Ingenieurwissenschaften ver-wenden. Allerdings sind die hier erzielten Ergebnisse weitreichender, da in den konstruktiven Ingenieurwissenschaften gewisse Freiheitsgrade in der Geometrie und den verwendeten Materialien vorhanden sind. Erstmalig gelingt mit den Ergebnissen der inversen Theorie eine *systemtheoretische Behandlung von ingenieurtechnischen Aufgaben mit vollständig neuen wissenschaftlichen Resultaten und großen finanziellen Einsparungen bei der Konstruktion* [1], [2].

Einige prinzipielle Schwierigkeiten bei der Verwendung von Meßwerten werden von fast allen Wissenschaftlern kaum beachtet:

1. Die meisten Meßwerte (physikalischer Felder) sind als Mittelwerte (Integrale) über die atomaren Strukturen viel zu schwach, um das Innere eines Körpers charakterisieren zu können. Weiterhin kann man (physikalische) Meßwerte in nur endlich vielen Punkten gewinnen. Hieraus ergeben sich für die kom-plexen Systeme der Natur infolge Informationsmangels, speziell in der Medizin, weitreichende Konse-quenzen zugunsten praktischer Erfahrungen [2].

2. Als Mittelwerte haben die Meßwerte sehr gute mathematische Eigenschafen, was weitreichende Ergebnisse für sogenannte ´direkte´ Aufgabenstellungen - d.h. der Berechnung von physikalischen Systemen aus dem Anfangszustand - zur Folge hat. Solche Ergebnisse lassen sich sinnvoll in den konstruktiven Ingenieurwissenschaften verwenden. Um mit Hilfe der Meßwerte in das Innere eines Körpers rechnen zu können, müssen die guten mathematischen Eigenschaften der Mittelwerte zerstört werden. Dieses führt auf **unstetige (instabile) Operationen** [1], [2]. Daher können die Lösungen inverser Probleme ohne Zusatzannahmen nicht endlichdimensional approximiert werden - im Gegensatz zu den bisherigen Ergebnissen direkter Aufgabenstellungen (kompakte Operatoren). Unstetige Operationen stellen für mathematische Untersuchungen ein großes Hindernis dar. Hieraus folgt oft, daß man damit jede beliebige Lösung (*physical nonsense*) erhalten kann. Für die numerische Realisierung inverser Aufgaben ist dieses ein grundsätzliches Hindernis und führt zu Fehlern bei der Interpretation von Meßwerten mit weitreichenden juristischen Konsequenzen. Weiterhin gibt es bei der Lösung inverser Aufgaben wegen der Unstetigkeit der Lösung manchmal Phantombilder, die ebenfalls *physical nonsense* sind. Aufgrund dieser Tatsache entsprechen die berechneten Bilder vom Inneren eines Körpers nicht immer der Realität, was fast allen Naturwissenschaftlern und Medizinern unbekannt ist.

3. Für technische Systeme sind die Meßwerte meist ´Eichkurven´. Damit lassen sich häufig Abweichungen vom ´Normalzustand´ charakterisieren. Wenn aber verschiedene innere Parameter dieselben Meßwerte als Eichkurven liefern, sind solche Meßwerte sinnlos. Man benötigt in diesem Fall zusätzliche Informationen vom System, um mit den Meßwerten arbeiten zu können. Aus diesen

Tatsachen folgen wegen der Nichtentscheidbarkeit der Meßwerte bzw. der Existenz von Phantombildern oft Unglücksfälle, speziell für Flugzeuge und Atomreaktoren. Diese Fakten bezüglich ´Eichkurven´ sind im allgemeinen, speziell in der Medizin, unbekannt. Mißt man aber gleichzeitig Parameter bezüglich verschiedener physikalischer Felder, lassen sich Fehler weitgehend reduzieren.

4. In diesem Jahrhundert wurde die mathematische Modellierung naturwissenschaftlicher Prozesse stark vernachlässigt. Die vorhandenen Modelle wurden den vielen Erfolgen der experimentellen Seite kaum angepaßt. Es gibt nur wenige Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle. Hierzu benötigt man die Ergebnisse der inversen Theorie. Weiterhin ist die Komplexität der einzelnen Prozesse (der offenen Natur) zu berücksichtigen, da sich die meisten Untersuchungen in den Naturwissenschaften, die in Labors gewonnen werden, auf lokale bzw. spezielle Aufgaben beziehen. Hervorragende spezielle Ergebnisse werden manchmal mit dem Nobelpreis ausgezeichnet. Der Schluß aufs Globale bzw. das (komplexe) System wird selten vollzogen und ist aus prinzipiellen Gründen (Informationsmangel) oft nicht möglich. Seit ca. 1960 sind genügend viele Ergebnisse der Mathematik und leistungsfähige Computer vorhanden, um diese Fragen weitgehend klären zu können [1], [2].

5. Es gibt keine Theorie des Messens in komplexen Systemen [1], [2], [4]. Die meisten Mathematiker, Physiker, Naturwissenschaftler und Mediziner wissen nicht, welche Leistungsfähigkeit Meßwerte physi-kalischer Felder besitzen. Ältere Mediziner [3] bzw. Ingenieure beherrschen noch die klassische Denkweise der (medizinischen) Diagnostik, die sich stets am komplexen System ´menschlicher Körper´ bzw. einem technischen System orientiert. Und diese Wissenschaftler werden immer weniger. In der modernen Wissenschaft jedoch ist diese **Schlußweise wegen der vielen zum Teil bedeutenden kleinen Teilergebnisse fast verlorengegangen, eine sensationelle Lücke innerhalb der Wissenschaften**. Es ist also dringend notwendig, jüngere Wissenschaftler zu einer systemtheoretischen Denkweise zu erziehen. Die Probleme der Umweltverschmutzung resultieren ebenfalls aus der Überschätzung der Leistungsfähigkeit von Meßwerten. In [2] findet man in meinem Beitrag den wohlbekannten grundlegenden Satz: **In the complex systems of nature the scientist largely depends on practical experience**. Umgekehrt haben die reinen Praktiker die grundlegenden Ergebnisse der inversen Theorie [1], [2] unbedingt zu beachten, da diese Wissenschaftler die meisten Entscheidungen in der Wissenschaft treffen, und viele dieser Entscheidungen sind wegen der **Schwäche der Meßwerte und der Instabilität der Lösung der inversen Aufgabe falsch**!

2. Ergebnisse der Tagung.

Prof. O. M. Alifanov, Prof. J. V. Beck und Prof. G. Anger haben in verschiedenen Ländern eine verschiedene eigenständige Entwicklung gehabt. Sie kommen in der Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften zu denselben Ergebnissen. Die rein experimentelle Seite hat im Labor große Erfolge zu verzeichnen. Die (reine) Mathematik und die Computer haben ebenfalls einen hohen Entwicklungsstand erreicht. Zwischen diesen beiden Säulen der Wissenschaft klafft aber eine sehr große Lücke, die zu den vielen Fehlern bei der Interpretation von Meßwerten, speziell in der Geophysik und Medizin, führt. Es wird zur Schließung dieser Lücke ein großer Teil der Mathematiker und theoretischen Physiker benötigt. Diese Forschungen gehören zur (reinen) Grundlagenforschung und beziehen sich anfangs auf (logische) Strukturuntersuchungen. Hierbei ist zu klären, ob ein angewandtes Problem vom Prinzip her lösbar ist. Praktisch alle Ergebnisse der (reinen) Mathematik werden dazu benötigt. Und diese Ergebnisse werden in einem gewissen Umfang das Verhältnis Mensch - Natur klären. Ein Teil der Aufgaben der Naturwissenschaften und der Medizin wird sich als nicht entscheidbar herausstellen, was weitreichende Konsequenzen für die Wissenschaften und deren Umbau auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften zur Folge hat. Die meisten Theoretiker (Mathematiker und Physiker) sind nur sehr schwer für solche Untersuchungen zu gewinnen, obwohl diese Probleme zu den zentralen Aufgaben der Theorie gehören. Die meisten Gelder fließen in innermathematische bzw. innerphysikalische Forschungen, die man oft zu Recht als ´Hobbyforschung´ bezeichnet. Hier stehen in Zukunft beachtliche Potenzen für die angewandte Forschung zur Verfügung.

Mit einem Mitarbeiter von Prof. Alifanov führte ich interessante Gespräche zur Mathematik und zu wissenschaftsorganisatorischen Fragen. Die Hochschullehrer in Moskau haben folgende Erfahrung gemacht: **Viele Wissenschaftler in Moskau**, **die sich fachlich durchgesetzt haben, stammen aus der Provinz. In Moskau war die Ausbildung in der Schule jedoch wesentlich besser. Um nach dem Studium in Moskau bleiben zu können, mußten die Studenten von außerhalb**

hervorragende Leistungen vollbringen. Ein gewisser Wohlstand zwingt die Menschen nicht zur harten Arbeit - eine Voraussetzung für jede große künstlerische bzw. wissenschaftliche Leistung. Der inzwischen verstorbene theoretische Kernphysiker Prof. K. Bleuler (Jahrgang 1910, Schweizer Bürger) erzählte mir 1989 während einer Tagung in Montpellier folgendes: er habe 1960 die Schweiz verlassen, da man dort zu viel Geld hatte und die Wissenschaftler alles mit Maschinen und Meßgeräten machen wollten. Der Kopf sei nicht mehr so gefragt gewesen. Er ging nach Bonn, um dort mit Mathematikern eine mathematische Physik aufzubauen. Die Zusammenarbeit mit Mathematikern aus Bonn sei aber gescheitert. Weiter sagte er mir 1989, daß jetzt die Bundesrepublik Deutschland (wegen zu vielen Geldes) denselben Zustand wie die Schweiz 1960 erreicht habe. DER TAGESSPIEGEL schrieb im vergangenen Jahr oft über die Probleme der Wissenschaft der Bundesrepublik Deutschland (siehe auch Seite 6), die eine zu geringe Effektivität für die angewandte Forschung hat.

3. Einige geschichtliche Bemerkungen

Zur Vollständigkeit seien hier noch einige geschichtliche Bemerkungen angebracht. In diesem Jahrhundert wurden seit der Entwicklung der Quantenphysik durch Max Planck (1900) viele inverse Probleme im atomaren Bereich gelöst. Der Wiener Mathematiker J. Radon gab 1917 (als rein innermathematisches Problem der Geometrie) eine vollständige Lösung der Computertomographie (Ber. Verh. Königl. Sächs. Ges. d. Wissenschaften 69 (1917)) an. Der aus Jerevan stammende armenische Physiker V. Ambarzumian publizierte 1929 eine erste Arbeit zum inversen Spektralproblem der Quantenphysik (Z. Physik 53 (1929)). Weiterhin wandte er 1936 die von J. Radon erzielten Ergebnisse auf Probleme der Astrophysik an und rechnete als erster numerische Beispiele für die Computertomographie. Die Computertomographie wurde von dem Amerikaner A. M. Cormack 1966 erneut für die medizinische Diagnostik entdeckt und von G. N. Hounsfield 1973 mit Hilfe von Computern für die medizinische Diagnostik aufbereitet. Der Aachener Mathematiker Prof. C. Müller [5] (Jahrgang 1920) war in der Bundesrepublik Deutschland der erste, der sich 1943 mit inversen Problemen elektromagnetischer Wellen (Objekterkennung mittels Licht usw.) beschäftigte [5]. Da unsere Industrie keinerlei Interesse an solchen Untersuchungen hatte - es gab damals keine Forschungen zur Raumfahrt und keine militärische Forschungen - wurden diese Ergebnisse in Deutschland nicht verwendet. Einen Überblick über die geschichtliche Entwicklung der inversen Probleme findet man in [1]. Die hier erwähnten Beispiele beziehen sich immer auf spezielle (lösbare) inverse Probleme. Die genannten Lösungen geben keine Antwort für das systemtheoretische Verhalten eines komplexen Systems.

Die Leistungsfähigkeit der Theorie (messenden Physik) für die komplexen Systeme der Natur (Geophysik, Medizin, Biosphäre) stammt von G. Anger, wobei die Analyse seiner schweren Krankheit [2] - ein in Kriegsgefangenschaft erworbener Nierenstau war 35 Jahre lang meßtechnisch nicht nachweisbar - einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung einer Systemtheorie geliefert hat. Eine zwanzigjährige Zusammenarbeit mit dem GeoForschungsZentrum Potsdam, welches aus den vor über 100 Jahren gegründeten geophysikalischen Instituten auf dem Telegrafenberg hervorgegangen ist, und der Bergakademie Freiberg war wichtig für das Erarbeiten konkreter inverser Probleme in den Naturwissenschaften. Die erste internationale Tagung über inverse Probleme fand 1979 an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg statt [1].

4. Konsequenzen aus den Ergebnissen der inversen Theorie

Die Entscheidung, ob ein Problem der Naturwissenschaften mathematisch lösbar ist, hängt wesentlich von der Lösung des entsprechenden inversen Problems [2] ab. **Ich schätze, daß ca. 50% der auf Supercomputern berechneten angewandten Probleme aus den Naturwissenschaften zu keinen real world solutions führt, also physical nonsense ist**. Es sei hier darauf hingewiesen, daß die mathematischen Rechnungen richtig sind. Die für die Rechnungen auf dem Computer notwendigen Voraussetzungen lassen sich jedoch oft physikalisch nicht gewinnen. Informatiker weisen in Publikationen auf diesen Sachverhalt hin, ohne die Ursachen zu kennen. Die hier kurz dargestellten Schwierigkeiten wurden erst in den letzten 10 - 15 Jahren voll analysiert. **Das Nobelpreiskomitee und die wissenschaftlichen Akademien der Welt haben sich kaum mit der für unser Leben notwendigen systemtheoretischen Denkweise auseinandergesetzt und daher dringend notwendige Korrekturen innerhalb der Wissenschaften nicht propagiert**.

Man könnte die Gelder für vom Prinzip her nicht lösbare Aufgaben sinnvoller einsetzen. Außerdem sind die vielen Fehldiagnosen in der Medizin nicht notwendig, wenn die Ärzte die systemtheoretische Denkweise (ars medica) [3], [4] - die vor 50 Jahren noch aktuell war - wieder anwenden. Der Patient wird meist zu Untersuchungen ins Labor abgeschoben, wobei wegen der Schwäche der meisten Meßwerte wesentliche Informationen vom menschlichen Körper verlorengehen! Ich schätze, daß mit den Ergebnissen der Naturwissenschaften und systemtheoretischer Denkweise die Fehldiagnosen, die zu Todesfällen führen, sich unter 5% reduzieren lassen. Offiziell sind an den Todesfällen mindestens 13% Fehldiagnosen beteiligt (BERLINER MORGENPOST vom 10. Juli 1991).

Wie erwähnt, ziehen die Ergebnisse der inversen Theorie Veränderungen innerhalb der Naturwissenschaften und der Medizin, die teilweise sehr einschneidend sind, nach sich. Alle Dienststellen, die mit der Vergabe von Geldern betraut sind, haben diese Tatsachen zu beachten. Auch die Industrie muß sich schnellstens auf diese Forschungen einstellen, da die Software manchmal zu physical nonsense führt. Der erste Schritt in dieser Richtung ist in den letzten Jahren von einzelnen Wissenschaftlern getan worden. Hieraus ergeben sich für die Universitäten ebenfalls weitreichende Konsequenzen. Die meisten Hochschullehrer an den Universitäten unterrichten die Studenten auf sehr speziellen Teilgebieten, ohne auf deren systemtheoretischen Zusammenhang - d.h. auf die konkreten Anwendungen - einzugehen. Weiterhin führen die Hochschullehrer kaum Gespräche mit Wissenschaftlern anderer Disziplinen, eine notwendige Voraussetzung für die Bearbeitung angewandter Aufgaben! In ihrer beruflichen Praxis aber müssen sich die Absolventen meist mit der Interpretation von Meßwerten auseinandersetzen [1], [2], [4]. In der ehem. DDR wurden ca. 12.000 Mathematiker ausgebildet, von denen ca. 10.000 in die Industrie gehen mußten. Diese sind wegen der sehr einseitigen Ausbildung - auf fast nur innermathematischen Teilgebieten - dort regelrecht vergammelt. Hinzu kommen die Minderwertigkeitskomplexe dieser jungen Wissenschaftler, da ihre angewandten Probleme zum großen Teil keine Lösung zulassen. Laut Statistik gibt es - relativ gesehen - die meisten Selbstmorde unter Mathematikern. Man rechnete früher in der DDR mit Unkosten pro Student von ca. 80.000 Mark. Bei 10.000 Absolventen sind dieses ca. 800 Millionen Mark, wirtschaftlich unverantwortlich. Die Gerichte haben schnellstens eine Aufarbeitung und Klärung der vielen Fehler bei der Interpretation von Meßwerten zu verlangen. Die Wissenschaftler sträuben sich gegen eine Aufarbeitung, da sie dann ihre Fehler eingestehen müssen!

Im Jahre 1960 hatte ich auch keinerlei Kenntnis von den Anwendungen der Mathematik. Ab 1969 habe ich immerhin noch 25 Jahre intensiver Arbeit benötigt, um das Verhältnis Theorie - Anwendungen zu verstehen. Mit Prof. H.-J. Reinhardt (Siegen), der ebenfalls diese Tagung besuchte, bin ich mir sicher über die Tatsache, daß sich die meisten Wissenschaftler gedanklich nicht aus dem Thema ihrer Diplomarbeit herausfinden. Da meine Diplomarbeit methodisch nicht ausbaufähig war, habe ich mich ab 1952 allein in die Strukturmathematik (moderne Potentialtheorie, Maßtheorie, Funktionalanalysis, usw.) eingearbeitet und die natürliche Kopplung zwischen physikalischen Feldern und moderner Strukturmathematik (Funktionalanalysis) gefunden [1]. Damit konnte ich Ergebnisse der modernen Mathematik - d.h. die Ergebnisse der Mathematik dieses Jahrhunderts - auf Fragen der Physik anwenden. Aufgrund meiner ersten Ergebnisse erhielt ich 1958 ein Stipendium der Universität Paris. Daß der von mir eingeschlagene Weg richtig war, zeigen die Ergebnisse über inverse Probleme. Mit Hilfe solcher Methoden ist vom Prinzip her das Verhältnis Theorie - Praxis (strukturmäßig) zu klären. **Vielleicht sind härteste Forderungen an die Wissenschaftler der einzige Weg, weitreichende Ergebnisse zu erzielen.**

Meinen Vortrag beendete ich mit der Bemerkung, daß ich ein ´Kind´ der französischen Mathematik (reine Mathematik) und der russischen Mathematik (angewandte Mathematik) bin. Aus diesem Grund war ich immer vollständig isoliert. Fast alle Wissenschaftler in der Bundesrepublik Deutschland wollen von den inversen Problemen, die zu den zentralen Aufgaben der Wissenschaften gehören, nichts wissen.

Literaturverzeichnis

[1] G. Anger, *Inverse problems in differential equations*. Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, London 1990.

[2] G. Anger, R. Gorenflo, H. Jochmann, H. Moritz and W. Webers, *Inverse problems: principles and applications in geophysics, technology and medicine.* Akademie-Verlag, Berlin 1993.
[3] E. Buchborn, *Mustererkennung in der klinischen Diagnostik.* Nova acta Leopoldina NF 67. Nr. 281, 317 -330 (1992).
[4] U. Heyll, *Risikofaktor Medizin*. Ullstein Verlag, Berlin 1993.
[5] C. Müller, *Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen*. Springer Verlag, Berlin 1957.

Anschrift:

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Fachbereich Mathematik und Informatik
06099 Halle (Saale)

privat:
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
10178 Berlin
Tel. 030/2411779

20.

Das Verhältnis Mathematik Ingenieurwissenschaften

von

Gottfried Anger
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Sektion Mathematik

Vortrag vor der Klasse Mathematik der Akademie der Wissenschaften am 17.3.1977

Diesen Vortrag kann man als Fortsetzung der Diskussion zum Plenarvortrag von Prof. F.-H. Lange am 16.10.1975 über Mathematik und Ingenieurwissenschaften ansehen. Die Diskussion über Mathematik wird international geführt und ist teilweise sehr heftig. Während die Literatur [1] - [6] mir zufällig bekannt wurde, besitze ich als Mitglied der 'Societé Mathématique de France' vollständig die Diskussionsbeiträge aus Frankreich [7] - [10]. Viele der folgenden Thesen findet man in irgendeiner Form in der angegebenen Literatur. Die Thesen sind von einem Mathematiker, der sich mit Analysis beschäftigt, aufgestellt und bedürfen der Ergänzung durch andere Wissenschaftler.

1. Zwischen Mathematik einerseits und den Naturwissenschaften und Ingenieurwissenschaften andererseits besteht schon immer ein enges Verhältnis. Viele Physiker und Ingenieure waren hervorragende Mathematiker.

2. Viele mathematische Probleme, die aus den Anwendungen kommen, sind äußerst kompliziert und warten noch auf eine Lösung.

3. Angewandte Probleme führen häufig auf zwei Teilgebiete der Mathematik, und zwar erstens auf Probleme der Statistik und zweitens auf Probleme bei Differentialgleichungen einschließlich ihrer numerischen und stochastischen Behandlung. Letzerer Problemkreis entsteht vor allem durch Energiebilanzen. Im Raum Halle gibt es viele Forschungsinstitute und Industriebetriebe, die großes Interesse an der Lösung solcher Probleme haben, jedoch steht die Zusammenarbeit mit Mathematikern noch am Anfang.

4. Bei der Lösung der in **3**. angegebenen Problemen hat man es häufig mit sogenannten inkorrekt gestellten Problemen (d.h. die Lösungen hängen nicht stetig von den Meßgrößen ab) zu tun. Der berühmte sowjetische Mathematiker A. N. Tykhonov ist der Auffassung, daß man bei der konsequenten Durchrechnung (einschließlich der numerischen Behandlung eines angewandten Problems) mindestens an einer Stelle auf inkorrekte Probleme stößt. Diese Gebiete werden in der DDR und anderen Ländern kaum gelehrt.

5. Die Mathematik hat in den vergangenen 30 Jahren viele neue Methoden zur Lösung angewandter Probleme bereitgestellt. Bei der numerischen Behandlung von

Problemen kommt man in vielen Fällen sehr schnell an die Grenze der Leistungsfähigkeit moderner Rechenautomaten. Einen Ausweg scheint es nur in der Richtung zu geben, daß zuerst die qualitative Theorie (reine Mathematik) vorangetrieben wird und später an einer günstigen Stelle die numerische Behandlung erfolgt.

6. Seit ca.1970 beschäftigen sich in der gesamten Welt viele hervorragende Mathematiker mit ungelösten angewandten Problemen, um anhand dieser Probleme neue mathematische Strukturen zu erkennen. In der UdSSR gibt es in Moskau und Leningrad mindestens drei Seminare, in denen regelmäßig das Verhältnis Mathematik - Anwendungen diskutiert wird.

7. Die von D. Hilbert eingeführte axiomatische Methode ist grundlegend für die Mathematik. Es treten dadurch gewisse Strukturen klar heraus. Allerdings sollte man dabei beachten, daß häufig erst bei einem gewissen Reifegrad einer Theorie mit der Axiomatisierung begonnen wird. Während das Aufschreiben von Originalarbeiten und die Lehre deduktiv erfolgen, muß man bei der mathematischen Forschung am Anfang den Weg des Probierens gehen - wie es auch in anderen Wissenschaften üblich ist. Die meisten Studenten bekommen letzteren Weg nicht gelehrt. Dadurch entsteht bei ihnen ein schiefes Bild von der Mathematik.

8. Hervorragende Mathematiker des 20. Jahrhunderts, die wesentliche Beiträge zur Axiomatisierung der Mathematik geliefert haben, beherrschten große Teile der Mathematik und mindestens ein Nebenfach (z.B. Mechanik). Die Generation nach 1945 stieg häufig auf halbem Wege in die Mathematik ein und beschäftigte sich sehr oft mit innermathematischen Problemen (Verallgemeinerungen, Axiomatik). Hierbei stand vor allem der 'mathematische Apparat' im Vordergrund. H. Dinges (Frankfurt/Main) [5] schreibt: **Aus den Forschungsleistungen der Topologen, algebraischer Geometer, Kategoriespezialisten etc. ergibt sich keineswegs von selbst ein Bild der Mathematik, welches die Tradition geometrischer Vorstellungsweisen und algebraischer Denkweisen pflegt. Die reine Mathematik scheint sich vielfach einem Rausch der Beliebigkeit ihrer Anstrengungen hingegeben zu haben. Das macht nicht nur einen schlechten Eindruck bei den Steuerzahlern, sondern hat auch schlimme Konsequenzen. Die Universitäten sind keineswegs unschuldig an dem Bild der Mathematik, das zur Zeit an den Schulen vermittelt wird. Sie haben nicht bemerkt, daß die Studenten, die dann an die Schulen gingen, die erlernten Schlußweisen nicht als Handwerkzeug verstanden, sondern mit der Substanz Mathematik verwechselt haben**. Nach Auffassung des Referenten trifft diese Bemerkung auch auf das Verhältnis Mathematik - Ingenieurwissenschaften zu.

9. Der Kreis derjenigen Mathematiker, die aktiv mathematische Grundlagenforschung betrieben haben und später anwenden können, ist relativ klein. In der Mathematik sind in den letzten 30 Jahren viele Teildisziplinen entstanden, die sich verselbständigt haben und allein nicht mehr angewendet werden können. Diese vielen Teildisziplinen belasten den Studienplan und führen dazu, daß sich die Studenten nicht mehr zurechtfinden. Es ist dringend notwendig, der Mathematik langfristige Aufgaben aus den Anwendungen zu stellen, an denen sich die Mathematiker bewähren können. In der Technik gehören solche Aufgaben zur täglichen Praxis.

10. Um die Mathematik in den Naturwissenschaften und Ingenieurwissenschaften erfolgreich anwenden zu können, muß man sich im Klaren sein, welchen Entwicklungsstand die Mathematik erreicht hat. Hieraus ergeben sich wichtige Schlußfolgerungen bei der Lösung angewandter Probleme: Welche Teilprobleme kann man theoretisch behandeln und welche Teilprobleme sind rein experimentell zu lösen.

11. Bei der Behandlung angewandter Probleme spielt das Kollektiv die zentrale Rolle (vertikale Forschungsorganisation). Das mathematische Modell entstand schon immer durch das Wechselspiel zwischen Theorie und Praxis. Die heutzutage zu lösenden mathematischen Probleme sind sehr schwierig und gehören meist zu den inkorrekt gestellten Problemen oder sind stark unterbestimmt (z. B. inverse Probleme der Geophysik). Daher ist jetzt die Zusammenarbeit zwischen Theorie und Praxis dringender denn je.

12. In einem Kolloquiumsbericht über die Anwendung der Mathematik in der Biologie findet man folgenden Hinweis: *Um erfolgreich die Mathematik in der Hirnforschung einsetzen zu können, muß man zusätzlich Neurologe sein*. Diese Bemerkung trifft für die meisten modernen Anwendungsgebiete zu. Der erfolgreiche angewandte Mathematiker muß sowohl die moderne Mathematik als auch ein Anwendungsgebiet beherrschen.

13. Es ist dringend notwendig, daß die Mathematiker Tagungen anderer Wissenschaften besuchen.

14. An den Sektionen für Mathematik sollten Mathematiker aus anderen wissenschaftlichen Einrichtungen Vorlesungen über angewandte Probleme halten.

15. Es ist notwendig, daß an den Sektionen Lehrstühle für Gleichungen der mathematischen Physik oder für andere theoretische Anwendungsgebiete eingerichtet werden.

16. In der UdSSR setzen sich die Studenten an den Fakultäten für Mathematik und Mechanik ungefähr folgendermaßen zusammen: 25% reine Mathematik (einschließlich Lehrer), 30% - 35% Mechanik, 40% - 45% angewandte Mathematik und Informatik.

17. In der DDR gibt es einen großen Bedarf auf folgenden Gebieten:

1. Mechanik (vor allem Festigkeitsprobleme, Stabilitätsprobleme und Schwingungsprobleme). 2. Hydrologie einschließlich Ökologie (Wasserfragen, Umweltsprobleme). 3. Wärmeleitungsprobleme (Bauwesen, Glasproduktion, Chemie usw.), 4. Diffusionsprobleme (Chemie, Biologie, Medizin usw.), 5. Angewandte Statistik (Geologie, Medizin, Landwirtschaft usw.).

18. Die Erfahrungen von internationalen Kongressen und der internationalen Literatur (auf dem Gebiet der Mathematik) werden selten an die Industrie weitergegeben. Trotz guter Erfolge ist die Unterrichtung unserer Industrie über Einsatzmöglichkeiten der Mathematik zu gering.

19. Wir müssen unsere Studenten in den ersten beiden Studienjahren intensiv auf folgenden Gebieten ausbilden, die zusammen eine Einheit sind (in den meisten sozialistischen Ländern wird es praktiziert): 1.Algebra und Geometrie, 2. Analysis, 3. Teile der Numerik und der Informatik, 4. Physik, 5. ein Nebenfach. Da die Analysis schon immer im engsten Wechselverhältnis mit der Physik und Mechanik gestanden hat und die Physik bei den Mathematikern erst ab 3. Studienjahr gelehrt wird, werden große Teile der Analysis rein formal gelehrt. Die Beispiele aus der Physik, an denen viele Sachverhalte der Analysis erklärt werden können, fehlen. Dadurch entstehen große Lücken bei den Studenten, die später kaum geschlossen werden können. Unsere Mathematikstudenten eignen sich dadurch häufig die in **8.** angegebenen Denkweisen an.

20. Studenten und Wissenschaftler müssen wieder dazu erzogen werden, daß sie mathematischen Probleme einschließlich der numerischen Behandlung lösen. Infolge der zur Ausbildung und Weiterbildung zur Verfügung stehenden kurzen Zeit brechen wir die Untersuchungen oft auf halbem Wege ab. Auf diese Weise bekommen die Wissenschaftler mehr Arbeiten zusammen.

21. Für den erfolgreichen Einsatz der Mathematik ist es dringend notwendig, einen kleinen Teil der Naturwissenschaftler und Ingenieure auf Teilgebieten der Mathematik weiterzubilden. In der UdSSR, der VR Polen und der VR Ungarn wird ein Teil dieses Kreises wesentlich besser ausgebildet.

22. Die voranstehenden Ausführungen richten sich nicht gegen die Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Mathematik. Es muß nur ein richtiges Verhältnis zwischen Theorie und Anwendungen hergestellt werden. Viele Mathematiker verbergen hinter der 'Grundlagenforschung' ihre fachlichen Unzulänglichkeiten. Mit dem hohen Stand der Diplom-Mathematiker in der DDR (ca. 5000 - 8000) könnten alle Bedürfnisse abgedeckt werden.

Literatur

[1] A. Letov, *Wohin geht die Theorie, wo bleibt die Praxis*, Regelungstechnik 12,9 (1964), 385 - 388.

[2] Mathematik und ihre Wirksamkeit in der sozialistischen Praxis, Diskussionsbeiträge in 'Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft der DDR', Heft 2 (1973), 83 Seiten.

[3] F.-H. Lange, *Mathematik und Ingenieurwissenschaften*, Sitzungsberichte der Akad. d. Wiss. der DDR, Mathematik-Naturwissenschaften-Technik 7N, 1976, 27 Seiten.

[4] J.A. Dieudonne, *Should we teach 'modern' mathematics*. American Scientist 61 (1973), 3 Seiten.

[5] H. Dinges, *Thesen der Selbstdarstellung der Fachbereiche für Mathematik*, Beilage in den Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Oktober 1976, 9 Seiten.

[6] J. Peil, *Was ist Biomathematik - Versuch einer inhaltlichen Konkretisierung*, Informationsblatt der Gesellschaft für Physikalische und Mathematische Biologie der DDR 6 (1975), 9 Seiten.

[7] La reforme de l'enseignement des mathematiques, Extrait du Bulletin de l'A.P.M.E.P. no. 286, Decembre 1972, 14 Seiten.

[8] La modernisation de l'einseignement des mathematiques, Ecole Liberatrice, no. 17, 12 Janvier 1973, 22 Seiten.

[9] R.E. Gaskell and M.S. Klamkin, *The industrial mathematcian views his profession: A report of the committee on cooperative members*, Amer. Math. Monthly 81,7 (1974), 699 - 716.

[10] Gazette des mathematiciens, Societe Mathematique de France, no. 1 - 7, 1973 - 1976.

[11] G. Anger, *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften*, *der Technik und der Medizin - praxis cum theoria*. Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik 20 (1997), 19 - 36.

[12] G. Anger, *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria*. Arzt und Krankenhaus 12/97, 354 - 357.

Am 3. Mai 1998 wurden die letzten beiden Arbeiten des Autors, die eine weitgehende Analyse der Leistungsfähigkeit der messenden Physik (auch der medizinischen Diagnostik) enthalten, hinzugefügt.

Privatanschrift des Autors (seit 1969): Rathausstr. 13, Wg. 11/09, 10178 Berlin, Tel. 030/2411779

21.

Stellungnahme von G. Anger zu den Anwendungen der Mathematik am Fachbereich Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg vom 9. November 1975

Abschrift

Prof. Dr. G. Anger
Sektion Mathematik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Herrn
Prof. Dr. H. Michel
Stellv. Direktor für Forschung
Sektion Mathematik, MLU
401 Halle

9.11.**1975**

Betr. Praxisprojekt "Inverse Probleme"

A) Inverse Probleme gibt es in allen naturwissenschaftlichen Bereichen. Es seien hier genannt a) die Geophysik (aus dem Erdpotential soll auf die Gestalt der Erde – Lagerstättenerkundung - geschlossen werden), b) Wärmeleitungsprobleme (aus dem außerhalb eines Körpers gemessenen Wärmefluß soll auf die Wärmequellen geschlossen werden), c) Probleme beim Talsperrenbau (mit Hilfe von Bohrlöchern soll auf die Festigkeit des Geländes geschlossen werden), d) Hirnforschung (mit Hilfe von gemessenen elektrischen Feldern soll auf die Gestalt des Hirns geschlossen werden).

Von Prof. G. Anger wurde eine Methode entwickelt, mit deren Hilfe ein systematisches Studium obiger Probleme möglich sein wird. Bisher gibt es für diese Probleme nur Teillösungen. Wenn die mathematischen Strukturuntersuchungen abgeschlossen sind, hat man folgende zwei Möglichkeiten: Kann uns der Praxispartner die notwendigen Parameter liefern, so müssen zum Studium der inversen Probleme numerische Näherungsverfahren entwickelt werden. **Stellt es sich jedoch heraus, daß die Praxis nicht die notwendigen Parameter liefern kann (die inversen Probleme sind mathematisch unterbestimmt), so können ganze Forschungskollektive in den angewandten Instituten aufgelöst werden. Der Nutzen ist in beiden Fällen groß; im ersten Fall könnte man fast unermeßliches Geld verdienen.**

Bisher gibt es nur einen Praxispartner, dem VEB Geophysik in Leipzig. Auf dessen Wunsch wird gemeinsam mit Dr. Strehmel eine Diplomarbeit angefertigt. Weiter gibt es Sondierungen mit dem VEB Institut für Wasserwesen in Berlin, der Sektion Wasserwesen der TU Dresden und dem Zentralinstitut für Physik der Erde in Potsdam. Mit diesem Institut scheint sich eine Zusammenarbeit ab Sommer 1976 anzubahnen.

B) Eine vertragliche Bindung mit obigen Instituten ist noch nicht spruchreif. Dafür sind die Risiken - wie oben aufgeführt - zu groß. Ein leistungsfähiges Kollektiv muß aber aus 4 - 5 Mathematikern bestehen.

C) Verteidigung einer Diplomarbeit im Januar 1977.

D) Falls die Sektion Mathematik der MLU für das Forschungsprojekt "Inverse Probleme" genügend Kader zur Verfügung stellt, ist die Betreibung dieses Gebietes höchstwahrscheinlich für einige Jahrzehnte möglich. Ich bin der Auffassung, daß sich dieses Gebiet trotz einiger Risiken positiv entwickeln wird.

9.12.1975 gez.: G. Anger

Für die Richtigkeit der Abschrift: gez. G. Anger
27.5.1991

22.

Brief an den Bundesminister für Soziales und Arbeit vom 18.01.1995 (Dr. Norbert Blum)

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
10178 Berlin
Tel. 030/2411779

Bundesminister für Arbeit und Soziales
Herrn Dr. Norbert Blüm
Rochusstr. 1
53123 Bonn

Berlin, den 18.01.1995

Sehr geehrter Herr Bundesminister,

mit diesem Brief möchte ich Sie auf tiefliegende Probleme auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften, speziell der medizinischen Diagnostik, aufmerksam machen. Die Überschätzung der Leistungsfähigkeit der messenden Physik zieht eine überdurchschnittliche Anzahl von Unglücksfällen und Fehldiagnosen, die zum Tod führen, nach sich. Diese Dinge sind zum großen Teil nicht notwendig, da die meisten Wissenschaftler das systemtheoretische Denken, welches vor 50 Jahren noich aktuell war, fast verlernt haben. Infolge der vielen nicht notwendigen Todesfälle muß Ihr Ministerium beachtlich viel Geld für Renten usw, aufbringen.

Besonders in der Medizin sind die vielen Fehler auf dem Gebiet der medizinischen Diagnostik, die zum Todee führen, nicht notwendig. Ich habe es am eigenen Leib zu verspüren bekommen. Meine Krankheit, eine zu enge Harnröhre, wurde 37 Jahre lang nicht zur Kenntnis genommen, da die Laborwerte immer hervorragend waren. Als Mathematiker ist es mir gelungen, die Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Grundzügen voll zu charakterisieren mit weitreichenden Folgen für die Ausbildung an den Universitäten und die Forschung. Meine fachlichen Ergebnisse und die Erfahrungen an meinem Körper stellen eine Einheit dar, die man früher als theoria cum praxi propagiert hatte.

DER TAGESSIEGEL berichtete am 2. Dezember 1994 über ein Gespräch in der Villa Hügel, an dem Vertreter der Industrie, der Universitäten und der Politik teilnahmen. Die Industrie fragte die Universitäten, für wen sie eigentlich ausbilden. Die Universitäten widersprachen dieser Auffassung. Der Philosoph Prof. Mittelstraß, der nach der Wende für den Umbau der Berliner Universitäten zuständig war entgegnete, daß seinen Erfahrungen nach die Universitäten **reformunfähig** sind. Dieses ist nach meinen eigenen Erfahrungen bittere Realität. Den beiliegenden Artikeln und den Briefen können Sie Einzelheiten darüber entnehmen.

Die Bundesrepublik Deutschland hat zur Zeit große Probleme mit der wissenschaftlichen Qualität der Erzeugnisse. Die USA und Japan haben in den letzten 10 Jahren eine wesentlich bessere Forschungspolitik betrieben. Laut DER TAGESSIEGEL sind an diesem Zustand 'schuld' die Wissenschaftler, die Manager und die Politiker in Leitungsfunktionen. Seit 20 Jahren mache ich die Wissenschaft auf die großen Probleme auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften aufmerksam. So habe ich in den vergangenen 5 Jahren geschrieben an das Bundesministerium für Forschung und Technologie fünfmal, das frühere Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft dreimal, die Landesregierung von Sachsen-Anhalt (ich habe von 1972 - 1993 an der Universität Halle als ordentlicher Professor für Mathematik gearbeitet) fünfmal, den Senator für Wissenschaft in Berlin zweimal, Daimler-Benz zweimal, Siemens dreimal, Jenoptik (Lothar Späth) einmal, dem Präsidenten der Max-Planck-Gesellschaft einmal, dem Präsidenten der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften zweimal, dem Direktor des Max-Planck-Institutes für Mathematik in Bonn mehrmals usw. geschrieben. Fast

keiner hat auf meine Briefe geantwortet. Und dabei sind die von mir angeschnittenen ungelösten Probleme grundlegend für unser Leben.

Ihr Ministerium muß viel Geld für nicht notwendige Unglücks- oder Todesfälle und für Renten aufbringen. Allein mit Arbeitsplatzabbau lassen sich die Probleme in der Bundesrepublik Deutschland nicht lösen. Wesentliche Verantwortung für die wirtschaftliche Zukunft tragen die Wissenschaftler, die aber meist nur in eingefahrenen Gleisen arbeiten wollen. Die meisten Wissenschaftler sind sogar nicht bereit, wesentliche Fehler auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften einzugestehen und zu korrigieren. Und dabei sind die begangenen Fehler juristisch strafbar.

Vielleicht können Sie meine aufgeworfenen Fragen in der Bundesregierung zur Diskussion bringen. Der Anlaß meines Briefes an den Präsidenten der Bundesversicherungsanstalt für Angestellte waren prinzipielle Fehler bei der Berechnung der Renten, die 100-prozentig zu Lasten der BfA gehen. Uns Rentnern kann man diese groben Fehler nicht vorwerfen. Wir haben den Eindruck, daß viele Bundesbehörden schlecht arbeiten und ihre eigenen Fehler einfach auf die Bürger abwälzen.

Zum Schluß noch einige Bemerkungen bezüglich meiner Rente. Ich beziehe als ordentlicher Professor, der vom SED-Regime physisch fast vernichtet worden ist, monatlich eine Rente von netto DM 2450.-- (ein pensionierter Professor in Westberlin bekommt ca. DM 12.000 als Pension). Als aktiver Wissenschaftler muß ich davon alle Unkosten für meine wissenschaftliche Arbeit wie Computer, Briefe, Telefon usw. bezahlen. Eine Verwaltungsangestellte des öffentlichen Dienstes bekommt mit ihren Zuschlägen mehr als meine Rente und haben keine beruflichen Ausgaben. Ist dieser Zustand nicht ein Skandal? Die Bundesrepublik Deutschland kann bei Beachtung meiner Ergebnisse jährlich Milliarden DM einsparen, eigentlich ein Gebot der Stunde. Warum isoliert man seine aktiven Wissenschaftler? Ich denke, daß meine Ergebnisse den meisten Wissenschaftlern unangenehm sind, da ich denen wesentliche Fehler auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften nachgewiesen habe.

Meine Ergebnisse erfordern grundsätzliche Veränderungen in Lehre und Forschung in der Bundesrepublik Deutschland. Vermutlich wird dieses erst die nächste Generation realisieren. Vielleicht ist es dann schon zu spät, um im internationalen Rahmen wirtschaftlich konkurrenzfähig zu sein.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr

17 Anlagen

P.S.

Der Rechtsmediziner Prof. Hans-Joachim Wagner sagte - laut DER TAGESSPIEGEL vom 18.01.95 (Seite 24) bei einem Forum der Bundesärztekammer in Köln, daß von den 900.000 Verstorbenen in der Bundesrepublik Deutschland 40% davon auf Fehldiagnosen zurückzuführen sind.

23.

GHOSTS (PHANTOMS, ARTIFACTS) – A REALITY OF SCIENCES USING MEASURING DATA FOR INTERPRETATION

Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779

Every matter has a very complex structure, especially in geophysics and medicine. In order to interpret measuring data relative to a body one needs a mathematical model and effective measured values. The inner parameters f of a system produce a physical field and measuring results g , formally written in the form (equation of the first kind)

$$Af = g.$$

The determination of g by the physical process A and the inner parameters f is called a direct problem, while the determination of f by g is called the inverse problem. Often one writes for the solution f the symbol

$$f = A^{-1}g.$$

Inverse problems differ, as a matter of principle, from direct problems. The reason is the weakness of most measuring results g and often the discontinuity of the inverse operator A^{-1} , i.e., f does not continuously depend on g ([1] – [4]). Often the measured values $g = Af$ are averages over the atomic structures of a body. In general they have very good mathematical properties (compact operators). If the compact operator A ist a one-to-one mapping on the space $L^2(\Omega)$ of all on Ω quadratically integrable functions or on $C(\Omega)$ of all on Ω continuous functions, then the inverse A^{-1} is discontinuous (F. Riesz 1918). Because of the great computational efforts, computer can calculate only stable (continuous) problems. For inverse problems, especially in medicine, we need additional information from the system considered, which enforce the continuous dependence of the solution f on the measuring data g, a central role in applications. We have to verify the correctnes of additional information and the effectiveness by using the special experiment considered. Many interpretations of measuring data are only mathematical reconstructions not of interest for applications. The complexity of nature can never be completely described mathematically. This is evident from earthquake prediction, weather forcasting and results of deep drilling [2].

In many cases the measuring data $Af = g$ are averages. From this fact it follows that different inner parameters f produce the same measuring results g ([1] –[4]). Further, in practice one has only a finite number of measured data. From the lack of information ‚ghosts‘ , sometimes called ‚phantoms‘ or ‚artifacts‘, follow, which have nothing to do with reality. This was proved relative to computed tomograpgy [5] in 1981. This fact also holds in NMR-tomography (nuclear magnetic resonance tomography) [3], [4] proved in 1986. It may be that this result holds for all inverse problems, where the direct problem is represented by a finite sum of integrals. In numerical analysis these integrals are approximatively calculated by finite sums, where the values of the function f are caluculated at finitely many points y_j. If one adds

a function h vanishing at the points y_j then $f + h$ gives the same sum. But in applications this situation is devasting. From this fact many wrong decisions follow, especially in medical diagnostics. Therefore the scientist or medical doctor largely depends on practical experience: **praxis cum theoria** [3], [4].

Many problems in engineering have a hierarchic structure. In this field one can compose several processes. Often it is sufficient to apply solutions of direct problems, which are stable. In designing machines and instruments one finds certain additional degrees of freedom as far as geometrical dimensions and materials are concerned. The great success in design engineering is due to this fact. Design perception corresponds to deductive perception in mathematics. On the other hand, interpretive sciences such as geophysics, soil mechanics, meteorology, space research, biology, medicine, etc., are facing particalur difficulties. There one tries to determine a great number of inner parameters from a small number of measurements. The information content of technical systems is not so large as the information content of a system of nature. Lack of information often results in ambiguity, so different inner parameters f produce the same measured values.

The followers of Hippocrates (460 – 377 B.C.) *contend that the ‚history‘ of individual illnesses can be precisely studied only by carefully and precisely registering all symptoms: The illness as such is beyond our reach.* In general these facts hold for every (complex) systems of nature.

A theory of measurements in complex systems, which unfortunately does not yet exist, would be of central importance: What are the external systems parameters to be measured in order to uniquely and stably determine certain inner systems parameters which are inaccessible to direct observation? Such a theory of measurements, by its very nature, constitutes an inverse problem. In this context, the differential equations known up to now must be tested for their suitability, that is, is their complexity sufficiently general for them to serve as a basis for inverse problems and hence for the interpretation of nature?

Only since about 1960 do we know a sufficient number of results of basic mathematical theory to be able to treat certain inverse problems from a systematic point of view. These results ([1] –[4]) are known only to a few specialists. To make these results available to applied scientists might be one of the most difficult tasks for the future.

References

[1] G. Anger (1990), *Inverse problems in differential equations.* Akademie-Verlag, Berlin and Plenum Press, London, New York.
[2] G. Anger (1997), *Does there exist a systems theory for technical systems, the systems of nature and the universe?* In: H. G. Natke and Y. Ben-Haim (eds.): *Uncertainty: models and measures.* 109 – 123. Akademie-Verlag, Berlin.
[3] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin - praxis cum theoria.* Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik **20,** Heft 1, 19 – 36.
[4] G. Anger (1997), *Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria.* Arzt und Krankenhaus, 12/97, 354 - 357.
[5] A. Louis (1981), *Ghosts in tomography – the null space of the Radon transform.* Math. Meth. Appl. Sci. **3**, 1 – 10.

24.

Verzeichnis der Publikationen von Gottfried Anger

Literaturverzeichnis von G. Anger
(Stand vom 24.01.2001)

1957. - Ders.: Stetige Potentiale und deren Verwendung für einen Neuaufbau der Potentialtheorie. Dissertation, Technische Hochschule Dresden

1958. - Ders.: Sur le role des potentiels continues dans les fondements de la théorie du potentiels. In: Séminaire de théorie du potentiel, 2, - dirigé par M. Brelot, G. Choquet J. Deny - Faculté des Sciences Paris (30 Seiten)

1959. - Ders.: Der Raum der stetigen Funktionen in der Potentialtheorie. In: Z. angew. Math. Mech., 39, - S. 340

1959. - Ders.: Ein funktionalanalytischer Aufbau der Potentialtheorie. In: Wiss. Z. Techn. Hochschule Dresden, 8, - S. 679-685

1960. - Ders.: Der Raum der stetigen Funktionen in der Potentialtheorie und der Theorie der hyperelliptischen Differentialgleichungen. In: II. Magyar Matematikai Kongressus, Bd. 2, Budapest, - S. 1 - 7

1961. - Ders.: Die Entwicklung der Potentialtheorie im Hinblick auf ihre grundlegenden Existenzsaetze I. In: J.-Ber. Deutsche Math. Verein., 64, - S. 51 - 78

1961. - Ders.: Die Entwicklung der Potentialtheorie im Hinblick auf ihre grundlegenden Existenzsaetze II. In: J.-Ber. Deutsche Math. Verein., 64, - S. 100 - 134

1962. - Ders.: Balayage-Prinzip und stetige Projektionen. In: Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden, 11, - S. 471 - 480

1963. - Ders.; G. Wildenhain: Ein Kapazitaetsbegriff fuer gewoehnliche Differentialgleichungen. In: Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden, 12, - S. 471 - 480

1966. - Ders.: Ein Kapazitaetsbegriff fuer Differentialgleichungen hoeherer Ordnung. In: Ber. 3. Tagung Probleme Method. Math. Phys. - Karl-Marx-Stadt (Chemnitz), 1.-5. Juni, - Math. Inst. Techn. Univ. Karl-Marx-Stadt, - S. 1-12

1966. - Ders.: Ueber die Approximation durch stetige Potentiale. In: Math. Nachr., 12, - S. 327-340

1966. - Ders.: Ueber die Darstellung der superharmonischen Funktionen der Potentialgleichung und der Waermeleitungsgleichung. In: Math. Nachr., 12, S. 281-295

1967. – Ders.: Funktionalanalytische Betrachtungen bei Differentialgleichungen unter Verwendung von Methoden der Potentialtheorie. Akademie-Verlag, Berlin

1968. - Ders.: Eine allgemeine Kerntheorie I, Sp-Kerne. In: Math. Nachr., 37, S. 153-176

1970. - Ders.: Eindeutigkeitsaetze und Approximationssaetze fuer Potentiale I. In: Math. Nachr., 43, - S. 123-142

1971. - Ders.: Eindeutigkeitssaetze und Approximationssaetze fuer Potentiale II. In: Math. Nachr., 50, - S. 229-244

1971. - Ders.: Potentialtheoretische Untersuchungen ueber Randwertaufgaben, deren Randoperatoren Ableitungen beliebiger Ordnung enthalten. In: Elliptische Differentialgleichungen II - Herausg. G. Anger - Akademie-Verlag, Berlin, - S. 15-78

1973. - Ders.: Eindeutigkeitssaetze und Approximationssaetze fuer Potentiale III: Inverse Probleme (Russisch). In: Sibir. mat. Zurn., 14, - S. 1163-1179

1974. - Ders.; G. Wildenhain, B.-W. Schulze: Potentialtheorie. In: Entwicklung der Mathematik in der DDR, - Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1974, - S. 428-451

1974. - Ders.: Uniqueness and approximation theorems for potentials III. In: Sibir. math. J., 14, - S. 811 - 824

1975. - Ders.: Direct and inverse problems in potential theory. In: Nonlinear Evol. Equat. Potent. Theory, - Proc. Summer School Podradi 1973, - Academia, Prague, - S. 11-44

1976. - Ders.: Beziehungen zwischen Potentialtheorie und Geophysik. In: Numer. Meth. Geophys., - Symp. Tharandt ,- Geophysic. Inst. Czech. Acad. Sci., Prague, - S. 13-23

1976. - Ders.: Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie der inversen Aufgabenstellungen (transl. into English). In: Gerlands Beitr. Geophys., 85, - S. 1-20

1976. - Ders.; B.-W. Schulze: Einige Bemerkungen ueber harmonische Masse und inverse Probleme. In: Beitr. Analysis, 8, - S. 13-26

1977. - Ders.: Einige Betrachtungen ueber inverse Probleme. In: Probl. Ergebn. Klasse Math. 1974/1975, - Sitzungsber. Akad. Wiss. DDR, Jahrg. 1976, 18/N, - S. 28-31

1977. - Ders.: Uniquely determined mass distributions in inverse problems. In: Veroeffentl. Zentralinstitut Phys. Erde, 52, Potsdam, - S. 633-656

1977. - Ders.: Verhaeltnis Mathematik - Ingenieurwissenschaften. In: Vortr. Klasse Math., 17.3.1977, Akad. Wiss. DDR, - Deutsche Literaturzeitung, 77, - S. 416 (Vortrag durfte nicht publiziert werden)

1977. – Ders.: Inverse problems in differential equations. In: X. R. Avula (ed.), First International Conference on Mathematical Modeling, vol. III, 1679–1685, Department of Engineering Mechanics, University of Missouri-Rolla

1978. - Ders.: Konvexe Mengen bei inversen Problemen (Russisch). In: Partial Differential Equations, - Proc . All-Union Conf., Moscow 1976, ded. I. G. Petrovskij, - Publishing House Moscow University, - S. 23-30

1978. - Ders.: Some remarks on inverse problems. In: Elliptische Differentialgleichungen, - Vortraege Tagung Rostock, 10.10.-16. 10.1977, Univ. Rostock, - S. 31-51

1978. - Ders.; R. Czerner: The extreme measures in the inverse problem of the heat equation. In: Elliptische Differentialgleichungen, - Vortraege Tagung Rostock, 10.10.-16.10.1977, Univ. Rostock, - S. 53-57

1979. - Ders.: Ein inverses Problem fuer die Waermeleitungsgleichung I. In: Proc. Romanian-Finnish Seminar on Complex Analysis, Bucuresti 1976, - Lect. Notes Math., 743, - S. 485-507

1979. - Ders.; R. Czerner: Solution of an inverse problem for the heat equation by methods of modern potential theory. In: Proc. Inverse Improperly Posed Probl. Diff. Equat. (ed. G. Anger), Halle 1979, - Mathem. Research, 1, - Akademie-Verlag, Berlin, - S. 9-23

1980. - Ders.: Lectures on potential theory and inverse problems. In: Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems in der Geophysik, - Geod. Geophys. Veroeffentl., Reihe III, Heft 45, - S. 15-90

1981. - Ders.: A characterization of the inverse gravimetric source problem through extremal measures. In: Rev. Geophys. Space Phys., 19, - S. 299-306

1981. - Ders.: Inverse Probleme fuer die Laplace-Gleichung und die Waermeleitungsgleichung (Russisch). In: Uspekhi Matem. Nauk, 36, - S. 239-240

1982. - Ders.; R. Czerner: An inverse problem for the heat conduction equation II. In: Math. Nachr., 105, - S. 163-170

1982. - Ders.; R. Czerner: An inverse problem for the heat conduction equation III. In: Math. Nachr., 108, - S. 73-78

1982. - Ders.: Einige Betrachtungen ueber inverse Probleme, Identifikations-probleme und inkorrekt gestellte Probleme. In: Jahrb. Ueberblicke Mathematik 1982, S. 55-71

1982. - Ders.: Inverse problems in mathematics, science and technology. Results, open problems and tendencies in the development. In: Fracture Mechanics, Micromechanics, Coupled Fields, 2, - Institut fuer Mechanik, Chemnitz

1985. - Ders.: On inverse problems in differential equations: a critical analysis by means of inverse problems. In: Inverse Problems, 1, - S. L7 - L11

1985. - Ders.; E. Kleine: Some special inverse problems for the Laplace equation and the Helmholtz equation. In: Z. Anal. Anwend., 4, - S. 493-502

1985. - Ders.: Unsolved problems in geophysics and geodesy. In: Geodaet. Geophys. Veroeffentl., Reihe III, Heft 53, - S. 31-45

1986. - Ders.: On inverse problems in differential equations: a critical analysis. In: Veroeffentl. Zentralinstitut Phys. Erde, 81, Potsdam, - Proc. 5th Int. Symp. Geodesy and Physics of the Earth, Magdeburg 1984, - S. 38 - 44

1986. - Ders.: Ungeloeste Probleme in der Theorie inverser Aufgabenstellungen (Russisch). In: Partial Differential Equations, - Proc. Int. Conf. 75th Birthday S. L. Sobolev, Novosibirsk 1983, - Nauka, Novosibirsk, - S- 17-31

1987. - Ders.: Inverse problems: Examples, counterexamples, consequences for the applications. In: Mathematical Methods of Solution of Inverse Problems of Geophysical Fields, - Semin. Smolenice / CSSR 1986, - Geophys. Inst., Bratislava, - S. 7-20

1987. - Ders.: Zur Diagnostik in Wissenschaft, Technik und Medizin. In: Fracture Mechanics, Micromechanics, Coupled Fields, 38, - Institut fuer Mechanik, Chemnitz, - S. 14-29

1988. - Ders.: The information content of an inverse problem: a therory of equivalence classes. In: Indianapolis J. Math. Phys., 3, - S. 57-83

1988. - Ders.: Zur Interpretation von Messergebnissen. In: Z. Anal. Anwend., 7, - S. 483-493

1989. - Ders.: On the interpretation of nature. In: Veroeffentl. Zentralinstitut Physik Erde, 102, - S. 116-126

1990. - Ders.: Some remarks on the relationship between mathematics and physics and on inverse problems. In: Inverse Methods in Action - (P. C. Sabatier (ed.)), - Springer-Verlag, - S. 388-395

1990. – Ders.: Inverse problems in Differential equations. Akademie-Verlag, Berlin und Plenum Press, London, New York

1992. - Ders.: A measure theoretic approach for studying inverse problems of the heat equation and the wave equation. In: Ill-Posed Problems in Natural Sciences, - Proc. Int. Conf. Moscow, August 19-25, 1991, - VSP Utrecht and TVP Science Publishers Moscow, - S. 233-243

1992. - Ders.: Zur Weiterentwicklung des Verhaeltnisses Theorie - Praxis. In: Mitteilungen Gesellsch. Angew. Math. Mech., 15, - S. 135-140

1993,.-.Ders.: Basic priciples of inverse problems. In: Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine, - Proc. Int. Conf. Potsdam, August 30 - September 3, 1993, - Mathem. Research, 74, Akademie-Verlag, Berlin, - S. 24-36

1995. - Ders.: Zu den Grundprinzipien der medizinischen Diagnostik - ein systemtheoretischer Zugang. In: Inverse Problems and Applications to Geophysics, Industry, Medicine and Technology. - Proc. Int. Workshop on Inverse Problems, January 17-19, HoChiMinh City, Publ. The HoChiMinh City Math. Soc., 2, - S. 24-32. (Diese Ideen wurden ebenfalls vorgetragen zur Tagung *Dynamic Systems Identification and Inverse Probelems,* St. Petersburg (Rußland) 22. – 26. August 1994 (siehe auch deren Proceedings))

1996. - Ders.: Does there exist a systems theory for technical systems, the systems of nature and the universe? In: Y. Ben-Haim and H. G. Natke (eds.), Uncertainty: Models and Measures, 109 – 123. Akademie Verlag, Berlin 1997

1997. - Ders.: Zur Leistungsfähigkeit von Meßwerten in Geophysik, Technik und Medizin. Schriftenreihe der Institute des Fachbereichs Vermessungswesen, Universität Stuttgart, Report Nr. 1997,1; 47 – 48

1997. - Ders.: Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin – praxis cum theoria. Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 20, Heft 1, 19 - 36

1998. - Ders.: Inverse problems: Regularization of ill-posed problems. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 78 (1998), S235 - S237.

1998. - Ders.: Basic priciples of invere problems in natural sciences and medicine. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 78 (1998), S189 - S192.

1997. - Ders.: Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der medizinischen Diagnostik. Arzt und Krankenhaus 12/97, 354 – 357.

1998. - Ders.: Ghosts (phantoms, artifacts): A reality of interpretive sciences (2 Seiten). In: http://www.geodey.tu-berlin.de

1999. - Gottfried Anger and Helmut Moritz: Inverse problems and uncertainties in science and medicine, in: Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät, vol.61 (2003), 171 - 212, siehe auch http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

2000. - Gottfried Anger: Zum Verhältnis Mensch - Natur, Grundlegende Prinzipien der messenden Physik: Science is patchwork. (Persönliches Manuskript, 28 Seiten, zu finden in http:/members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc).

2001. - Ders.: The contributions of Ch.-J de La Vallée Poussin (14.8.1866 - 2.3.1962) to potentialt heory - The power of theory. In: Collected Works of Charles-Jean de La Vallée Poussin, Acadeemie Royale de Belgique and Circolo Matematica di Palermo (36 pages).

25.

Gottfried Anger, Rudolf Gorenflo, Horst Jochmann, Helmut Moritz und Wigor Webers: *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine.*

Mathematical Research vol. 74. Akademie Verlag Berlin and Wiley/VCH Weinheim, 1993.

26.

Gottfried Anger, *Inverse Problems in Differential Equations*. (Akademie Verlag, Berlin and Plenum Press, London) Kluwer Academic Publishers, 1990.

27.

Gottfried Anger (2000), Brief an den Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Prof. Dr. E.-L. Winnacker).

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
10178 Berlin
Tel. 030/2411779
e-mail: GottfriedAnger@aol.com

Präsident
der Deutschen Forschungsgemeinschaft
Prof. Dr. Ernst-Ludwig Winnacker
Kennedyallee 40
53175 Bonn-Bad Godesberg

Berlin, den 23.2.2000

Sehr geehrter Herr Präsident,

mit großem Interesse habe ich Ihren Vortrag

Gentechnik – Eingriffe am Menschen
Was wir dürfen und was wir nicht dürfen,

der am 8. Februar 2000 an der URANIA Berlin stattfand, verfolgt. Die Menschheit denkt meist wie Wissenschaftler in den Ingenieurwissenschaften. Da in den Ingenieurwissenschaften die verwendeten Materialien bekannt sind, ist die Komplexität technischer Systeme geringer als die Komplexität der Systeme der offenen Natur (Geowissenschaften, Biosphäre, Wettervorhersage, Biologie, Medizin usw.).

Die Mathematik ist die Sprache der Physik, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Zur Beschreibung eines komplexen Prozesses benötigt man ein mathematisches Modell und sehr leistungsfähige Meßwerte. Und solche leistungsfähigen Meßwerte sind meist nicht vorhanden. In den letzten Jahren habe ich die Grundprinzipien der messenden Physik aufgeschrieben (siehe Anlagen 1, 2, 3). Für alle komplexen Systeme der offenen Natur, speziell für biologische Systeme, gilt ***science is patchwork****. In dieser Form haben früher viele Naturwissenschaftler und Mediziner schon immer erfolgreich gearbeitet (siehe Analge 3)!! Nur wollen jetzt die meisten Wissenschaftler ingenieurmäßig arbeiten, was viel bequemer und oft* ***falsch*** *ist. Die Grundprinzipien der messenden Physik werden praktisch nicht gelehrt.*

Wie bereits erwähnt, haben uns die Physiker ein Weltbild geschaffen, welches sich an den Ingenieurwissenschaften orientiert und die ***Komplexität der Natur*** *fast vollständig vernachlässigt. Die Genetik ist eine große Herausforderung für die Zukunft. Wegen der großen Komplexität biologischer Systeme lassen sich nur Teilfragen erfolgreich behandeln. Nach 1962 hatte man die Hoffnung, daß sich mit Hilfe der Genetik große Teile der Medizin auf genetische Fragestellungen zurückführen lassen. Aber die Komplexität dieser Systeme ist so nicht erfaßbar. Der Orkan zu Weihnachten 1999 in Frankreich und Süddeutschland zeigt die geringe Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle in den Naturwissenschaften. Der Deutsche Wetterdienst in Offenbach (3000 Mitarbeiter) hatte trotz einer sehr leistungsfähigen Computertechnik diesen Orkan nicht vorausgesagt, obwohl in Frankreich dieser*

Orkan bereits 6 Stunden vorher tobte. Der Meteorologe Jörg Kachelmann (privater Wetterdienst) machte dem Deutschen Wetterdienst große Vorwürfe. In den USA gibt es mit Menschen besetzte Wetterstationen, welche die komplexen Informationen sammeln und weiterleiten. Daher sind in den USA Stürme relativ gut vorhersagbar. Bei uns hat man diese Stationen nur noch mit Meßinstrumenten besetzt. Dabei gehen ***fast alle wichtigen systemtheoretischen Informationen*** *von der Atmosphäre verloren. Dasselbe gilt für die Medizin. Man weiß seit 2.400 Jahren (Hippokrates), daß für die Erstellung einer Diagnose erst die verfügbaren Informationen vom menschlichen Körper zu sammeln sind, und danach die Technik zu verwenden ist. Ich habe die nicht richtige Arbeitsweise der Medizin an meinem Körper erfahren müssen. Ein in der Kriegsgefangenschaft erworbener Nierenstau (zu enge Harnröhre) wurde niemals erkannt, obwohl dieser Sachverhalt eine Routinekrankheit der Urologie ist. 1982 folgte eine Niereninsuffizienz, die erst kurz vor dem Tod diagnostiziert wurde, und zwar von einem Facharzt für Lungenkrankheiten!!! Ich kenne mich in der medizinischen Diagnostik daher sehr gut aus. Meine persönlichen Erfahrungen sind wesentlich in meine Untersuchungen eingeflossen, Vielleicht bin ich der einzige Wissenschaftler der Welt, der so weitreichende Ergebnisse auf dem Gebiet der messenden Physik erzielt hat.*

Eigentlich wissen alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leitungsfunktionen über die Problematik der messenden Physik Bescheid. Da meine Ergebnisse zum Teil radikale Veränderungen zugunsten praktischer Erfahrungen nach sich ziehen und die Wissenschaftslandschaft vollständig verändern werden, ist keiner zu Veränderungen bereit. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft kennt meine Ergebnisse seit 1990.

Es wird viel über die Universitäten gesprochen. Diese müssen auf dem Gebiet der Naturwissenschaften und der Medizin zum Teil radikale Veränderungen zugunsten praktischer Erfahrungen am System vornehmen. Wenn man sich mit Fragen der Naturwissenschaften und der Medizin beschäftigt, müssen erst einmal die grundlegenden Fragestellungen formuliert werden, was zum Beispiel in der Medizin auf dem Gebiet der messenden Physik kaum geschehen ist. Dasselbe gilt für die Geowissenschaften, die Wettervorhersage usw. Dazu ist auch die Mathematik notwendig, die von fast allen Wissenschaftlern und Schülern abgelehnt wird. Die Physiker haben einen eigenen mathematischen Apparat aufgebaut, der viel zu schwach für das Studium inverser Probleme ist. ***Es besteht ein überdurchschnittlich großer Bedarf an der (mathematischen) Durchdringung der Aufgabenstellungen der messenden Physik.*** *Physiker beschäftigen sich seit den zwanziger Jahren meist mit der Quantenphysik und der Relativitätstheorie, die jedoch für die konkreten Aufgabenstellungen aus den Naturwissenschaften relativ wenig Resultate liefern. Es besteht folgender meist unbekannter Sachverhalt:* ***Gemessen wird auf der Makroebene ein schwacher output (Mittelwert über die Atome), und dieses ist unseren Studenten unbedingt zu lehren.***

Ich lege diesem Brief meine letzten Arbeiten bei. Die Arbeit mit H. Moritz (TU Graz), der seit Jahrzehnten Referent der DFG ist, ist in den vergangenen 3 Jahren entstanden. Wir wollten eigentlich ein Buch darüber schreiben, was die Verlage ablehnen (wegen des geringen Absatzes?). Die vorliegende Arbeit von 38 Seiten läßt sich schnell zu einem Buch ausbauen. Für diese Ausarbeitung habe ich viel Geld benötigt.

Im Jahre 1995 bat ich die DFG, mir einen Zuschuß für die wissenschaftliche Arbeit zu gewähren, was jedoch nicht erfolgte. Ich bin noch voll im internationalen wissenschaftlichen Geschäft tätig, muß aber alles allein von meiner Rente in Höhe von netto DM 2.800 zahlen. Insgesamt sind seit meiner Emeritierung im Jahre 1993 Kosten von ungefähr DM 10.000 entstanden. Von der Universität Halle habe ich seit 1993 keinen Pfennig für die wissenschaftliche Arbeit erhalten. Meine Ergebnisse bringen jedoch für die Bundesrepublik Deutschland einen Nutzen von jährlich vielen Milliarden DM, vor allem in der Medizin. Die technischen Geräte werden in der Medizin zum Teil sinnlos und daher falsch eingesetzt. Folgenden Vorschlag habe ich mehrmals niedergeschrieben. Wenn man 50 Mathematiker 10 Jahre lang die Leistungsfähigkeit der messenden Physik klären läßt (Gesamtunkosten ca. 100 Millionen Mark), ergibt das für die Bundesrepublik Deutschland jährlich Einsparungen von vielen Milliarden DM. Außerdem lassen sich damit ***elementare Fehler*** *auf dem Gebiet der messenden Physik beseitigen, was juristisch dringend notwendig ist. Eine bessere Investition gibt es nicht. Physikalische Institute verbrauchen jährlich viele hundert Millionen DM für Forschungen, die wenig Ergebnisse liefern.*

Sehr dankbar wäre ich der DFG, wenn sie mir einen gewissen Zuschuß für Tagungsbesuche und meine wissenschaftliche Arbeit gewähren könnte.

Vielleicht sind meine Ausführungen für Sie von Interesse. Mit freundlichen Grüßen Ihr

28.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779

The Royal Swedish Academy of Sciences
Nobel Price Committee
Box 50005
S-10405 Stockholm
Sweden

Berlin, den 3.Juni 1997

Sehr geehrte Damen und Herren,

als Mathematiker (Jahrgang 1928) möchte ich Sie auf überdurchschnittlich große Lücken in den Naturwissenschaften und der Medizin aufmerksam machen. Genauer: es handelt sich hierbei um das Gebiet der interpretierenden Wissenschaften, in der Medizin unter dem Begriff Diagnostik bekannt. Nach René Descartes (1596 – 1650) zerlegt man jedes reale Problem aus den Naturwissenschaften in Teilprobleme, um Teilaussagen über ein System zu erhalten. Dieses ist die Entwicklung der Wissenschaften in den letzten Jahrhunderten gewesen. Für die realen Systeme der Natur, speziell in der Biologie und der Medizin, versucht man mit solchen Teilaussagen das System zu charakterisieren. Wegen der Schwäche der meisten Meßwerte sind fast keine Aussagen über das Gesamtsystem möglich. Unter Hinzunahme von Zusatzinformationen (praktische Erfahrungen), die stets vom System kommen müssen, sind Ergebnisse für das System jedoch möglich. Es hat sich herausgestellt, daß es keine mathematische Systemtheorie für die komplexen (realen) Systeme der Natur gibt. In der heutigen Medizin werden viele der Patienten einfach ins Labor abgeschoben. Auf diese Weise gehen wesentliche Informationen vom menschlichen Körper verloren. Mindestens 10% der Todesfälle sind auf Fehldiagnosen zurückzuführen, bei der heutigen Medizintechnik ein großer Skandal. Auch in der Technik werden oft Meßwerte nicht richtig eingesetzt, was man in den Publikationen von H. G. Natke ([10], [30] meiner beiliegenden Arbeit *Zur Leistungsfähigkeit der Theorie* ...) nachlesen kann.

Als reiner Mathematiker bin ich zu der Auffassung gekommen, daß man die von G. Leibniz (1646 – 1716) stammende Redewendung *theoria cum praxi* durch *praxis cum theoria* ersetzen muß. Die Wissenschaftler begehen folgenden grundlegenden Fehler. Bei der Herleitung mathematischer Modelle werden die in die Modelle eingehenden Materialparameter als bekannt angenommen, d.h. man arbeitet mit Hypothesen. Mit solchen Hypothesen läßt sich die Mathematik einwandfrei aufbauen. Die gewonnen Ergebnisse aus den Modellen sind also fast immer mathematische Ergebnisse. Und die meisten Naturwissenschaftler nehmen die rein mathematischen Ergebnisse als Realität an, was außerhalb des Labors in vielen Fällen nicht zutrifft. Dieses trifft zu für fast alle biologischen Systeme, das Innere der Erde und für die Astrophysik in großen Entfernungen. Ich schätze, daß 90% der theoretischen Aufgaben der Geophysik theoretisch nicht entscheidbar sind. In der Astrophysik dürften es 99,9% sein. Der berühmte englische Astrophysiker Hawkins will mit Hilfe von Supercomputern den Urknall simulieren. Mathematisch kann man das tun, aber für die Realität kommt nichts dabei heraus. In solchen großen Entfernungen lassen sich keine Versuche vornehmen, was die Grundlage für mathematische Modelle ist. Und unsere Studenten werden mit diesen fraglichen Dingen gefüttert, die nichts mit der Realität zu tun haben.

Um sinnvolle Aussagen über die realen Systeme der Natur machen zu können, müssen die Bearbeiter weitgehend die Ergebnisse über inverse Probleme kennen. Fast alle

Mathematiker, Physiker, Naturwissenschaftler und Mediziner wissen wenig über inverse Probleme, abgesehen von den atomaren Strukturen. Das systemtheoretische Denken ist durch den Einfluß von Descartes und vieler weiteren Wissenschaftler weitgehend verlorengegangen. Die Fehler der Mediziner (und Physiker) auf dem Gebiet der Diagnostik sind gravierend.

Das Nobelpreiskomitee zeichnet hervorragende Teilergebnisse oft mit dem Nobelpreis aus. Aber viele dieser Ergebnisse lassen sich kaum für die realen Systeme der Natur anwenden. Interessant ist folgender Sachverhalt. Unter anderem wurde der Nobelpreis 1979 für die Computertomographie (Cormack, Hounsfield) und 1992 für die Kernspinresonanz-tomographie (nuclear magnetic resonance tomography) (R. R. Ernst) vergeben. Von physikalischer Seite sind dieses hervorragende Ideen. Aber die mathematische Seite wurde nicht zu Ende geführt. Die Interpretation der Meßwerte führt auf unstetige Operationen, was die Autoren nicht bemerkt haben. Aus dieser Unstetigkeit folgt die Existenz von vielen ‚Phantombildern', welches den meisten Wissenschaftlern und Ärzten unbekannt ist. Auf diese Weise folgen in der Medizin viele Fehldiagnosen mit Todesfällen.

Das Nobelpreiskomitee hat wesentlichen Einfluß auf die Forschung, da viele junge Wissenschaftler nach einem Nobelpreis streben. Ich bin der Auffassung, daß das Nobelpreiskomitee bei der Verleihung der Preise die von mir skizzierten Schwierigkeiten beachten sollte. Unsere jetzige Einstellung zur Natur führt wegen der Umweltverschmutzung mit großer Wahrscheinlichkeit zur Katastrophe.

Als Mathematiker kann ich mir, da es für Ergebnisse auf dem Gebiet der Mathematik keine Nobelpreise gibt, obige Kritik erlauben. Ohne Mathematik läßt sich die Leistungsfähigkeit der messenden Physik nicht klären. Auf dem Gebiet der Mathematik wurden teilweise Ergebnisse erzielt, die bedeutungsvoller als spezielle Ergebnisse auf dem Gebiet der Naturwissenschaften sind. Jeder Naturwissenschaftler drückt sich vor der Mathematik. Schuld an diesem Zustand sind natürlich auch die Mathematiker, die fast alle nur die Formalisierung lieben. Ich studierte von 1947 – 1951 Mathematik und Elektronik an der Technischen Hochschule Dresden. Mein bester Lehrer war Prof. Dr. Heinrich Barkhausen (1881 – 1956), der als Vater der Mikroelektronik gilt. Aus diesem Grund ist meine Einstellung zum Verhältnis Mensch – Natur anders als die von einem Universitätsmathematiker. Von 1972 – 1993 war ich ordentlicher Professor für Mathematik an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Meine Ergebnisse über die interpretierenden Wissenschaften (inverse Probleme) haben mir fast ein Berufsverbot eingebracht. Ich kenne also die Denkweisen der Universitäten, der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina (Halle) und der Akademie der Wissenschaften in Berlin sehr genau. Man darf über voranstehende Fakten kaum sprechen, eine Publikation der Ergebnisse außerhalb der Mathematik wird immer abgelehnt.

Noch eine kleine Bemerkung wegen der Nichtverleihung von Nobelpreisen an Mathematiker. Es geht das Gerücht herum, daß eigentlich Karl Weierstraß (1815 – 1897) als erster den Nobelpreis erhalten sollte. Wegen Streitigkeiten mit seinem aus Schweden stammenden Schüler Gösta Mittag-Leffler (1846 – 1926) hat man von der Verleihung eines Nobelpreises abgesehen. Vermutlich hat das Verhältnis beider zur russischen Mathematikerin Sophia Kovalevskaja (1850 – 1891), einer Schülerin von Weierstraß, den Ausschlag gegeben. Man sieht an solchen Entscheidungen, welche schwerwiegende Folgen sie haben können.

Mein Brief und meine beiliegenden Arbeiten sollen Ihnen nur einen Hinweis auf die augenblickliche Situation der Naturwissenschaften geben. Am System Wissenschaften sind jedoch grundsätzliche Korrekturen notwendig in Hinsicht auf *praxis cum theoria*.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Gottfried Anger (2001),

Brief an das Nobelpreiskomitee (The Royal Swedish Academy of Sciences).

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg, 11/09
10178 Berlin
Tel. 030/2411779
eMail: GottfriedAnger@aol.com
Homepage: http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

The Royal Swedish Academy of Sciences
Nobel Price Committee
Box 50005
S-10405 Stockholm
Sweden

Berlin, den 14.Oktober.2001

Sehr geehrte Damen und Herren,

Seit 100 Jahren verleiht das Nobelpreiskomitee die bedeutendsten Preise für Forschungen auf dem Gebiet der Naturwissenschaften und der Medizin. Als erster Physiker erhielt C. Röntgen 1901 diesen Preis. Seine Ideen haben die medizinische Diagnostik wesentlich beeinflußt. Auf einem Film erhält man die Projektion des menschlichem Körpers, wobei die Interpretation der Projektion von den praktischen Erfahrungen des Arztes abhängt. Dazu sind fast keine Erfahrungen seitens der Mathematik notwendig. Die meisten Nobelpreise beziehen sich auf Entdeckungen bezüglich eines Teilsystems. Und diese Entdeckungen haben ein beachtliches Niveau. Bei solchen Nobelpreisen spielt meist die experimentelle Seite die zentrale Rolle. Viele Wissenschaftler und Politiker orientieren sich bei ihren Entscheidungen an den Gebieten, die einen Nobelpreis erhalten haben. Da ein großer Teil der Aufgabenstellungen in den Naturwissenschaften und der Medizin auf theoretisch nicht entscheidbare Probleme führt, werden diese zentralen Probleme fast **nicht** wahrgenommen. Und solche Aufgabenstellungen der messenden Physik sind täglich in der medizinischen Diagnostik, der Geophysik, der Wettervorhersage usw. zu lösen. Hieraus folgen in der Medizin überdurchschnittlich viele Fehldiagnosen mit Todesfolge, seit Jahrzehnten mindestens 10% aller Todesfälle, trotz High-Tech (Journalistin R. Stein, DER TAGESSPIEGEL 1996). Dabei lassen sich in der Medizin diese Fehldiagnosen oft vermeiden, indem den praktischen Erfahrungen mehr Aufmerksamkeit geschenkt wird. In der Geophysik gehören 80% - 90% zu den theoretisch nicht entscheidbaren Aufgabenstellungen. Bei einer richtigen Handhabung der messenden Physik lassen sich jährlich sehr viele Milliarden Dollars einsparen, eigentlich ein Gebot der Stunde. Außerdem müssen sich die Absolventen der Mathematik oft mit solchen nicht entscheidbaren Problemen beschäftigen. Viele der Theoretiker sind an solchen Fragen gescheitert, da sie keinerlei Kenntnisse von den Problemen der messenden Physik haben und diese Aufgabenstellungen überdurchschnittlich schwierig sind. Als Mathematiker habe ich immerhin 50 Jahre benötigt, um zu den vorliegenden Ergebnissen zu kommen.

Spezielle physikalische Prozesse kann man in den Ingenieurwissenschaften zu leistungsfähigen Maschinen bzw. Meßgeräten zusammensetzen. Die Erfolge der Mikroelektronik sind ein hervorragendes Beispiel dafür. Die Komplexität dieser Systeme liegt in den verwendeten Materialien, deren physikalische Eigenschaften weitgehend bekannt sind.

Ganz anders sieht es bei den realen Systemen der offenen Natur aus. Hier soll, speziell in der medizinischen Diagnostik, mit Hilfe von wenigen speziellen Meßwerten das System charakterisiert werden. Und diese Meßwerte sind oft so schwach wie die Gesamtmasse eines Körpers, ausgedrückt in Kilogramm. Der Arzt schließt weiterhin bei einem 'guten' EKG auf beste Gesundheit. Bekannt ist, daß Menschen mit großen Herzschmerzen nach einem guten EKG als gesund nach Hause geschickt werden. Kurz danach sterben solche Menschen oft an einem Herzinfarkt. Mit einer speziellen Chemie hätte man den Herzinfarkt verhindern können. Beide Beispiele zeigen die geringe Leistungsfähigkeit der messenden Physik für die realen Systeme der offenen Natur. In der Diagnostik ist die Anamnese von zentraler Bedeutung: **praxis cum theoria**, d.h. die Sammlung aller verfügbaren Information vom System menschlicher Körper. In Anlage 1 (Seite 3) und Anlage 5 (Seiten 19, 20) sind die 'Spielregeln' für den Umgang mit Informationen aufgeschrieben. Diese Regeln müßte eigentlich jeder Abiturient kennen. Das Gegenteil ist aber der Fall. **Fast alle Naturwissenschaftler und Mediziner kennen diese Grundtatsachen nicht.**

Für die realen Systeme der Natur gibt es - abgesehen von speziellen Systemen - keine mathematische Systemtheorie. Ursache hierfür ist die Komplexität dieser Systeme, die überdurchschnittliche viele Atome enthalten. Daher haben wir die Naturwissenschaften und die Medizin teilweise radikal zu Gunsten praktischer Erfahrungen am realen System umzubauen. Das zieht auch eine zum Teil radikale Veränderung der Lehre an den Universitäten nach sich. In den USA gibt es bereits einige Universitäten, die dieser Veränderung Rechnung tragen. Auch die Humboldt Universität Berlin hat einen Reformstudiengang Medizin begonnen. Aber zur Realisierung dieses Studiengangs benötigt man die Mitarbeit vieler Disziplinen. Die Mediziner sind allein nicht in der Lage, diesen Reformstudiengang durchzuführen. Dazu sind tiefe Kenntnisse der Theorie (messende Physik) notwendig. Und diese Kenntnisse besitzen in der Welt nur wenige Wissenschaftler! Speziell wissen viele Physiker und Mediziner nichts von der Existenz von Geisterbildern (Artefakte) bei bildgebenden Verfahren. Für einen Mathematiker ist dieser Nachweis relativ einfach. Benötigt werden dazu nur Kenntnisse der ersten beiden Studienjahre (Greensche Formeln, Definition des Riemann-Integrals). Und diese Kenntnisse sind bereits seit ca. 1850 vorhanden (Anlage 2, Anlage 4, Anlage 5, Anlage 6).

Von 1947 - 1951 studierte ich an der Technischen Hochschule Dresden Mathematik und - als Nebenfach - drei Jahre Elektronik. Von Prof. H. Barkhausen, der als Vater der Mikroelektronik gilt, lernte ich wichtige Grundlagen für die Anwendungen der Mathematik. Von 1952 bis 1970 beschäftige ich mich mit der Theorie physikalischer Felder (moderne Potentialtheorie) im Sinne französischer Mathematiker (M. Brelot, H. Cartan, G. Choquet, J. Deny). Meine Doktorarbeit brachte mir 1958 ein Stipendium der Universität Paris ein. In dieser Doktorarbeit wurden (unbewußt) die Grundlagen für inverse Quellprobleme gelegt. Seit 1970 beschäftige ich mich mit den Anwendungen der Mathematik für Fragen der Physik (inverse Probleme). Diese Ergebnisse liegen jetzt in einer vorläufigen endgültigen Fassung vor (Anlage 5, Anlage 6).

Die tiefliegenden Probleme der medizinischen Diagnostik habe ich an meinem eigenen Körper erfahren müssen. Als Angehöriger der Wehrmacht kam ich (Jahrgang 1928) in amerikanische Kriegsgefangenschaft in der Nähe meiner Universitätsstadt Halle. Wir mußten 10 Wochen lang unter freiem Himmel auf dem Erdboden schlafen. Dabei habe ich mir die Blase erkältet (zu enge Harnröhre). Dieses zog einen Anstieg des Druckes in den Nieren nach sich. Am 15. September wurde ich in der Nähe von Hamburg zu Verwandten nach München (und nicht in die sowjetische Besatzungszone) entlassen. Seit dieser Zeit blutete in gewissen Abständen beim Stuhlgang mein After als Folge einer Bindegewebsschwäche. In den folgenden Jahren wurde ich oft von Medizinern kontrolliert. Die Meßwerte, speziell die Blutparameter, wurden in den folgenden 35 Jahren als sehr gut befunden, obwohl ich krank war. Nach 37 Jahren endete alles in einer Niereninsuffizienz, die fast zum Tode führte. Die II. Klinik für Innere Medizin der Universität fand dann die Ursache, ein zu hoher Druck in den

Nieren. Eine Operation befreite mich von der Krankheit. Allerdings sind durch die nicht rechtzeitige Behebung der Ursachen durch Bakterien ca. 50% der Nierenzellen zerstört worden. Bei meiner Krankheit handelte es sich um eine Routinekrankheit der Urologie, die anfangs durch einen Katheter vorübergehend - bis zu einer Operation - leicht zu lösen ist. Nach dem österreichischen Biologen R. Riedl (Anlage 5, Seite 12) besteht am Anfang von wissenschaftlichen Untersuchungen die Erkennung der Natur. Und mein Körper hat mir gezeigt, daß die jetzige medizinische Diagnostik teilweise sehr schlecht ist. Sie erkennt einfache Krankheiten nicht, da die Ärzte alles mit Meßwerten entscheiden wollen.

So hat mir meine schwere Krankheit die Augen bezüglich des Umgangs mit Meßwerten in der Medizin geöffnet. Ohne genaue Anamnese kann der Arzt keine richtige Diagnose stellen. Dasselbe gilt für jedes biologisches System und eigentlich auch für jedes System der Natur. Selbst die Materie innerhalb einer beliebig kleinen Kugel läßt sich nicht durch Meßwerte vollständig bestimmen. Die einführenden Bemerkungen von I. Newton auf Seite 1 von Anlage 5 zur Charakterisierung der Massen eines Gravitationsfeldes sind seit über 300 Jahren bekannt. Fast kein Physiker kennt diese Tatsachen. Das zeigt doch die Fehlentwicklung unserer Naturwissenschaften!

Im Juni 2001 hat der Physiker und Nobelpreisträger (Quantenphysik) B. Josephson auf diese Tatsachen hingewiesen (Anlage 5, Seite 3). Er sagte unter anderem: **Die Physik hat den Anschluß an die Realität verloren. Eine Gesamttheorie müsse Geist und Materie umfassen.** Als Mathematiker bin ich seit vielen Jahren, speziell als Folge meiner schweren Krankheit, zu denselben Ergebnissen gekommen. Eine erste Publikation nach meiner schweren Krankheit findet man in dem Artikel

G. Anger, *On the relationship between mathematics and ist applications: a critical analysis by means of inverse problems.* Inverse Problems 1 (1985), L7 - L11.

Im Juli 2001 schickte ich Prof. B. Josephson (Cambridge) meine Arbeiten (Anlage 5, Anlage 6) zu. Im Jahr 1984 diskutierte ich mit dem Professor für Strafrecht Prof. Dr. H. Hinderer, Universität Halle, die vielen Fehler auf dem Gebiet der messenden Physik bzw. der medizinischen Diagnostik. Seine Antwort war: Wenn ein Mitarbeiter in Leitungsfunktionen auf schwerwiegende Fehler aufmerksam gemacht wird, ist er verpflichtet, Gutachten einzuholen. Seit 1975 hat sich in dieser Hinsicht nichts getan (siehe auch Anlage 2), obwohl ich alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leitungsfunktionen in Deutschland auf die vielen schwerwiegenden Fehler aufmerksam gemacht habe.

Es ist wirklich höchste Zeit, sich Fragen der Komplexität der Natur zu stellen. Die meisten Nobelpreisträger hätten zu dieser Problematik kaum Beiträge liefern können, da in den komplexen Systemen der Natur der Wissenschaftler zum großen Teil auf praktische Erfahrungen angewiesen ist. Für mich sind große Teile der theoretischen Physik weggebrochen, da man zur Beschreibung eines solchen Systems wesentlich mehr Informationen benötigt. Das gilt zum Beispiel für den Urknall, die übertriebenen Forderungen an die Genetik, die Relativitätstheorie usw. **Man sollte wieder die Bemerkungen von I. Newton aus dem Jahre 1687 auf Seite 1 von Anlage 5 beachten, daß in der Realität Hypothesen nichts zu suchen haben.** Unsere Naturwissenschaften haben in ihrem wissenschaftlichen Apparat viel zu viele unbewiesene Hypothesen.

Eigentlich sollte sich die Königliche Schwedische Akademie der Wissenschaften Gedanken zu den hier aufgeworfenen Fragen machen. Davon kann das Überleben der Menschheit abhängen, da sich fast alle Wissenschaftler und Politiker kaum Gedanken über das Fortbestehen der physikalischen Sonderbedingungen unseres Lebens machen (siehe auch U. George auf Seite 3 von Anlage 5). Auf Grund persönlicher Gründe von A. Nobel bekommen Mathematiker keinen Nobelpreis - eine der schlimmsten Fehlentscheidungen auf dem Gebiet der Wissenschaften. Dabei spielt in Zukunft die Mathematik eine der zentralen Rollen innerhalb der Naturwissenschaften. Ohne die Mathematik kann man die logischen

Strukturen der physikalischen Beziehungen nicht erkennen, da sich die meisten physikalischen Prozesse einer sinnlichen Wahrnehmung entziehen.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

29.

Gottfried Anger (2002),

Brief an den Präsidenten der Humboldt-Universität zu Berlin (Prof. Dr. J. Mlynek).

Prof. Dr, habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Jürgen Mlynek
Unter den Linden 6
10099 Berlin

Berlin, den 24. Februar 2002

Sehr geehrter Herr Präsident,

ich erlaube mir, Sie als Physiker auf überdurchschnittlich große Lücken auf dem Gebiet der messenden Physik aufmerksam zu machen. In der Medizin spricht man bei diesen Fragestellungen von der Diagnostik. Bis vor 100 bis 150 Jahren beruhte die Interpretation der Natur im wesentlichen auf dem Gebrauch unserer Sinnesorgane, die stets komplexe Muster in unserem Hirn speichern. Seit dieser Zeit hat die Physik große Erfolge bei der Beschreibung physikalischer Felder zu verzeichnen, deren Meßwerte immer nur spezielle Werte sind und die Beschreibung komplexer Muster kaum zulassen. Das Spektrum der Meßmethoden für spezielle Werte ist sehr breit. Um die Sinnesorgane durch die messende Physik zu ersetzen und zu erweitern, benötigt man Grundgesetze der Physik, ein mathematisches Modell, und hat die Leistungsfähigkeit des Modells mit Hilfe der Mathematik zu untersuchen. Für die realen Systeme der Natur, speziell für biologische Systeme, ist die Leistungsfähigkeit der mathematische Modelle wegen der Schwierigkeiten dieser Untersuchungen kaum durchgeführt worden, woraus oft **prinzipielle Fehler** bei der Verwendung von Meßwerten in der offenen Natur folgen. Die Meßwerte sind so schwach, daß ohne wesentliche Zusatzinformationen, die vom System kommen müssen, keine sichere Diagnose möglich ist. Man kann nur dann auf einen klinischen Befund sicher schließen, wenn ein Meßwert genau einem Sachverhalt entspricht. Da diese Tatsache den meisten Naturwissenschaftlern und Ärzten unbekannt ist, entstehen viele Fehler in der Medizin, die bei Patienten manchmal zum Tod führen. Daher gilt für die meisten Fragen der offenen Natur stets **praxis cum theoria.** Ich habe die Schwierigkeiten der medizinischen Diagnostik an meinem eigenen Körper erfahren müssen. Hingegen hat die Chirurgie beachtliche Erfolge zu verzeichnen. In Zukunft müssen sich die Naturwissenschaften und die Medizin systematisch mit den

komplexen Systemen der Natur auseinandersetzen. Jeder Bürger hat das Recht, von Ärzten richtig behandelt zu werden.

Die Interpretation von Meßwerten ist unter dem Begriff inverse Probleme bekannt geworden. Die Ergebnisse über inverse Probleme sind vollkommen verschieden von den bisher studierten direkten Problemen (Randwertaufgaben, Anfangswert-aufgaben). An den Universitäten werden fast nur direkte Probleme gelehrt. Die Forschungen an den Universitäten beschäftigen sich meist nur mit Teilfragen, um einen schnellen Abschluß zu bekommen. Und dabei werden die mathematischen Strukturen der behandelten Fragen immer schwächer. Wenn die Absolventen die Universität verlassen, finden diese in den Anwendungen im allgemeinen inverse Probleme vor, ohne davon etwas gehört zu haben. Daher scheitern viele von unseren Absolventen, eine sinnlose Vergeudung von schöpferischer Arbeitskraft und eigentlich auch eine strafbare Handlung gegenüber unseren Studenten. Sie können alles nachlesen in meinem vor vier Wochen für ein Archiv fertiggestellten Lebenslauf (11 Seiten)

[1] *Curriculum Vitae*

und in meinen persönlichen Aufzeichnungen (28 Seiten)

[2] *Zum Verhältnis Mensch - Natur*
Grundlegende Prinzipien der messenden Physik:
Science is patchwork,

die nur in meiner Homepage (183 Seiten) http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage zu finden sind. Allerdings kann man die fachlichen Ergebnisse bereits in anderen Publikationen nachlesen. In beiden obigen Arbeiten sind die 'Spielregeln' für den Umgang mit Meßwerten aufgeschrieben, und zwar in [2] auf Seite 20 und in [1] auf Seite 10. Wir haben tatsächlich große Teile der Naturwissenschaften und der Medizin zugunsten praktischer Erfahrungen umzubauen. Anders sieht es in der Technik aus. Hier werden physikalische Teilprozesse der Physik zu leistungsfähigen Maschinen bzw. Meßgeräten zusammengesetzt. Die Komplexität liegt weitgehend in den Materialien, deren physikalische Eigenschaften bekannt sind. Fast alle Wissen-schaftler, speziell die Ärzte, denken nur ingenieurwissenschaftlich. Mir gelang 1981 der Nachweis, daß im (allgemeinen) die Quellen eines physikalischen Feldes innerhalb einer beliebig kleinen Kugel **-** wegen der Komplexität der Materie - **nicht** durch die Werte auf der Kugeloberfläche bestimmt werden können. Daher sind die praktischen Erfahrungen so wichtig. Nach I. Newton (1687) haben Hypothesen nichts in der Experimentalphysik zu suchen ([2] Seite 1). Die theoretische Physik lebt zum großen Teil von Hypothesen, die sich z. B. im Weltraum kaum nachweisen lassen. Das gilt vor allem für den Urknall, der ein schönes mathematisches Modell aber kaum nachweisbar ist. Der Quantenphysiker und Nobelpreisträger B. Josephson (Cambridge) sagte zur Tagung der Nobelpreisträger im Juni 2001 in Lindau, **daß die Physik den Anschluß an die Realität verloren hat** ([2], Seite 3). Die erste Fassung meiner Aufzeichnungen [2] gab ich Ihnen anläßlich einer Veranstaltung des TAGESSPIEGELS in Hotel Inter-Continental im Mai 2000. Die Mathematik lebt von Voraussetzungen (Hypothesen), die aber in den Anwendungen nachzuweisen sind. Auf diesen Sachverhalt wird kaum hingewiesen. Sonst entstehen schwerwiegende, nicht notwendige Fehler, speziell in der medizinischen Diagnostik. Nach dem Biologen R. Riedl ([2] Seite 12) haben wir unsere Weltsicht sträflich zerlegt und

simplifiziert, unsere Lebenswelt aber so kompliziert werden lassen, daß wir sie kaum mehr durchschauen. Daran sind überwiegend analytische Leistungen der fächerzerteilenden Naturwissenschaften beteiligt, aber auch die Tendenz dieser Zivilisation zu belohnen, wo immer weiter in die Welt eingegriffen werden kann, um schließlich das, was sich gerade handhaben läßt, schrecklich zu sagen: mit der Welt zu verwechseln.

Seit 1975 mache ich die Wissenschaften auf die großen Schwierigkeiten auf dem Gebiet der messenden Physik aufmerksam (Anlage 3). Weiter habe ich ab März 1990 die Bundesregierung, den Senat von Berlin, die Deutsche Physikalische Gesellschaft, die Deutsche Forschungsgemeinschaft, den Deutschen Hochschulverband und weitere Einrichtungen in ca. 50 Briefen über die notwendigen Veränderungen aufmerksam gemacht, bisher ohne jeglichen Erfolg. Nur der Bundespräsident Prof. Roman Herzog hatte antworten lassen mit der Bemerkung, daß das Bundespräsidialamt diese Dinge sehr ernst nimmt. Trotz meiner vielen Bemühungen ist im Raum Berlin bis heute nichts geschehen. Seit 1963 arbeite ich bzw. wohne ich in Ost-Berlin. Ich kenne die Mathematiker der Humboldt-Universität sehr gut. Aber keiner ist bereit, sich mit der messenden Physik (inverse Probleme) zu beschäftigen. Und dabei sind die inversen Probleme die zentralen Fragen der Naturwissenschaften. Mein Sohn studierte von 1981 - 1986 Physik an der Humboldt-Universität. Daher kenne ich die Ausbildung von Physikern relativ gut. Auch der Physik fehlen die zentralen Gedankengänge und Ergebnisse der inversen Theorie. Unsere Industrie - und somit die Bundesrepublik Deutschland - kann sich international nur dann behaupten, wenn ein hohes Niveau in der angewandten Forschung vorhanden ist. Dazu zählt auch die Mathematik als eine der Schlüsseltechnologien der Zukunft. Die Informatik ist wichtig, ihre Bedeutung wird aber sehr überschätzt.

Seit der Wende 1989 war es in Berlin nicht möglich, eine Interessengemeinschaft für inverse Probleme ins Leben zu rufen. Und dabei sind diese Probleme die zentralen Fragen im Verhältnis Mensch - Natur! Es wird ja viel über die wissenschaftliche Zukunft der Bundesrepublik Deutschland gesprochen. Der frühere Bundespräsident Prof. Roman Herzog verlangte in seiner Adlon-Rede vor 5 Jahren, daß in Deutschland ein Ruck nach vorn geschehen müsse. Vor einigen Tagen berichtete der TAGESSPIEGEL, daß Prof. R. Herzog bisher nichts von Veränderungen bemerkt habe.

Nach meiner schweren Krankheit im Jahre 1982 (eine Routinekrankheit der Urologie und relativ leicht zu beheben) habe ich mich intensiv mit der medizinischen Diagnostik auseinandergesetzt und denke, daß ich die Grundstrukturen für komplexe Systeme gefunden habe. Im Jahre 1984 unterhielt ich mich an der Universität Halle mit dem Professor für Strafrecht, Prof. Dr. H. Hinderer, über die vielen Fehler in der Medizin. Er sagte mir damals folgendes: Wenn man einen Vorgesetzten auf prinzipielle Fehler aufmerksam macht, ist dieser verpflichtet, Gutachten einzuholen und danach die Fehler abzustellen. Im Verlauf der vergangenen 18 Jahre ist nichts in dieser Hinsicht geschehen! **Auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften sind die Universitäten wirklich zugunsten praktischer Erfahrungen umzubauen: <u>PRAXIS</u> <u>CUM THEORIA</u>.** Das zieht wesentliche Veränderungen an den Universitäten nach sich, aber praktisch alle Hochschullehrer lehnen dieses ab.

Im TAGESSPIEGEL vom 22. Februar 2002 wird darauf hingewiesen, daß die Wissenschaft in Berlin in Zukunft wirklich weniger Geld bekommt. Bei den von mir beschriebenen Problemen kann man viel Geld einsparen, außerdem sind vom Standpunkt der Rechtswissenschaften wegen des Vorhandenseins vieler elementarer Fehler diese Veränderungen dringend durchzuführen. In meinem Brief an den früheren Bundespräsident Prof. Roman Herzog (Anlage 4) schrieb ich, daß diese Dinge eigentlich eine Angelegenheit für den Bundesgerichtshof sind.

Der Inhalt meines Briefes ist unangenehm. Die Bundesrepublik Deutschland hätte die Veränderungen in den vergangenen 12 Jahren behutsam durchführen können.

Mit vorzüglicher Hochachtung

30.

Gottfried Anger (2002)

Brief an den Präsidenten der Akademie der Naturforscher Leopoldina (Halle/Saale)

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Herrn
Prof. Dr. Volker ter Meulen
Institut für Virologie und Immunobiologie
Universität Würzburg
Versbacher Straße 7
97078 Würzburg

Berlin, den 25.6.2002

Sehr geehrter Herr Prof. ter Meulen,

Die BERLINER ZEITUNG berichtete in ihrer Ausgabe vom 24. Juni über die 350-Jahrfeier der Leopoldina in Halle. Darin fand ich die Bemerkung, daß der Würzburger Virologe Volker ter Meulen der frischgewählte Präsident der Gelehrtervereinigung ist und sein Amt im kommenden Jahr antritt. Zu dieser Wahl möchte ich Ihnen sehr herzlich gratulieren.

Von 1972 - 1993 war ich als Ordinarius für Mathematik an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg tätig. Während dieser Zeit besuchte ich regelmäßig Vorträge und Tagungen der Leopoldina. Viele dieser Vorträge hatten ein hohes Niveau, was für meine Arbeit auf dem Gebiet der messenden Physik (inverse Probleme, medizinische Diagnostik) wichtig war. Als Absolvent der TH Dresden (1951) arbeitete ich zuerst 18 Jahre auf dem Gebiet der mathematischen Grundlagenforschung (Funktionalanalysis, partielle Differentialgleichungen). Als Mitarbeiter am Institut für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1963 - 1972) verlangte man von uns die Mitarbeit auf dem Gebiet der angewandten Mathematik. Meine Kenntnisse paßten gut für Fragen der Geophysik (Lagerstättenerkundigung), was ich dann bis 1984 tat. Danach wandte ich mich verwandten Fragen der medizinischen Diagnostik zu. Diese Fragen gehören zum Problemkreis der inversen Probleme. Die Lösungen solcher Fragen haben vollkommen andere Eigenschaften als die bisher studierten Fragen der angewandten Mathematik. Für Probleme der offenen Natur (außerhalb der Ingenieurwissenschaften) gilt stets: **praxis cum theoria** ausnahmslos. Das zieht zum Teil radikale Veränderungen in den

Naturwissenschaften und der Medizin nach sich! Inzwischen hat es sich herausgestellt, daß unsere Sinnesorgane stets komplexe Muster speichern und später zur Entscheidung heranziehen. Daher sind unsere Sinnesorgane **nicht vollständig** durch die messenden Physik zu ersetzen. Dieser Sachverhalt hat weitreichende Bedeutung in der medizinischen Diagnostik.

Seit 1973 habe ich immer wieder versucht, mit der Leopoldina aus genannten Gründen ins Gespräch zu kommen. Der frühere Präsident und Physiker Prof. Bethge lehnte ein Gespräch immer ab. 1991 gab es ein Gespräch mit Prof. Parthier, aber ohne jeglichen Erfolg. Mein Brief von 1997 (Anlage 1) fand keinerlei Beachtung. Die BERLINER ZEITUNG schreibt unter anderem, daß *die deutschen Akademien* sich in einer Krise befinden. Dasselbe gilt für die Universitäten und die Forschungseinrichtungen. Wie bereits oben erwähnt, haben wir zum Teil radikale Veränderungen in der Bundesrepublik Deutschland auf dem Gebiet dem Wissenschaften vorzunehmen. Ich erlebte alles an der Universität Halle. Man hat mich wegen meiner vielen negativen Ergebnisse 1982 physisch fast umgebracht (Urologische Klinik der Universität Halle). 1984 unterhielt ich mich mit dem Ordinarius für Strafrecht, Prof. Dr. H. Hinderer (Emeritierung 1987) über die vielen ungelösten Probleme der medizinischen Diagnostik. Seine Antwort war: **Wenn man einen Vorgesetzten auf schwerwiegende Fehler aufmerksam macht, ist dieser verpflichtet, Gutachten einzuholen und danach die Fehler abzustellen.** Seit 1990 mache ich fast alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leitungsfunktionen auf die vielen Fehler aufmerksam. Bis heute hat sich aber nichts getan. Ich muß jetzt wirklich die Frage stellen: Hat die Bundesrepublik Deutschland bei diesem Leitungsstil noch Zukunft?

Meine ab 1990 geschrieben Briefe - und einige Briefe vorher - befinden sich seit Januar 2002 in Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften in Berlin. Dort sind sie und meine letzten Publikationen für die Nachwelt gut aufgehoben.

Als Präsident der Leopoldina werden Sie sich den hier skizzierten Fragen stellen müssen.

Mit freundlichen Grüßen

Ihr

31.

Gottfried Anger (2002)

Brief an den Präsidenten der TU Berlin Prof. Dr. K. Kutzler

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Präsident der Technischen Universität Berlin
Prof. Dr. Kurt Kutzler
Straße des 17. Juni
10623 Berlin

Berlin, den 31.10.2002

Sehr geehrter Herr Präsident,

heute erhielt ich von Prof. J. Kramer die Einladung zur feierlichen Eröffnung des DFG-Forschungszentrums

Mathematik für Schlüsseltechnologien:
Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse.

DER TAGESSPIEGEL vom 17. Mai 2002 informierte über dieses Programms und gab dazu die Internetadresse

www.math.tu-berlin.de /DFG-Forschungszentrum

an. Ich habe mir sofort das Programm ausgedruckt und dabei sowohl positive als auch negative Seiten des Programms festgestellt. Dasselbe galt 1991 bei der Gründung des Weierstraß-Institutes. Es handelt sich bei dem Programm im wesentlichen um direkte Aufgabenstellungen und Simulation, vor allem aus den Ingenieurwissenschaften. Hier gibt es sehr gute Wissenschaftler in Berlin, die solche Aufgaben erfolgreich behandeln. Mindestens 50% aller Aufgabenstellungen der messenden Physik beziehen sich jedoch auf Aufgabenstellungen für die offene Natur. Bei diesen Aufgaben hat man die Leistungsfähigkeit der entsprechenden mathematischen Modelle zu bestimmen, was immer auf inverse Probleme führt. Und die Leistungsfähigkeit der dazugehörigen Modelle ist bisher kaum untersucht worden. Selbst die Lösung inverser Aufgaben für technische Systeme bringt **wesentlich neue Erkenntnisse.**

In den beiliegenden Anlagen können Sie meine Bemerkungen zur Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle in den Naturwissenschaften und der Medizin nachlesen. Speziell dürfte für Sie der Brief an den Präsidenten der Humboldt-Universität zu Berlin (Anlage 8) von Interesse sein. Dem Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft schrieb ich am 23.2.2000 (Anlage 5), daß die Bereitstellung von zusätzlichen Mitteln für die Mathematik von größter Bedeutung ist. Allerdings sollten die Mittel vor allem für die Bestimmung der Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle (inverse Probleme) verwendet werden. An den Universitäten werden die Studenten fast ausschließlich auf speziellen Gebieten (außer der Technik) ausgebildet. Die Qualifikation erfolgt oft auf immer spezielleren Gebieten. Und solche Absolventen sind kaum für die Praxis einsetzbar. Das trifft vor allem für die Mathematik und die Physik zu. Es wird im Augenblick viel über die Schulen und die Universitäten gesprochen und geschrieben. Für die offene Natur ist der von Leibniz stammende Satz **theoria cum praxi** durch den schärferen Satz **praxis cum theoria** zu ersetzen. Wir haben weiterhin unsere Ausbildung wesentlich zu verändern, da die meisten Systeme der Natur äußerst komplex sind. Ich empfehle Ihnen, den Brief an den Bundespräsidenten a. D. Prof. Roman Herzog zu lesen. Die vielen Fehler auf dem Gebiet der medizinischen Diagnostik sind elementarer Natur, da die meisten Ärzte nur noch die Dreiminutenmedizin praktizieren, bei der wesentliche Informationen vom menschlichen Körper verlorengehen.

Als ich vor 32 Jahren am Karl-Weierstraß-Institut für Mathematik in Berlin mit den inversen Problemen begann, ahnte ich nicht, in welches 'grausame' Gebiet, das mit überdurchschnittlich vielen Fußangeln versehen ist, mich begeben hatte. Inzwischen sind die Grundgesetze für die komplexen Systeme gefunden und publiziert (siehe auch Math. Reviews September 2000, S. 6294).

Mir ist es vollkommen unverständlich, warum die Wissenschaftler aus den alten Bundesländern die inversen Probleme fast vollständig ignorieren. Und dabei ist dieses Gebiet das zentrale Gebiet der Wissenschaften. Es gibt viele Bemerkungen in den Medien, daß die Bundesrepublik Deutschland fast vollständig erstarrt ist.

Dieser Brief und die beiliegenden Kopien dürften für Sie als Präsident sehr unangenehm sein. Aber wir müssen uns diesen Problemen stellen, damit die Bundesrepublik Deutschland eine wirtschaftliche Zukunft hat

Mit freundlichen Grüßen

Ihr

32.

Brief an den Direktor der McKinsey-Deutschlandzentrale Dr. J. Kluge

Prof. Dr, habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
eMail: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Herrn
Dr. Jürgen Kluge
Direktor der McKinsey - Deutschlandzentrale
Königsallee 60c
40027 Düsseldorf

Berlin, den 7. Mai 2003

Sehr geehrter Herr Kluge,

den Medien in Berlin habe ich entnommen, daß Sie am 26.5.2003 in der Urania über

Schluss mit der Bildungsmisere! Handlungsvorschläge von einem der führenden Unternehmensberater Deutschlands

vortragen. Ich werde zu dieser Veranstaltung kommen.

Einer der führenden Wirtschaftswissenschaftler sagte vor einigen Tagen, dass im Vergleich zur Weltwissenschaft die Bundesrepublik Deutschland seit 25 Jahren abgebaut hat. Da ich seit dem Ende meines Studiums im Jahre 1951 die Wissenschaft in Deutschland und im Weltmaßstab verfolge (1958 hatte ich auf Grund meiner Doktorarbeit ein Stipendium der Universität Paris) muss ich dieser Aussage leider zustimmen. Leider setzt sich das Mittelmaß meist durch. Die hohen Studentenzahlen haben dieses auch beschleunigt.

Diesen Brief lege ich eine Kopie meines Vortrages vom 20. Februar 2003 in Berlin bei. Darin sind meine Erfahrungen mit den angewandten Wissenschaften aufgeschrieben. Es gibt für die komplexen Systeme der offenen Natur keine Systemtheorie. Das hat weitreichende Konsequenzen für die Forschung und Lehre. Die Universität lehren fast nichts bezüglich komplexer Systeme. Und die Anfänge dazu gehören eigentlich in die letzten Klassen eines Gymnasiums. In meiner Homepage (Fassung vom Juni 2002, 206 Seiten) findet man meine wichtigsten

Arbeiten und Briefe dazu. Den Brief an den Präsidenten der Humboldt-Universität zu Berlin lege ich diesen Brief nochmals bei.

Mir ist es vollkommen unverständlich, dass sich praktisch alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leitungsfunktionen gegen eine Aufarbeitung der offenen Fragen der Naturwissenschaften sträuben. Das kann für die Zukunft der Bundesrepublik Deutschland verheerende Folgen haben. Es ist insgesamt einfacher, schöne (leere) Worte über die Zukunft zu sagen als die ungelösten Probleme der Wissenschaften zu diskutieren.

Wesentliche Dinge der modernen Technik sind in Berlin entstanden, und zwar Konrad Zuse entwickelte 1936 den ersten programmierbaren Computer und Prof. C. Müller (TH Aachen Jahrgang 1920) befasste sich 1943-1945 in Berlin-Wannsee mit der Erkennung von fremden Unterseebooten im Meer. Er war somit einer der ersten Mathematiker der Welt, der sich mit inversen Problemen beschäftigte und nach 1945 ein sehr gefragter Spezialist in England und den USA. Aber der Bundesrepublik Deutschland hat bis heute fast kein Interesse an den inversen Problemen, obwohl diese Fragen die zentralen Fragen für die Erkennung der Natur sind, schade.

Vielleicht sind diese Bemerkungen etwas von Interesse für Ihren Vortrag in Berlin.

Mit den besten Grüßen

Ihr

33.

Gottfried Anger (2004)

Brief an den Bundeskanzler Gerhard Schröder

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Bundeskanzler
Gerhard Schröder
Bundeskanzleramt
11012 Berlin

Berlin, den 7.1.2004

Betr.: Hightech-Masterplan der Bundesregierung, Treffen der SPD-Leitungsebene in Weimar vom 5. - 6. Januar.

Sehr geehrter Herr Bundeskanzler,

DER TAGESSPIEGEL in Berlin veröffentlichte in der letzten Woche Bemerkungen der Bundesregierung, daß sie sich dieses Jahr der Forschungslandschaft in der Bundesrepublik Deutschland verstärkt widmen will. Das Treffen der SPD in Weimar hatte diesen Gesichtspunkt als Grundlage. Von der hohen Qualität der Forschung hängt im großen Umfang der Wohlstand und die Zukunft unseres Landes ab.

Als Mathematiker (Jahrgang 1928) habe ich zuerst 18 Jahre lang Grundlagenforschung auf dem Gebiet der mathematischen Physik im Sinne französischer Mathematiker (1952 - 1970), danach 33 Jahre angewandte Forschung (inverse Probleme, Diagnostik) im Sinne russischer Mathematiker betrieben. Meine Doktorarbeit an der TU Dresden, in welcher die natürliche Kopplung von Physik und Mathematik erzielt wurde, brachte mir 1958 ein Stipendium der Universität Paris ein. Diese Ergebnisse bildeten die Grundlage für alle meine weiteren Untersuchungen

In den vergangenen 33 Jahren habe ich sensationelle Lücken auf dem Gebiet der messenden Physik für die Naturwissenschaften und die Medizin festgestellt, die einen Umbau dieser Disziplinen zugunsten **praxis cum theoria** notwendig machen. In den beiliegenden Schreiben an die Bundesregierung können Sie diese Fakten

nachlesen. Aber bis heute hat sich keiner der Bundesregierung dazu geäußert. Man findet die Ergebnisse und einige Briefe dazu in meiner Homepage

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage (227 Seiten).

Die BERLINER MORGENPOST schrieb 1991, daß ca. 13,8 % der Todesfälle auf Fehldiagnosen zurückgehen, die Journalistin Rosemarie Stein Jahre 1996 in DER TAGESSPIEGEL, daß ca. 10 % der Todesfälle auf Fehldiagnosen zurückgehen. Im Monatsblatt des Stadtbezirkes Berlin-Treptow/Köpenick vom November 1999 findet man von zwei Medizinern die Bemerkung, daß als Folge der Drei-Minutenmedizin (ohne Gespräch mit dem Patienten) in der Bundesrepublik Deutschland ca. 22.000 Menschen sterben müssen. Ich habe alles an meinen eigenen Körper erleben müssen. Infolge Kriegsgefangenschaft brachte ich einen Nierenstau mit (zu enge Harnröhre). Obwohl ich den Ärzten diesen Sachverhalt immer wieder sagte, ging keiner darauf ein. Alle wollen eine Diagnose nur mit Hilfe von Meßwerten erstellen, was grober Unfug ist. Die Ärzte lernen an den Universitäten fast nichts über komplexe Systeme. Und unser Körper ist ein superkomplexes System. In dem Buch des amerikanischen Kardiologen Bernard Lown (geboren um 1921 Litauen)

Die verlorene Kunst des Heilens, Schattauer Verlag, Stuttgart 2003,

findet man folgende Bemerkungen: **75 % der Informationen, die zu einer korrekten Diagnose führen, können von einer detaillierten Anamnese gewonnen werden, 10 % Prozent von einer körperlichen Untersuchung, 5 % von einfachen Routinetests und 5 % von all den teuren nicht invasiven Prozeduren. In 5 % gibt es keine Antwort.** Fast kein Mediziner richtet sich danach.

Allein diese Aussagen verlangen einen vollkommenen Umbau der Naturwissenschaften für die offenen Systeme der Natur (und der Medizin) zugunsten **praxis cum theoria**. Das betrifft vor allem unsere Universitäten, die nicht auf diesen Sachverhalt eingehen. Nach 52 Jahren Forschung muß ich sagen, daß die Proteste der Studenten von fachlicher Seite her voll berechtigt sind. Wer in der Bundesrepublik Deutschland interessiert sich eigentlich für die Belange der Bundesrepublik Deutschland? Das kann verheerende Folgen für unsere Zukunft haben!! Und unsere Studenten werden ohne obige Aussagen in die Praxis entlassen!!!

Ich kann Ihnen nur empfehlen, daß die Bundesregierung sich diesen Fragen stellt. Man kann alles nachlesen in meiner Homepage.

Für Rückfragen stehe ich jederzeit gern zur Verfügung.

Mit vorzüglicher Hochachtung

34.

Brief an den Vorstandsvorsitzenden der Charité Berlin Prof. Dr. Detlev Ganten (2004)

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Herrn
Prof. Dr. Detlev Ganten
Vorstandschef der Charité Berlin
Humboldt-Universität Berlin
Schumannstr. 20/21
10177 Berlin

Berlin, den 27.2.2004

Sehr geehrter Herr Prof. Ganten,

mit großem Interesse habe ich im TAGESSPIEGEL vom 17. Februar auf Seite 11 die Bemerkung gelesen, daß Sie der neue Vorstandschef der Charité sind, dem alle medizinischen Universitätsstandorte im Berliner Raum zugeordnet werden. Dazu möchte ich Ihnen sehr herzlich gratulieren. Sie haben damit die Möglichkeit, die Medizin in eine sinnvolle Richtung zu lenken und die internationale Bedeutung der Charité zu stärken. Nach meinen persönlichen Erfahrungen sind bei den meisten Wissenschaftlern Veränderungen nicht gefragt. Da in der Medizin die meisten Teildisziplinen der Wissenschaften vorkommen, dürfte eine solche Neuorientierung zu Gunsten **praxis cum theoria** schwer durchsetzbar sein. Und diese Neuorientierung ist in der Medizin dringender denn je. **Für die biologischen Systeme der offenen Natur gibt es keine Systemtheorie**. Die meisten Wissenschaftler, speziell die Mediziner, haben die Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften für komplexe Systeme der offenen Natur wesentlich überschätzt. Sie schließen oft ohne praktische Erfahrungen von der Teilinformation auf das Gesamtsystem. Hieraus folgen die vielen Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang. Für die komplexen Systeme der Natur gibt es nur wenige Untersuchungen. Die Ergebnisse darüber sind kaum bekannt.

Seit ca. 4 Jahren gibt es einen Reformstudiengang Medizin an der Charité Berlin. Der frühere Bundespräsident Prof. Roman Herzog hatte den Reformstudiengang um Prof. Scheffner vom Rudolf-Virchow-Klinikum zu einem Gespräch in das Bundespräsidialamt eingeladen. Wesentliche Ideen dazu kamen von einigen Universitäten der USA. Dort laufen viele Patienten der Schulmedizin weg. Und das geschieht zu Recht. Die meisten Ärzte lernen an den Universitäten **nicht**, daß unser Körper ein superkomplexes System ist**,** welches sich nicht mit Hilfe von speziellen Meßwerten beschreiben läßt. Vor allem lernen die Studenten nicht die

Leistungsfähigkeit der messenden Physik für den menschlichen Körper. Diese Dinge sind sogar fast allen Physikern unbekannt (Anlage 10).

Sie können alles nachlesen in meinem Vortrag vom 20. Februar 2003 (Anlage 1)

Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften,
der Technik und der Medizin.

Man findet diesen Vortrag auch in www.ekkehard-friebe.de (unter Literatur) und in www.interdis-wis.de (unter Links). Meine wichtigsten Ergebnisse sind auch in meiner Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage (227 Seiten) nachzulesen. Darin befinden sich auch zwei Arbeiten zur Medizin.

Im TAGESSSPIEGEL vom 20. Februar kann man auf Seite 4 den Artikel

Von der Ethik des Kürzens -
Fachübergreifend entwerfen renommierte Wissenschaftler ihr Modell einer
Gesundheitsreform und rühren an Tabus..

studieren. Ich finde bei all diesen Publikationen kein Wort über die prinzipiellen Schwierigkeiten einer medizinischen Systemtheorie, speziell bei der medizinischen Diagnostik. Und dabei gehen ca. 10% aller Todesfälle in der Bundesrepublik Deutschland auf elementare Fehlern der Ärzte zurück!! Diese Fehler lassen sich meist sofort durch praktische Erfahrungen des Arztes beheben. Und solche Erfahrungen gibt es genügend viele. Man findet wesentliche Hinweise dazu bei dem amerikanischen Kardiologen Bernad Lown in seinem Buch

Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken.
Schattauer Verlag, Stuttgart 2002.

Ähnliche Gedanken und Ergebnisse sind in den Büchern des Neurologen Prof. G. Ulrich, Psychiatrische Klinik und Poliklinik der Freien Universität Berlin, zu finden.

Am 23. Februar besuchte ich in der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften im Leibniz-Saal eine Diskussionsrunde zum Thema Gesundheitsreform und am 25. Februar in der Deutschen Bank eine Diskussion zum Thema 'Nationale Akademie'. Für mich war es erstaunlich, daß über die notwendigen Korrekturen auf dem Gebiet der Anwendungen und die Weiterentwicklung dieser Gebiete kein Wort gefallen ist. **Und dabei kann von einer Nichtbeachtung einer gewissen Neuordnung der Naturwissenschaften und der Medizin die Zukunft der Bundesrepublik Deutschland abhängen!**

Im Jahr 1984 hatte ich mich nach meiner schweren (nicht notwendigen) Krankheit mit dem Ordinarius für Strafrecht der Universität Halle Prof. Dr. H. Hinderer (Emeritierung 1987) über die vielen Fehler auf dem Gebiet der medizinischen Diagnostik unterhalten. Er hatte bereits viel über solche Fehler erfahren. Prof. Hinderer sagte mir damals: **Wenn man einen Vorgesetzten auf prinzipielle Fehler aufmerksam macht, ist dieser verpflichtet, sich Gutachten einzuholen und danach diese Fehler abzustellen.** Seit 1990 habe ich praktisch alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leistungsfunktionen auf diese elementaren Fehler aufmerksam gemacht. Nur Prof. Roman Herzog hatte diese Dinge ernst genommen und damit den Reformstudiengang Medizin in Berlin zum Laufen gebracht. Sonst gibt es keinerlei Reaktionen und keinerlei Konsequenzen auf die negativen Fakten. Wir

leben in einem demokratischen Rechtsstaat. Eigentlich ist die Regierung verpflichtet, die vielen elementaren Fehler sofort abzustellen!

Die Charité in Berlin hat die einmalige Chance, sich diesen Fakten zu stellen und die Medizin in Berlin international führend zu machen.

Mit freundlichen Grüßen Ihr

35.

Brief an den Präsidenten der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften Prof. Dr. Dieter Simon (2004)

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Präsident der
Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften
Prof. Dr. Dieter Simon
Jägerstrasse 22/23
10117 Berlin

Berlin, den 5.3.2004

Sehr geehrter Herr Präsident,

mit großem Interesse besuchte ich am 23. Februar 2004 in der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften im Leibniz-Saal eine Veranstaltung zur Gesundheitsreform und am 25. Februar in der Deutschen Bank eine Diskussion zum Thema 'Nationale Akademie'. Für die Wissenschaften sind gewisse zentrale Strukturen notwendig, da sonst jeder seine eigene Sache macht. Wesentlich dringender sind Diskussionen über die vielen ungelösten Probleme auf dem Gebiet der Naturwissenschaften und der Medizin, allgemeiner auf dem Gebiet der messenden Physik, die von schwachen Teilinformationen auf das Gesamtsystem schließen muß. Hier sind wesentliche Korrekturen zu Gunsten **praxis cum theoria** sofort notwendig. Auch beachtet man in der Biologie kaum, daß es sich bei diesen Systemen um superkomplexe Systeme handelt, die sich theoretisch nicht vollständig beschreiben lassen. Dabei sind die Grundlagen dazu relativ einfach mitzuteilen. Die Medizin besitzt sehr viele praktische Erfahrungen, die von den meisten Ärzten aber kaum beachtet werden. Schuld daran sind die Universitäten, die den Umgang mit komplexen Systemen nicht lehren. Es gibt einige hervorragende Mediziner, die vom logischen Standpunkt aus den menschlichen Körper richtig einschätzen und daher kaum Fehler begehen. In Anlage 1 sind diese Ergebnisse dargestellt. Am 23. Februar wurde kein Wort über die notwendigen fachlichen Veränderungen auf dem Gebiet Naturwissenschaften und der Medizin gesagt. Wir sprechen fast immer nur über Probleme der Verwaltung!

Sie können diese Fakten auch in den Briefen an Prof. Ganten (Anlage 2, Anlage 3), Bundeskanzler Gerhard Schröder (Anlage 5), den Präsidenten der Humboldt-Universität Berlin (Anlage 6) und den früheren Präsidenten Ihrer Akademie (Anlage 9) nachlesen. In Anlage 11 finden Sie sehr kritische Bemerkungen zur theoretischen Physik, die sich kaum mit den zentralen Fragen unseres Lebens beschäftigt. Inverse

Probleme (in der Medizin unter dem Begriff Diagnostik bekannt) sind fast allen Physikern unbekannt. Aus diesem Grund lernen unsere Studenten nichts über diesen zentralen Problemkreis.

Seit 1970 beschäftige ich mich, damals als Angehöriger des Institutes für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (später der DDR), mit inversen Problemen. Ich denke, daß ich die Grundstrukturen der komplexen Systeme (der inversen Probleme) klären konnte. Man findet alles in meiner Homepage (227 Seiten, Anlage 10), auch meinen Schriftwechsel vor 1990. Von 1970 bis 1977 hielt ich an der Klasse Mathematik der Akademie der Wissenschaften drei bis vier Vorträge über inverse Probleme. Alles ist im Archiv der Akademie registriert. Im Januar 2002 übergab ich dem Archiv meinen Schriftwechsel mit Politikern und Wissenschaftlern in hohen Leitungsfunktionen. In ca. 70 Briefen ist alles aufgeschrieben, aber keiner hat sich bis heute dazu geäußert. Wir haben tatsächlich zum Teil radikale Einschnitte in unser Forschungs- und Ausbildungssystem vorzunehmen, was für die meisten Wissenschaftler mehr als schmerzlich ist. In den Brief an den Präsidenten der Humboldet-Universität Berlin, dem Physiker Prof. J. Mlynek (Anlage 6), ist alles aufgeschrieben. Aber eine Antwort gibt es in der Bundesrepublik Deutschland nicht.

Von der Nichtbeachtung der Korrektur auf dem Gebiet der Naturwissenschaften und der Medizin kann die Zukunft der Bundesrepublik Deutschland abhängen. Fast alle Wissenschaftler wollen nur solche Probleme studieren, die bereist vor 50 Jahren bekannt waren (Anlage 7).

Der Inhalt dieses Briefes ist für Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen sehr unangenehm. Aber in den vergangenen 30 Jahren hätte man schon gewisse Korrekturen vornehmen können. In unserer Wissenschaft bestimmen meist die 'Hobbywissenschaftler'.

Ich kann Ihnen nur empfehlen, den Inhalt dieses Schreibens sehr ernst zu nehmen. Vor 1970 hatte ich nicht an die seit dieser Zeit gewonnenen, zum Teil sehr negativen Ergebnisse, geglaubt. Aber das gehört zur Wissenschaft, auch sich mit tiefliegenden Problemen auseinanderzusetzen.

Mit vorzüglicher Hochachtung

36.

Brief an den Bundespräsidenten Prof. Dr. Roman Herzog (1998)

Prof. Dr. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
10178 Berlin
Tel. 030/2411779

Herrn Bundespräsident
Prof. Dr. Roman Herzog
Kaiser-Friedrich-Str. 16
53113 Bonn

Berlin, den 16.9.1997

Sehr verehrter Herr Bundespräsident,

aufgrund Ihrer Bemerkungen zur (geringen) Leistungsfähigkeit der Wissenschaft und Wirtschaft in den Bundesrepublik Deutschland während der vergangenen Wochen (speziell zur Eröffnung des Hotel Adlon und zur Eröffnung der Asien-Pazifik-Wochen am 15. September 1997 in Berlin) möchte ich Sie auf eine *überdurchschnittlich große Lücke* auf dem Gebiet der messenden Physik aufmerksam machen. In Mathematik und Physik spricht man dabei von inversen Problemen, in der Medizin von der Diagnostik. Die auf diesem Gebiet begangenen Fehler, speziell der medizinischen Diagnostik, sind so groß, daß ich die materiellen Verluste in der Bundesrepublik Deutschland jährlich auf 50 – 100 Milliarden DM schätze. Nach Publikationen von Medizinern betragen die Todesfälle infolge von Fehldiagnosen ca. 15% aller Todesfälle. Der Patient wird oft einfach ins Labor abgeschoben, wobei die wichtigsten Informationen vom menschlichen Körper verlorengehen. Nach meinen Schätzungen kann man diese Anzahl auf unter 5% drücken, wenn der Arzt zuerst alle Informationen vom menschlichen Körper sammelt (ars medica) und dann Meßwerte aus dem Labor zur endgültigen Entscheidung hinzuzieht. Unsere augenblicklichen Handlungsweisen sind zum großen Teil durch ingenieurmäßige Denkstrukturen geprägt, die in den Naturwissenschaften und der Medizin wenig Platz haben.

Sie sind einer der wenigen Politiker, der aufgrund seiner langjährigen Erfahrungen und Ehrlichkeit Probleme des Alltags anspricht. Solche kritischen Bemerkungen zur Situation der Bundesrepublik Deutschland sind notwendiger denn je. Als Mathematiker (Jahrgang 1928) habe ich in Ostdeutschland (Dresden, Ost-Berlin, Halle) die Realität des Wissenschaftsbetriebes voll kennengelernt. Jeder Wissenschaftler studiert nur noch ein kleines Problem. Damit kann man sich fast nicht den realen Anwendungen in den Naturwissenschaften und der Medizin stellen. Die Anwendungen der Naturwissenschaften beziehen sich stets auf komplexe Systeme. Und für solche komplexen Systeme (nicht Technik) gilt nur **praxis cum theoria**. Aus diesem Grund sind auf dem Gebiet der interpretierenden Wissenschaften die Universitäten und Forschungsinstitute umzubauen zu Gunsten praktischer Erfahrungen. Das zieht wesentliche Einschnitte auf dem Gebiet der Wissenschaften nach sich. Ich schätze, daß 99,9% aller Wissenschaftler und Mediziner diese Fakten nicht kennen und sich mit allen Mitteln gegen Veränderungen sträuben. Diese Handlungsweisen sind von juristischer Seite her strafbar. Außerdem werden unsere Studenten zum Teil vollkommen falsch ausgebildet.

Seit 1990 habe ich den Bundesminister für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie zwölf Mal, die Landesregierung in Magdeburg acht Mal (ich war von 1972 – 1993 ordentlicher Professor für Mathematik an der Martin-Luther-Universität Halle) und den Senator für Wissenschaft in Berlin sechs Mal auf die dringend zu lösenden Probleme aufmerksam gemacht. Wer interessiert sich denn noch für tiefliegenden Probleme unseres Landes? Es hat zu den aufgeworfenen Fragen von obigen Dienststellen bisher keine sinnvolle Antwort gegeben. Alles wird wie vor 40 Jahren gemacht. Praktisch alle Wissenschaftler sind nicht in der Lage, sich den aktuellen Anforderungen der Wissenschaften zu stellen. Eine Reaktion auf meine Fragen würde das Eingestehen der eigenen Fehler nach sich ziehen.

Ich möchte Sie **dringend bitten**, einiges zur Aufarbeitung des Gebietes der interpretierenden Wissenschaften anzustoßen. Die Bundesrepublik Deutschland hat davon einen überdurchschnittlich großen Nutzen. Diesem Brief lege ich meine letzten Arbeiten bei, und zwar

Zur Leistungsfähigkeit der Theorie in den Naturwissenschaften,
der Technik und der Medizin – praxis cum theoria
Mitteilungen der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik 20 (1997), 19 – 36,

Zur Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlicher Methoden in der
Medizinischen Diagnostik: praxis cum theoria,
Arzt und Krankenhaus, 2409/97, 1 – 4.

Außerdem lege ich Kopien einiger Briefe zur weiteren Information bei.

Über meine Person können Sie sich gern bei den früheren Präsidenten der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik erkundigen. Diese Präsidenten waren

Prof. Dr. R. Mennicken, Universität Regensburg, FB Mathematik,
Universitätsstr. 31, 93053 Regensburg,

Prof. Dr.-Ing. O. Mahrenholtz, TU Hamburg-Harburg, Arbeitsbereich Meerestechnik,
Eißendorfer Str. 42, 21071 Hamburg.

Seit einem Jahr kenne ich den Neurologen Prof. Dr. G. Ulrich, Freie Universität Berlin. Obige Arbeiten habe ich mit ihm ausdiskutiert. Diese sind sowohl vom naturwissenschaftlichen Standpunkt als auch vom medizinischen Standpunkt in Ordnung. Sein Buch

Biomedizin – Von den folgenschweren Wandlungen des Biologiebegriffes,
Schattauer Verlag, Stuttgart, New York,

erscheint dieser Tage. Das Buch verlangt ebenfalls eine vollkommen neue Denkweise der Mediziner, und zwar in Hinsicht eines systemtheoretischen Denkens (für biologische Systeme).

Auch die Rechtswissenschaften müssen das Verhältnis Natur – interpretierende Wissenschaften vollkommen neu aufarbeiten. Viele Urteile gegenüber Naturwissenschaftlern und Medizinern sind wegen der Schwäche der Meßwerte - und den bei bildgebenden Verfahren immer vorhandenen Phantombildern - Fehlurteile. Ich habe mich an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg oft mit Juristen unterhalten. Diese teilten (in den Jahren 1985 – 1988) meine Auffassungen.

Noch eine abschließende Bemerkung. Von 1947 – 1953 war ich Mitglied der Liberal Demokratischen Partei Deutschlands, wie Hans-Dietrich Genscher. Diese Mitgliedschaft brachte mir oft Schwierigkeiten ein. In der Zeit 1982 – 1986 sollte ich, trotz einer vorhandenen Niereninsuffizienz, entlassen werden. Vielleicht waren meine politischen

Probleme ein Grund dafür, daß ich fachlich immer hart arbeiten mußte, um beruflich zu überleben.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr

37.

Brief an den Bundespräsidenten Prof. Dr. Horst Köhler (2004)

Prof. Dr, habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Bundespräsident
Prof. Dr. Horst Köhler
Schloß Bellevue
Spreeweg 1
10557 Berlin

Berlin, den 14.6.2004

Sehr verehrter Herr Prof. Köhler,

mit großer Freude habe ich Ihre Wahl zum Bundespräsidenten wahrgenommen. Endlich ist einmal ein Wissenschaftler mit großen praktischen Erfahrungen in ein hohes Staatsamt gewählt worden. Während Ihrer Amtszeit wird es wesentliche Veränderungen in der Wissenschaft, der Technik und den sozialen Strukturen geben! Der frühere Bundeskanzler Helmut Schmidt sagte einmal

Globalisierung nutzt nichts, wenn es zu Hause nicht funktioniert

DER TAGESSPIEGEL 13. Juni 2004, Seite 24. Einige dieser für unser Land dringend notwendigen Veränderungen möchte ich kurz skizzieren. Man kann alles nachlesen in meiner Homepage (227 Seiten)

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage

Speziell lege ich diesem Brief die erste Publikation daraus als Anlage 1 bei. Darin sind meine wichtigsten Ergebnisse kurz zusammengestellt. Von 1947 - 1951 studierte ich (Jahrgang 1928) Mathematik und Elektronik an der TU Dresden. Danach wandte ich mich als Assistent an der TU Dresden (1952 - 1963) der mathematischen Grundlagenforschung in Sinne französischer Mathematiker zu. Meine Doktorarbeit von 1957 brachte mir 1958 ein Stipendium der Universität Paris (Sorbonne) ein, was man in der DDR als große Sensation angesehen hat. Mir gelang in der Doktorarbeit die natürliche Koppelung von physikalischen Aufgabenstellungen und moderner Mathematik, welches die Grundlage für meine späteren Untersuchungen war. Durch den Aufenthalt am Institut für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (später der DDR) von 1963 - 1972 kam ich mit dem theoretischen Physiker Prof. H.-J. Treder in engen Kontakt. Er machte mich auf das Buch von M. M. Lavrent'ev aus dem Jahr 1962 über inverse Probleme aufmerksam, welches in russischer Sprache in Novosibirsk erschienen war - englische Übersetzung 1967 im Springer Verlag. Das war eigentlich der Beginn meiner Beschäftigung mit den Anwendungen der Mathematik und inversen Problemen (in der Medizin unter dem Begriff Diagnostik bekannt). In Moskau und Novosibirsk studierte man solche Fragen als Forderung seitens der Raumfahrt. Nach 34-jähriger intensiver Arbeit gelang mir die Klärung der Grundzüge der Anwendung

naturwissenschaftlicher Methoden in Geophysik, Medizin usw. mit Hilfe von Meßwerten physikalischer Felder. Dieses Gebiet war von Physikern und Mathematikern wegen der prinzipiellen Schwierigkeiten kaum beachtet worden. Man hat die Leistungsfähigkeit der messenden Physik für die komplexen Systeme der offenen Natur, speziell in der Medizin, wesentlich überschätzt. Diese Ergebnisse ziehen zum Teil radikale Veränderungen an den Universitäten und der Anwendungen zu Gunsten **praxis cum theoria** nach sich, da die komplexen Systeme der Natur keine Systemtheorie zulassen (siehe obige Homepage und Anlage 1). Die Bundesrepublik Deutschland (alte Bundesländer) sträubt sich gegen eine solche Aufarbeitung (Anlagen 2, 3 und 4). Meine Kollegen konnten sich mit Teilfragen der reinen Mathematik relativ schnell qualifizieren und bekamen auf diese Weise freie Professorenstellen, ohne sich mit Anwendungen auseinandergesetzt zu haben. Speziell die meisten Chefärzte wollen die vielen elementaren Fehler, die Ärzte oft begehen, nicht eingestehen. Ärzte, die sich im wesentlichen auf praktische Erfahrungen verlassen und die Ergebnisse der Naturwissenschaften als wichtige Ergänzung verwenden, arbeiten im allgemeinen richtig. Dieses wird in dem Buch des amerikanischen Kardiologen Bernard Lown, *Die verlorene Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken*, Schattauer Verlang, Stuttgart 2002, in eindringlicher Weise dargestellt. In dieser Hinsicht haben wir die Ausbildung der Mediziner **vollständig umzubauen**. Ich habe die theoretischen Grundlagen der messenden Physik für die komplexen Systeme der Natur in den letzten 30 Jahren gefunden und erweitere die Ergebnisse von B. Lown und anderen hervorragenden Medizinern. Die italienischen Wissenschaftler P. Pizetti und G. Lauricella hatten in der Zeit 1907 - 1911 erste negative Ergebnisse für inverse Probleme erzielt und diese Ergebnisse sind mit relativ elementaren mathematischen Hilfsmitteln zu bekommen, eigentlich schon Abi-turienten an Gymnasien zu vermitteln. Mindestens 60 Jahre lang sind diese Fakten nicht beachtet worden. **Daran sieht man, daß damals Physiker und Mathematiker die zentralen Aufgabenstellungen der Naturwissenschaften nicht voll verstanden haben. In einem gewissen Sinn gilt das auch heutzutage noch** (Anlagen 3, 4 und 5). Das sagte auch der Physiker und Nobelpreisträger B. Josephson (Cambridge, England, siehe Anlage 1).

Der Geodät Prof. H. Moritz (Jahrgang 1933, TU Graz, von 1964 - 1972 Professor an der TU Berlin) hat zusammen mit mir eine große Arbeit über inverse Probleme in englischer Sprache geschrieben. Prof. Moritz arbeitete lange Zeit in den USA und war von 1992 - 1996 als Präsident der *International Union for Geodesy and Geophysics* tätig. Er kennt sich in den Naturwissenschaften weltweit sehr gut aus. Vor zwei Wochen war er zur Feier der Moskauer Universität aus Anlaß der Gründung vor 250 Jahren. Danach sagte er mir, daß auf Grund seiner internationalen Erfahrungen eigentlich die Interpretation der Natur prinzipiell invers zu erfolgen hat, aber kaum wahrgenommen wird. Diesen Sachverhalt beachten die meisten Wissenschaftler und Ärzte fast nicht. Sie können sich gern über mich bei Prof. Moritz erkundigen.

Der emeritierte theoretische Physiker H. Stumpf (Tübingen) schreibt in der Zeitung des Deutschen Hochschulverbandes Forschung & Lehre 9/1999, S. 484, ... *wer sich der scientific community widersetzt, bedeutet in der Demokratie, daß die Abweichler (die wissenschaftlich recht haben) finanziell und sozial ausgetrocknet werden, immerhin schon ein Fortschritt gegenüber Verbrennungen, Konzentrationslagern und psychiatrischen Kliniken*. Eine überdurchschnittlich harte Kritik an unserem Wissenschaftssystem. Leider habe ich diese Erfahrungen an der Universität Halle, an

der ich von 1972 - 1993 als Professor für Mathematik arbeitete, machen müssen. Obwohl ich 1982 lebensgefährlich erkrankt war, eine Spätfolge meiner Kriegsgefangenschaft, sollte ich (die Stasi stand vermutlich dahinter) entlassen werden, um einen freien Platz für ein junges Parteimitglied (der SED) zu bekommen. Ein totaler Zusammenbruch (Niereninsuffizienz) verhinderte die Entlassung. Diese Krankheit war eigentlich schon lange Zeit vorher zu erkennen. Aber die Ärzte lernen an den Universitäten fast nichts über ein systemtheoretisches Herangehen zur Erstellung einer Diagnose! Diese Dinge werden in dem Buch von Lown ausführlich beschrieben, werden aber kaum beachtet. Die vielen Todesfälle in der Medizin, die zum großen Teil auf elementaren Fehlern der Ärzte beruhen, sind in einem Brief an Bundeskanzler Schröder (Anlage 7) vom Januar 2004 aufgeschrieben.

Nach meiner schweren Krankheit im Jahre 1982 unterhielt ich mich 1984 mit dem Ordinarius für Strafrecht der Universität Halle über die Problematik der inversen Probleme (Diagnostik) und ihren Konsequenzen. Er sagte mir damals: **Wenn man einen Vorgesetzten auf prinzipielle Fehler aufmerksam macht, ist dieser verpflichtet, Gutachten einzuholen und die Fehler sofort abzustellen.** Seit 1972 mache ich auf diese elementaren Fehler aufmerksam (z. B. Anlage 15). Auch die Bundesregierung (Anlagen 2 - 14) wurde laufend über diesem Sachverhalt informiert. Nach 1990 habe ich in mindestens 80 Briefen alle Politiker und Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen darüber informiert, ohne jeglichen Erfolg. Nur der frühere Bundespräsident Prof. Roman Herzog hatte antworten lassen und den Reformstudiengang Medizin des Rudolf-Virchow-Klinikums Berlin (jetzt Charité Berlin) zu einem Gespräch eingeladen.

Ein Kollege aus Potsdam sagte mir kürzlich, daß der letzte deutsche Kaiser Wilhelm II. (1888 - 1918) die naturwissenschaftliche Ausbildung in den Gymnasien Preußens eingeführt habe. Der Vater von Wilhelm II. hatte die Geophysikalischen Einrichtungen in Potsdam gegründet. Die Preußen nahmen großen Anteil an der Entwicklung der Wissenschaft und der Technik in Berlin. Von 1901 - 1933 erhielten 24 Berliner Wissenschaftler einen Nobelpreis, danach kein einziger mehr. **Wir stehen jetzt vor weitreichenden Einschnitten in den Grundlagen der Naturwissenschaften und der Medizin und den Umbau dieser Gebiete.** Davon kann die Zukunft der Bundesrepublik Deutschland wesentlich beeinflußt werden. Aber wer interessiert sich denn schon für unsere Zukunft. Das Geld verdienen steht bei den meisten Bürgern stets im Vordergrund. Und diesen Gesichtspunkt folgen fast alle Bürger der Bundesrepublik Deutschland!

Fast alle Wissenschaftler an den Universitäten beschäftigen sich nur mit Teilproblemen, der notwendige Schluß auf das Gesamtsystem wird **oft nicht richtig vollzogen** (Anlage 1). Wir überlassen unsere Absolventen eigentlich einem schlimmen Schicksal, da sie nicht auf dem Gebiet der Anwendungen der messenden Physik ausgebildet werden. Ein großer Teil ist mit diesem Schicksal verzweifelt. In den 52 Jahren meiner wissenschaftlichen Tätigkeit habe ich dieses immer wieder erfahren müssen. Aber praktisch kein Hochschullehrer und Politiker der Bundesrepublik Deutschland ist zu einem Gespräch bereit.

Bitte nehmen Sie diese Ausführungen sehr ernst. Eigentlich ist die skizzierte Problematik eine Angelegenheit für den Bundesgerichtshof in Karlsruhe. Die Menschen der Bundesrepublik Deutschland haben zu Recht kein Verständnis für die vielen Fehler.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr

P.S. (30. Juni 2004)
Man findet die Probleme der theoretischen Physik und der Naturwissenschaften ausführlich dargestellt in www.bourbaki.de

38.

Brief an den Präsidenten der Bundesärztekammer Prof. Dr. J.-D. Hoppe (2004)

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Bundesärztekammerpräsident
Prof. Dr. med. Dr.h.c. Jörg-Dietrich Hoppe
Ottostr. 12
50859 Köln

Berlin, den 21.8.2004

Sehr geehrter Herr Präsident,

seit August 2003 kenne ich den Präsidenten der Internationalen Gesellschaft für Interdisziplinäre Wissenschaften, den Arzt Dr. Hans Kaegelmann. Sie hatten ihm zu seinem 60jährigen Arztjubiläum gratuliert. Die Fakten, die er aufschreibt, stimmen vom Prinzip her. Natürlich kann er nicht die Leistungsfähigkeit naturwissenschaftlichen Methoden analysieren. In meinen letzten Publikationen habe ich als Mathematiker (Jahrgang 1928) diese Analyse für die Physik bezüglich der komplexen Systeme der Natur vorgenommen und dabei sensationelle **Lücken und Fehler** auf dem Gebiet der medizinischen Diagnostik festgestellt. In Mathematik und Physik sind solche Fragen unter dem Begriff **inverse Probleme** bekannt. Ursache hierfür ist, daß kaum etwas über die komplexen Systeme der Natur gesagt wird und deren Grundgesetze nicht gelehrt werden!

Alles ist zu finden in meiner Homepage (227 Seiten)
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
und der Homepage (vom Juni 2004) *Gottfried Anger (Berlin) and Helmut Moritz (Graz): Inverse Problems and Stability - Basic Ideas and Applications* in
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html ,
die ich als Anlage 1 beifüge. Meine letzte Arbeit (Anlage 2)
Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften, der Technik und der Medizin
ist seit August 2003 zu finden in den Homepages www.interdis-wis.de und www.ekkehard-friebe.de .Neuerdings erschien diese Arbeit in etwas überarbeiteter Form in
Festschrift zum 70. Geburtstag von Helmut Moritz,
Institut für Geodäsie der Technischen Universität Graz.
Ich bereite eine weitere Arbeit aus Anlaß der Feiern zur Publikation der Relativitätstheorie im Jahre 1905 von A. Einstein vor. Sie soll den Titel
Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur, daher ***praxis cum theoria***

tragen. Fast kein Wissenschaftler, speziell die Physiker, haben sich mit der Leistungsfähigkeit der messenden Physik für die realen Systeme der offenen Natur auseinandergesetzt. Daher gibt es so viele elementare Fehler auf dem Gebiet der medizinischen Diagnostik, die sofort korrigiert werden können, indem der Arzt vielmehr praktische Erfahrungen lernt und später anwendet. Seit 2002 gibt es das hervorragende Buch des amerikanischen Kardiologen Bernard Lown

Die verlorenen Kunst des Heilens - Anleitung zum Umdenken

Schattauer Verlag, 2002,

Seine langjährigen Erfahrungen und meine Ergebnisse, die ich im Zeitraum 1970 - 2003 erzielt habe, stimmen vollkommen überein. Nur kenne ich zusätzlich weitgehend die Leistungsfähigkeit der naturwissenschaftlichen Methoden. Diese Ergebnisse ziehen einen zum Teil radikalen Wandel im Verhältnis Mensch - Natur und die Korrektur der Ausbildung an den Universitäten nach sich.

Die Schwierigkeiten und vielen Fehler auf dem Gebiet der theoretischen Physik sind ebenfalls aufgeschrieben in den Homepages www.bourbaki.de und www.ekkehard-friebe.de . Georges Bourbaki macht auf die Fehlentwicklungen der theoretischen Physik aufmerksam. Ursache hierfür sind die vielen Hypothesen in den Modellen, die außerhalb der Erde, speziell im Universum, nicht nachgeprüft werden können. Er hat sogar wegen der vielen physikalisch nicht richtigen Fakten einen Strafantrag bezüglich der Deutschen Physikalischen Gesellschaft an den Bundesgerichtshof gestellt. Und diese Dinge sind wissenschaftlich vom Prinzip her in Ordnung. Seit 1920 unterdrücken die theoretischen Physiker jegliche Diskussion über die aufgetretenen Probleme der theoretischen Physik. Nach G. Bourbaki sind die meisten theoretischen Physiker von geringerer Qualität, da ein Physiker mit guten Kenntnissen auf dem Gebiet der Mathematik ein Mathematiker und ein Physiker mit guten Kenntnissen auf dem Gebiet der Experimentalphysik ein Experimentalphysiker wird. Leider stimmt diese Aussage. Da man in den Anwendungen oft gute Kenntnisse der Leistungsfähigkeit der messenden Physik (Mathematik) benötigt und diese kaum gelehrt werden, haben wir die Ausbildung der Ärzte zugunsten **praxis cum theoria** total umzubauen. Bernard Lown beschreibt diesen Zustand hervorragend. Ähnliche Aussagen findet man bei dem emeritierten Professor für Innere Medizin der Universität München H. Buchborn (in Anlage 2).

Seit März 1990 machte ich viele Politiker und Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen (ca. 80 Briefe) auf die anstehenden Korrekturen aufmerksam. Speziell hat die Berlin - Brandenburgische Akademie der Wissenschaften in den vergangenen 4 Jahren eine Ausarbeitung zur Gesundheitsreform vorgestellt (Anlage 5), die keinerlei Bemerkungen zu den prinzipiellen Schwierigkeiten der naturwissenschaftlichen Methoden in der Medizin (komplexe Systeme) enthält. Man macht sich fast ausschließlich nur Gedanken zu den finanziellen Aspekten, also eine Umschichtung der bisherigen Fakten. Mein Schriftwechsel bis Januar 2002 befindet sich im Archiv der Berlin - Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, steht also Interessenten zur Verfügung.

Für die komplexen Systeme der Natur gibt es keinerlei Systemtheorie (Anlage 2). Daher sind alle Anwendungen (Schulmedizin und alternative Methoden), wenn genügend praktische Erfahrungen vorliegen, sinnvoll. Wir können die meisten Prozesse innerhalb unseres Körpers nicht bestimmen. Man sollte daher die Ergebnisse der Medizin, die in den vergangenen 4000 Jahren erzielt wurden und von

praktischer Seite her als sinnvoll erscheinen (siehe auch B. Lown) in der Medizin zulassen. Diese bedarf natürlich einer genauen Kontrolle.

Bitte nehmen Sie meine Ausführungen sehr ernst. Ich stehe jederzeit für Rückfragen zur Verfügung. Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr

39.
Antwortbrief an das Zentrum für Muskel- und Knochenforschung der Freien Universität Berlin

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc

Universitätsklinikum Benjamin Franklin
Zentrum für Muskel- und Knochenforschung
Prof. Dr. med. D. Felsenberg
Hindenburgdamm 30

12200 Berlin

Berlin, den 16.1.2004

Sehr geehrter Herr Prof. Felsenberg,

ich bedanke mich vielmals für den Fragebogen. Seit ca. 40 Jahren leide ich an einer Pollenallergie, die in den Wintermonaten nicht aktuell ist. Im Notfall nehme ich Zyrtec. Meine Allergie hatte die Universität Halle, wo ich von 1972 - 1993 als Professor für Mathematik arbeitete (Jahrgang 1928), vor ca. 25 Jahren festgestellt. Am 14. Juni 2002 wurde ich auf dem U-Bahnhof Klosterstraße von einem jungen Mann, der mein Geld haben wollte, mit einem gelblichen Reizgas angesprüht. Danach war ich bis zum nächsten Frühjahr frei von der Allergie. Was war die Ursache dafür?

Die folgende Krankheitsgeschichte bezüglich meines Körpers dürfte für Sie als Mediziner von besonderem Interesse sein. Meine zum Teil sehr negativen (und auch positiven) Erfahrungen mit der medizinischen Diagnostik beeinflußten wesentlich meine Untersuchungen über inverse Probleme, in der Medizin unter dem Begriff Diagnostik bekannt. Diesem Brief lege ich die Ausarbeitung des Vortrages vom 20. Februar 2003 bei. Er ist zu finden in www.ekkehard-friebe.de (Literatur) und www.interdis-wis.de (Links). Sein Titel lautet

Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften,
der Technik und der Medizin.

Meine Publikationen zu den inversen Problemen in den letzten 10 Jahren, auch zur Medizin, findet man in der Homepage (227 Seiten)
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage .

Nun zu meiner Krankheitsgeschichte. Anfang Mai 1945 führten uns (junge Soldaten) erfahrene Offiziere über die Elbe in amerikanische Gefangenschaft, um nicht mit den sowjetischen Truppen in Kontakt zu kommen. Ca. 100.000 Soldaten mußten bis Mitte Juli unter freiem Himmel auf dem Erdboden schlafen. Danach wurden wir, als Sachsen-Anhalt und Thüringen gegen Westberlin ausgetauscht wurde und die sowjetische Armee dorthin kam, in die Gegend von Hamburg gebracht. Hier hatten wir bei Bauern normale Lebensbedingungen. Am 15. September 1945 wurde ich zu Verwandten nach München entlassen. Von dort aus kam ich im Dezember 1945 zurück nach Dresden. Auf der Fahrt von Hamburg nach München mußte ich einmal austreten. Dabei begann beim Stuhlgang mein After zu bluten. Große Schmerzen waren dabei vorhanden. Die Schmerzen ließen nach ca. 3 Monaten nach, da sich der Körper vermutlich daran gewöhnt hatte. Ich nahm an, daß die Ursache Hämorrhoiden sind. Bei Besuchen von Restaurants nach 1945 mußte ich häufiger Austreten als meine Freunde. Die Blutungen nahmen immer mehr zu, ab 1976 war das eine wirklich chaotische Situation. Während einer Kur in Kneippkurbad Bergießhübel (bei Dresden) im Jahre 1962 stellte ein Arzt Unregelmäßigkeiten an meiner Wirbelsäule fest. Daraufhin wurde eine Röntgenaufnahme von der Wirbelsäule gemacht. Die Antwort war: Ihre Wirbelsäule ist 10 Jahre zu alt. Damals bemerkte ich schon, daß die Blase etwas unter Druck stand. Jetzt ist mir klar, daß der Stoffwechsel in den Nieren gestört war. Bei einer weiteren Kur in Berggießhübel im Jahre 1976 erzählte ich meine Situation dem Arzt. Daraufhin bekam ich Teerbäder. Außerdem wurde Blut in Dresden mit der damaligen High-Tech analysiert. Die Antwort war stets: alles in bester Ordnung. Kein Arzt wollte während der Zeit von 1945 - 1982 etwas von meinen körperlichen Problemen wissen. Und dabei handelte es sich um eine ganz einfache Routinekrankheit der Urologie: zu enge Harnröhre wegen einer Vergrößerung der Prostata nach Innen. Für eine richtige Diagnose meiner Krankheit benötigt man keine High-Tech., sondern nur praktische Erfahrungen. 1981 begann die Blase nachts auszulaufen. Ein Besuch der Urologe der Universität Halle erbrachte ohne Untersuchung: psychisch krank. Im Sommer 1982 war mein Kreislauf zusammengebrochen, eine Art Niereninsuffienz. Anfang September stand auf Grund von Untersuchungen der 2. Klinik für Innere Medizin der Universität Halle die Diagnose fest. Aber erst am 31. Oktober kam ich in die Urologische Klinik. Ein Katheder in der Blase und späterer Operation befreite mich von dem 37jährigen Leiden. Nach dem Katheder in der Blase traten die Blutungen am After niemals wieder auf. Auch vorher hatte man keine Kontrolle des Darms vorgenommen. Ein Professor für Urologie in Berlin sagte mir 1993, daß in der Medizin solche Dinge nicht vorkommen dürften, da die dazugehörige Diagnostik die Erkennung des Leidens mit einfachen Mitteln sofort ermöglicht. In meinem Fall sind durch Bakterien ca. 50% der Nierenzellen zerstört worden.

Meine Krankheitsgeschichte zeigt die Probleme der medizinischen Diagnostik. Wir haben auf dem Gebiet der Medizin hervorragende Ergebnisse erzielt, aber der Bezug zum komplexen System menschlicher Körper ist bei den meisten Ärzten verlorengegangen. Schuld daran sind nicht allein die Ärzte, sondern die Physiker haben den Bezug zur Realität komplexer Systeme weitgehend verloren.

Sie finden zu diesem Problem auch Bemerkungen im Buch des Physikers Prof. M. Lambeck (TU Berlin), Irrt die Physik? Beck München (Oktober 2003). Die Natur ist wesentlich komplizierter als die meisten Physiker es uns lehren. Hier sind grundsätzliche Veränderungen zu Gunsten **praxis cum theoria** notwendig. Das bedeutet einen Umbau der medizinischen Ausbildung. Ich habe einigen Kollegen

manchmal geschrieben, daß die Weltwissenschaft dankbar sein kann, daß man mich in Halle fast zu Tode gequält hatte. Dadurch bin ich zu diesen Ergebnissen gekommen.

Mit den besten Grüßen

Ihr

40.

Gottfried Anger
Bemerkungen "Zur ökologischen Transformation"

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Whg. 11/09

D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Herrn
Dr. Gert Blumenthal
Salzmannstr. 31
10319 Berlin

Berlin, den 8.10.2004

Sehr geehrter Herr Dr. Blumenthal,,

mit großem Interesse habe ich den Beitrag

Gert Blumenthal und Dietrich Spänkuch:
Stellungnahme "Zur ökologischen Transformation",

den man auch im Internet findet, gelesen. Dem Inhalt kann ich voll zustimmen. Der Physiker Joachim Bublath brachte am Mittwoch, den 6.10.2004 im ZDF von 22.15 - 22.45 Uhr, in der Sendung "Die Katastrophe: Black out" einen ausführlichen Bericht über unsere Energieprobleme. Dabei gab es auch eine weitgehende Einschätzung der Möglichkeiten der Nutzung der Regenerativenergien, die nur zu einem gewissen Grad die bisherige Gewinnung der Energien mittels fossiler Rohstoffe ersetzen können. Nach meinen Informationen aus Karlsruhe enthält der obere Rheingraben, der vulkanischem Ursprungs ist, überdurchschnittlich viel Erdwärme, womit man für eine sehr lange Zeit den Energiebedarf der Bundesrepublik Deutschland voll decken kann. Anstelle im Rheingraben das Tiefenbohrloch niederzubringen, hat man es im geologisch uninteressanten Gebiet der Oberpfalz getan (Einfluß von Franz Josef Strauß, Unkosten für das Bohrloch ca. 550 Millionen DM). Geologen hatten vorher auf diese Situation hingewiesen. Die Fehlentscheidungen von Politikern führen zu überdurchschnittlich großen materiellen Verlusten.

In meinem Berufsleben habe ich zuerst Grundlagenforschung im Sinn der französischen Mathematiker betrieben (1952 - 1970), danach angewandte Mathematik im Sinn der russischen Mathematiker (1970 - 2004). Von den russischen

Mathematikern (Moskau, Novosibirsk) kamen erste wichtige Untersuchungen zu inversen Problemen, in Medizin und Technik unter dem Begriff Diagnostik bekannt. Dabei beziehen sich die inversen Probleme der mathematischen Physik vor allem auf die Leistungsfähigkeit von Meßwerten bezüglich physikalischer Felder (Gravitationsfeld, elektrodynamische Felder usw.). In einem gewissen Sinn konnte die Leistungsfähigkeit mathematischer Modelle geklärt werden (siehe obige Homepages). **Jedes System der Natur besitzt eine komplexe Struktur, daher praxis cum theoria.** Die meisten mathematischen Modelle der Physik wurden kaum auf ihre Leistungsfähigkeit hin untersucht, woraus schwerwiegende Fehler beim Gebrauch von Meßwerten vorkommen. Es sind die Grundgesetze der messenden Physik für die komplexen Systeme der Natur (Geophysik, Astrophysik, Ökologie, Biologie, Medizin usw.) kaum bekannt. Wir haben wirklich tiefliegende Veränderungen im Gebrauch der Naturwissenschaften zugunsten praxis cum theoria vorzunehmen. Sie gehen in Ihrem Bericht ausführlich darauf ein.

Die biologischen Systeme der Natur haben sich im Verlauf von vielen Millionen Jahren entwickelt. Tote biologische Systeme werden von Mikroorganismen vollständig entsorgt. Der moderne Mensch kippt seine Industrieprodukte einfach in die Natur, woraus schwerwiegende negative Veränderungen erfolgen. Das kann eines Tages zur Unbewohnbarkeit der Erde führen. Fast alle Menschen interessieren sich nicht für solche Fragen, sondern haben nur eigene Interessen.

Wie Sie sehen, stimme ich mit Ihren Bericht vollständig überein.

Mit freundlichen Grüßen Ihr Gottfried Anger.

p.s. Man vergleiche auch das Buch Jared Diamond, *Kollaps - Warum Gesellschaften überleben oder untergehen,* S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 2005

41.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Herrn
Prof. Dr. Peter T. Sawicki
Institut für Qualität und Wirtschaftlichkeit im Gesundheitswesen
Dillenburger Straße 27
51105 Köln

Berlin, den 31.5.2005

Sehr geehrter Herr Prof. Sawicki,

am 23.5.05 machte die ARD-Sendung *plusminus* auf das neu gegründete Institut für Qualität und Wirtschaftlichkeit im Gesundheitswesen und ihren Direktor aufmerksam. Mit großem Interesse habe ich Ihre Ausführungen verfolgt, Auch las ich die Ausführungen im Internet. Darin findet man die folgenden Bemerkungen zu DMPs und "Evidenz":

> Disease-Management-Programme haben zum Ziel, die Verbesserung der Versorgung von chronisch Kranken zu erreichen - einerseits durch eine eindeutige, konkrete, objektive und praxisrelevante Information der Ärzte und Patienten und anderseits durch eine Strukturierung und Steuerung der praktischen medizinischen Abläufe. Die dabei benutzte wissenschaftliche Methode, nach der die Inhalte der DMPs festgelegt werden - unter Einbindung der Berufserfahrung der Ärzte und der subjektiven Sicht der Patienten - ist die "praktische Evidenzbasierte Medizin - EbM".

Ich kann diesen Ausführungen nur zustimmen. Leider werden den meisten Medizinstudenten praktische Erfahrungen zu wenig vermittelt. Als Mathematiker habe ich mich 35 Jahre mit inversen Problemen beschäftigt, die die Leistungsfähigkeit von Meßwerten untersuchen. In der Medizin beruht die Diagnostik zum großen Teil auf den Ergebnissen inverser Probleme.

Hervorragende Ärzte verlassen sich zum großen Teil auf praktische Erfahrungen. Man findet einige Ausführungen dazu (von dem Neurologen Prof. Gerald Ulrich (FU Berlin), dem amerikanischen Kardiologen Prof. Bernard Lown, dem Arzt und Philosophen Dr. Hans Kaegelmann und dem Arzt Prof. Dietrich Grönemeyer) in meiner Arbeit (Anlage 2)

Die Komplexität der Natur und ihre Interpretation.

In meiner Arbeit (Anlage 5)

Zur Leistungsfähigkeit der messenden Physik in den Naturwissenschaften,
der Technik und der Medizin

wird besonders auf die Notwendigkeit der praktischen Erfahrungen hingewiesen. Es hat sich herausgestellt, daß für die komplexen Systeme der (offenen) Natur keine Systemtheorie möglich ist, was weitreichende Folgen für die Wissenschaft hat.

Seit März 1990 mache ich die Bundesregierung auf die sensationell großen Lücken der Wissenschaften aufmerksam (Anlagen 11, 14, 16, 17, 19, 20, 21). Man findet weitere Briefe an führende Wissenschaftler in meiner Homepage

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage .

Insgesamt habe ich ca. 60 Briefe an Politiker und Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen geschrieben. Die Probleme der Naturwissenschaften sind also überall bekannt. Bisher hat sich kein einziger gerührt und Konsequenzen aus den vielen elementaren Fehlern gezogen. Die Korrekturen sind oft sehr einfach, indem den praktischen Erfahrungen größere Aufmerksamkeit geschenkt wird. Dabei lassen sich viele Milliarden Euro jährlich einsparen und das Verhältnis zu den Patienten wird wesentlich verbessert. Vor allem spielt in der Medizin die Anamnese die zentrale Rolle.

Ich hoffe, daß meine Ausführungen bei Ihnen auf Interesse stoßen werden. Meine wissenschaftlichen Arbeiten habe ich mit dem Neurologen Prof. Gerald Ulrich (Analgen 7,8) durchgesprochen. Wir kennen uns seit 1996 und haben viel über Fragen der medizinischen Diagnostik diskutiert. Er hatte die Fehler beim EEG bemerkt und machte darauf aufmerksam. Er sollte daher von der FU Berlin entlassen werden. Wegen meiner weitreichenden Analyse der Leistungsfähigkeit der messenden Physik sollte ich ebenfalls 1982 an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg entlassen werden, obwohl meine Ergebnisse mathematisch einwandfrei waren. Kritische Bemerkungen sind an den Universitäten nicht erwünscht.

Es gibt jetzt sehr kritische Bemerkungen zur Leistungsfähigkeit der Physik. In Anlage 5 findet man auf Seite 9 die sehr scharfen Bemerkungen von Prof. H. Stumpf (Tübingen). Im Internet sind weiterhin sehr kritische Bemerkungen zur Physik zu finden in www.ekkehard-friebe.de , www.neundorf.de , www.bourbaki.de und www.wissenschaft-unzensiert.de .

Wir haben wirklich zum Teil radikale Veränderungen in den Wissenschaften zugunsten praxis cum theoria vorzunehmen. Hoffentlich greift die Bundesregierung diese Dinge auf.

Mit den besten Grüßen Ihr

42. Brief an G. Anger vom 8. März 2004

(Abschrift)

Prof. Dr. T. Riedrich
Heubnerstrasse 6
D-01309 Dresden

Herrn
Prof. Dr. habil. Gottfried A n g e r
Rathausstr. 13
10178 Berlin

Dresden, den 08.03.2004

Lieber Herr Anger,

haben Sie recht herzlichen Dank für Ihren informativen Brief vom 09.02.04 und die beigefügten Arbeiten.

Auf unserem Absolventen- bzw. Studienjahrestreffen im September des vorigen Jahres, auf dem Sie ja leider nicht teilnehmen konnten (Rügen-Urlaub), wurde einhellig zum Ausdruck gebracht, daß wir Ihnen Entscheidendes und Prägendes in unserer Ausbildung , dem Mathematik-Studium verdanken, was sich ein langes Berufsleben lang in vielfältiger Weise auszahlte (und noch weiter wirkt).

Für mich ist die Analysis nach wie vor ein Hauptgegenstand meiner Tätigkeit, natürlich aber zum größeren Teil in zurückgezogener privater Form. Meine Honorartätigkeit für das Fernstudium von Bauingenieuren habe ich im vergangenen Jahr beendet (der Beginn meines Ruhestandes war 03/2000) und mein bis dahin genutztes Dienstzimmer zurückgegeben.

Diesem Brief lege ich eine Seite des hiesigen Universitätsjournals mit der Ankündigung der GAMM-Tagung bei, die offensichtlich mehr von der Fakultät Maschinenwesen als von der Fachrichtung Mathematik getragen wird. An dieser Tagung nehme ich nicht teil (kein GAMM-Mitglied), aber ich bin am 23.3. an der TU und werde versuchen, Sie im Foyer des Hörsaal-Zentrums, HSZ Bergstraße 64 mit Audimax, am Vormittag bzw. mittags zu treffen.

Mit nochmaligem Dank für Ihren Brief und den besten Wünschen für Sie, bis dahin mit herzlichen Grüßen

Ihr gez. T. Riedrich.

Anmerkung von G. Anger: Aus dem Studienjahr Mathematik (1953 - 1958) sind acht Hochschullehrer hervorgegangen.

43.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Wg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Herrn
Dr. Hans Kaegelmann
Hurster Str. 2
Postfach 1168
51556 Windeck/Sieg

Berlin, den 18.8.2005

Sehr geehrter Herr Dr. Kaegelmann,

ich bedanke mich vielmals für die letzten beiden Briefe. Zur ordentlichen Mitgliederversammlung am 12.11. werde ich nicht kommen, da wir zu einem Klassentreffen in Dresden sind und meine Frau vorher in einem Thermalbad im Isergebirge sein wird. Trotzdem wünsche ich der Veranstaltung viel Erfolg. Sie haben sehr viel zur Aufarbeitung der Problematik in den Naturwissenschaften und der Medizin beigetragen. Nur glaube ich nicht daran, daß sich in nächster Zeit viel zum Positiven verändern wird. Fast alle Wissenschaftler kennen kaum die zentralen Fragen der Naturwissenschaften.

Die Universitäten beschäftigen sich kaum mit der Komplexität der Natur und kennen vor allem nicht die Grundregeln für den Umgang mit komplexen Systemen. Jeder Wissenschaftler studiert nur ein kleines Teilproblem. Gespräche zwischen den Wissenschaftlern finden kaum statt. Dadurch entstehen in der Medizin so viele Fehldiagnosen mit tödlichen Ausgang. Erfahrene Praktiker (Mediziner) arbeiten im allgemeinen einwandfrei. Aber niemand will das wissen

Nun noch einige geschichtliche Bemerkungen zu meiner Entwicklung auf dem Gebiet der messenden Physik (inverse Probleme). Nach dem Studium der Mathematik und Elektronik an der TU Dresden (1957 - 1951) habe ich mich 20 Jahre sehr intensiv mit der Grundlagenforschung der modernen Mathematik auseinandergesetzt. Meine Doktorarbeit von 1957 brachte ein Stipendium der Universität Paris (Institut H. Poincaré) ein. Darin waren die Grundlagen für die natürlichen Beziehungen zwischen klassischer Physik und moderner Mathematik gelegt. So konnte ich ab 1972 mich mit den fast unlösbaren inversen Problemen beschäftigen. In meinem Buch von 1990 sind die Ergebnisse aufgeschrieben. Jedes System der Natur besitzt eine komplexe

Struktur, die mathematisch nicht voll beschrieben werden kann. Daher gilt für die Systeme der offenen Natur nur **praxis cum theoria**.

Die Zusammenarbeit mit den Geophysikalischen Instituten in Potsdam ergab sich folgendermaßen. In September 1972 besuchte ich in Brünn die Tagung *equadiff*. Der bereits emeritierte Professor des Geomagnetischen Institutes Potsdam, Prof. Gerhard Fanselau (1904 - 1982), erfuhr von seinem Schwiegersohn (Chemiker), daß ich in Brünn über inverse Probleme vorgetragen hatte. Daraufhin schrieb er mich an. Nach 1923 studierte Prof. Fanselau an der Humboldt-Universität Berlin Mathematik und Physik. Zu dieser Zeit hatte Berlin auf diesen Gebieten hervorragende Wissenschaftler. Unter anderem hörte Prof. Fanselau Vorlesungen bei Max Planck, dem Schöpfer der Quantenphysik. Prof. Fanselau war so zentralen Fragen der Physik aufgeschlossen, was heute für die meisten Physiker und Mathematiker nicht gilt. Das Geomagnetische Institut war ab 1970 ein Teil des Zentralinstitutes für Physik der Erde, dessen späterer Direktor Prof. Heinz Kautzleben (Schüler von Prof. Fanselau) den theoretischen Fragen der Geophysik sehr aufgeschlossen war. Das Zentralinstitut für Physik der Erde wurde 1993 in Geoforschungszentrum Potsdam umbenannt. Die neuen Wissenschaftler in Leitungsfunktionen kamen alle aus den alten Bundesländern.

Von 1973 bis 1979 trafen sich Mathematiker und Physiker aus Potsdam, Freiberg (Sachsen), Halle, Berlin, Chemnitz und Dresden jährlich zweimal zu eintägigen Kolloquien. 1978 organisierte Prof. Rolf Rösler eine 14-tägige internationale Sommerschule in Freiberg. Die Ausarbeitungen dieser Sommerschule wurden 1980 unter dem Titel *Die moderne Potentialtheorie als Grundlage des inversen Problems in der Geophysik*, Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft 45, veröffentlicht. 1979 fand an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg die internationale Tagung *Inverse and Improperly posed Problems* statt. Prof. Fanselau nahm an diesen Veranstaltungen immer teil.

Die alten Bundesländer haben sich mit den zentralen Fragen der Physik und Medizin kaum auseinandergesetzt. Physiker hören eine 2-jährige einführende Vorlesung über höhere Mathematik. Diese Ergebnisse reichen kaum aus, um die Grundgesetze der Physik sinnvoll zu formulieren, geschweige denn zu lösen. Bemerkungen über die Problematik der Physik findet man bei Wolfgang Neundorf (Cottbus) in www.neundorf.de , bei Ekkehard Friebe (München) in www.ekkehard-friebe.de und bei G. Bourbaki (München) in www.bourbaki.de .Nach G. Bourbaki gibt es keine hervorragenden theoretischen Physiker. Vor einigen Tagen erfuhr ich aus Potsdam, daß der neue Leiter des Bereiches Magnetic die Ergebnisse über inverse Probleme für unwichtig hält. Das ist eine der Situationen in der Bundesrepublik Deutschland. Wie soll das weitergehen?

Für fachliche Diskussionen stehe ich natürlich jederzeit zur Verfügung.

Mit den besten Wünschen

Ihr

44.

Brief an den Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstr. 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 030/2411779
email: GottfriedAnger@aol.com
homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage/inverse.doc
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Präsident
der Deutschen Forschungsgemeinschaft
Prof. Dr. Ernst-Ludwig Winnacker
Kennedyallee 40
53175 Bonn Bad Godesberg

Berlin, den 28.1.2006

Sehr geehrter Herr Präsident,

mit großem Interesse habe ich in der Berliner Zeitung DER TAGESSPIEGEL vom 20. Januar 2005 Ihren Artikel

Kampf um die Krone
Junge Forscher fordern, Fächergrenzen sprengen:
Wie die Universitäten im Elite-Wettbewerb gewinnen wollen

gelesen. Er zeigt deutlich die Probleme unserer Universitäten und die Organisation der Wissenschaften in der Bundesrepublik Deutschland.

In jedem Land der Welt mit guter Ausbildung setzt sich die Qualität der Menschen ungefähr gleichmäßig zusammen. Die Ingenieure in Deutschland hatten früher aufgrund ihrer langen Tradition international große Anerkennung. So sagte mir der deutsche Mathematiker Prof. K.-O. Friedrichs (1901 - 1982), der Deutschland wegen politischer Problem seiner Frau 1937 verlassen mußte, bei seinen Besuchen in Berlin im Jahre 1969 und 1975: Die deutschen Ingenieure sind in den USA mit offenen Händen empfangen worden. Unsere Wissenschaften waren bis 1933 in der Welt führend. Wir haben aber nach 1945 diesen Zustand nicht mehr erreicht. Viele deutsche Nobelpreisträger studierten in Deutschland, gingen aber später in die USA wegen der besseren Arbeitsbedingungen. Außerdem gibt es an einigen Stellen der USA eine interdisziplinäre Zusammenarbeit, die dringend notwendig ist, um die komplexen Fragen der Natur studieren zu können. Um wieder international mitreden zu können, müssen wir in der Bundesrepublik Deutschland an einigen Stellen wesentliche Veränderungen vornehmen. Das betrifft vor allem das Verhältnis Theorie - Praxis. Die naturwissenschaftlichen Ergebnisse sind teilweise viel zu schwach, um sinnvolle Aussagen bezüglich der komplexen Systeme der Natur, speziell in der

Medizin, machen zu können. Es gilt stets **praxis cum theoria**. Man findet alles in meiner Homepage (278 Seiten)

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage

und in der gemeinsamen Homepage

www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Die beiliegende Arbeit

Die Komplexität der Natur und ihre Interpretation

enthält meine wichtigsten Aussagen in Kurzfassung..

Der Bundespräsident Prof. Horst Köhler und die Bundeskanzlerin Dr. Angela Merkel haben in ihrer Weihnachtsansprache bzw. Neujahrsansprache auf die großen Probleme in Wissenschaft und Wirtschaft aufmerksam gemacht. Wir haben unseren Arbeitsstil wesentlich zu korrigieren, um uns international wieder wettbewerbsfähig zu machen. Die große Anzahl von Arbeitslosen ist eine Ursache unseres nicht günstigen Arbeitsstils. In den nächsten Jahren drängen China und Indien mit ca. 2,5 Milliarden Menschen auf den Weltmarkt. Beide Nationen sind alte Kulturnationen, die bei richtiger Organisation sehr viel leisten und uns vom Weltmarkt verdrängen können.

Ich habe seit 1990 ca. 60 Briefe an Politiker und Wissenschaftler in hohen Leistungsfunktionen geschrieben. Es gab aber keinerlei Reaktionen auf meine Briefe. Mein Briefwechsel von 1953 bis 1993 (17 Ordner) befindet sich im Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften. Wir betreiben unsere Wissenschaften wie vor ca. 50 Jahren. Das betrifft vor allem die Mathematik und die theoretische Physik. Von 1985 bis 1994 habe ich dem Direktor des Max-Planck-Institutes für Mathematik in Bonn, Prof. F. Hirzebruch, mehrfach auf die anstehenden Probleme aufmerksam gemacht. Weiter weiß der angewandte Mathematiker Prof. K.-H. Hoffmann, TU München, voll über die anstehenden mathematischen Probleme Bescheid. Aber prinzipielle Probleme, von deren Lösung die Zukunft unseres Landes abhängen kann, interessiert in der Bundesrepublik Deutschland fast niemanden. Das ist der Zustand unserer Wissenschaften. Der Bundespräsident und die Bundeskanzlerin haben vollkommen recht. Wir bilden unsere Studenten sehr einseitig aus und machen nicht auf die Komplexität der Probleme der Natur aufmerksam. Viele Absolventen scheitern daher in der Praxis. Da den Ärzten nicht die Grundgesetze komplexer Systeme gelehrt werden, gibt es in der Medizin viele Fehldiagnosen mit Todesfolge. Aufgrund unseres naturwissenschaftlichen Wissens sind diese Dinge nicht notwendig. Aber die Universitäten weigern sich darüber zu sprechen. Die Situation ist mehr als schlimm.

Noch eine Bemerkung bezüglich kommender Probleme mit unserem Lebensraum der Natur (die Biosphäre). Da wir alle von der Industrie erzeugten Produkte später einfach in die Natur kippen, wird die Erde einmal nicht mehr bewohnbar sein. Auf diese Dinge macht der Direktor des Potsdamer Institutes für Klimafolgenforschung, Prof. Dr. Schellnhuber, immer wieder aufmerksam. Hier gibt es für die Politiker zentrale Fragen zu lösen. Solche Fragen sind vielleicht die zentralen Fragen der Zukunft. Die Politiker ahnen nicht, welche verheerenden Folgen auf unser Land in den nächsten Jahren zukommen.

Sie finden viele Einzelheiten in den beiliegenden Arbeiten beschrieben und in der obigen Homepage..

Vielleicht sind diese Ausführungen für Sie von Interesse. Für Rückfragen stehe ich jederzeit zur Verfügung.

Mit freundlichen Grüßen Ihr

13 Anlagen

45.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
eMail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Bundespräsident
Prof. Dr. Horst Köhler
Schloss Bellevue
Spreeweg 1
10557 Berlin

Berlin, den 26.9.2006

Sehr verehrter Herr Prof. Köhler,

mit großem Interesse habe ich Ihre ‚Berliner Rede' in einer Hauptschule im Stadtteil Berlin-Neukölln wahrgenommen. In unserem Land sind wirklich große Veränderungen vorzunehmen, um wirtschaftlich im internationalen Maßstab konkurrenzfähig zu sein. Das betrifft vor allem Bildung und Forschung. Seit dem Ende meines Studiums im Jahre 1951 beschäftige ich mich mit der mathematischen Physik. Vor allem Fragen der Geophysik und später der medizinischen Diagnostik waren seit 1970 meine zentralen Aufgabenstellungen. Als Siebzehnjähriger kam ich Anfang Mai 1945 in amerikanische Kriegsgefangenschaft. Südwestlich von Magdeburg, glücklicherweise nicht in russische Kriegsgefangenschaft. Wir mussten 10 Wochen lang auf dem Erdboden schlafen, wodurch ich mir die Blase erkältet hatte, was mir 37 Jahre lang Probleme mit meinem Körper machte, aber keiner der Ärzte wollte etwas von dieser Routinekrankheit wissen. 1982 war ich fast daran gestorben (Anlage 11). Das ist der Grund, warum ich mich mit der Medizin so intensiv auseinander gesetzt habe. Wir haben wegen der Komplexität der Natur die Medizin zugunsten **praxis cum theoria** vollständig umzubauen. **Davon wollen aber fast alle Physiker und Mediziner nichts wissen**, da die Universitäten auf dem Gebiet der Medizin viel zu stark die Teilprobleme der Naturwissenschaften betonen (Anlage 1). Und diese Wissenschaften sind wichtig, aber der Messwerte oft viel zu schwach, um allein Entscheidungen in der medizinischen Diagnostik herbeizuführen. Ca. 10% der Todesfälle gehen jährlich zu Lasten von Fehldiagnosen, das sind 100.000 Bürger in Deutschland (Anlage 5). Und diese Fehldiagnosen sind nicht notwendig, wenn der Arzt anfangs eine richtige Anamnese erstellt. Nach dem amerikanischen Kardiologen Bernard Lown können fünfundsiebzig Prozent der Informationen, die zu einer korrekten Diagnose führen, von einer Anamnese gewonnen werden, zehn Prozent von der körperlichen Untersuchung, fünf Prozent von einfachen Routinetests und fünf Prozent von all den teuren nicht

invasiven Prozeduren. In fünf Prozent gibt es keine Antwort. Man findet diese Bemerkungen in dem Buch

Bernard Lown, Die verlorene Kunst des Heilens – Anleitung zum Umdenken.
Schattauer Verlag, Stuttgart 2002.

Ähnliche Aussagen stammen von dem Münchner Internisten

H. Buchborn, Mustererkennung in der klinischen Diagnostik
Nova Acta Leopoldina NF 76, (15), 281 – 317.

Bei einer richtigen Anwendung der Ergebnisse von B. Lown und meiner Ergebnisse lassen sich in der Bundesrepublik Deutschland **sicherlich jährlich 20 Milliarden Euro einsparen.** Außerdem begehen die Ärzte wegen der vielen nicht notwendigen Fehler oft strafbare Handlungen an den Menschen. Alles ist bei einer richtigen Ausbildung der Ärzte an den Universitäten **nicht notwendig.** Die Bundesrepublik Deutschland arbeitet zum Teil noch wie vor 50 Jahren. Soll das unsere Zukunft sein? Schuld an diesen Dingen ist das Verhältnis Mathematik – Physik, welches für die zentralen Fragen der Anwendungen nicht aufgearbeitet wurde.

Vom wissenschaftlichen Standpunkt aus habe ich große Bedenken bezüglich der Zukunft der Bundesrepublik Deutschland, da sich in den letzten Jahrzehnten fast nur das Mittelmaß durchgesetzt hat. Man findet alles in dem Buch

Albrecht Müller, Machtwahn – Wie eine mittelmäßige Führungselite uns zugrunde richtet. Droemer Verlag, München 2005.

A, Müller war seit Willy Brand im Kanzleramt an führender Stelle tätig. Seit 1990 habe ich ca. 80 Briefe an Politiker und Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen geschrieben. Es wissen also alle wichtigen Personen über unsere Probleme Bescheid. Aber keiner hat sich dazu geäußert.
0
Unter anderem ist aus wissenschaftlichen Gründen eine Verschiebung der Gesundheitsreform dringend notwendig. Es sind unter anderem die logischen Strukturen komplexer Systeme zu klären und zu lehren. Hinzu kommen natürlich Fragen der Organisation medizinischer Dienste.

Die Konsequenzen aus meinen Ergebnissen werden die Anwendungen der Naturwissenschaften für die Probleme der offenen Natur zugunsten praktischer Erfahrungen wesentlich reduzieren!! Zu diesen Ergebnissen hätten die Physiker eigentlich selbst kommen müssen. Die Mathematik dazu ist aber überdurchschnittlich arbeitsintensiv. Ich habe dazu immerhin 50 Jahre benötigt, um die weitreichenden Fakten aufzuschreiben. **Unsere Universitäten sind auf dem Gebiet des Verhältnisses Theorie – Praxis in vielen Fällen umzubauen!!** Die Bundesrepublik Deutschland sollte diese Dinge sehr ernst nehmen. Im Jahre 1984 unterhielt ich mich an der Universität Halle mit dem Ordinarius für Strafrecht, Prof. Dr. H. Hinderer, wegen obiger Probleme. Er sagte mir, wenn ein Vorgesetzter auf solche Probleme aufmerksam gemacht wird ist er verpflichtet, Gutachten einzuholen und danach die Fehler abzustellen. Bisher ist aber nichts geschehen!!

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Prof. Dr. Gottfried Anger

46.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Rektor der Technischen Universität Dresden
Herrn Prof. Dr. Hermann Kokenge
Mommsenstrasse 11
01062 Dresden

Berlin, 12.9.2007

Magnifizenz,

ich möchte Sie auf dringend notwendige Veränderungen im Verhältnis **Theorie – Praxis** aufmerksam machen. Das betrifft vor allem den Gebrauch naturwissenschaftlicher Methoden in Medizin und Biologie, speziell den Gebrauch von Messwerten physikalischer Felder. Da wir es in der Natur im allgemeinen mit komplexen Systemen zu tun haben und Messwerte ein komplexes System niemals voll charakterisieren können, gibt es in der Medizin viele Fehldiagnosen, die oft zum Tode führen (Anlage 1). Naturwissenschaftlern und Medizinern werden die Grundgesetze komplexer Systeme kaum gelehrt. Für mich ist diese Tatsache mehr als deprimierend, obwohl am Anfang relativ einfache Grundgesetze für komplexe Systeme stehen. Nur muss der Mensch Abstand nehmen, die Natur und das Universum weitgehend erklären zu wollen. Das geht nicht einmal für unseren Körper, dessen Komplexität niemals voll beschrieben werden kann!!

Zur Information lege ich meine letzte Arbeit

(1) *Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft*,

die in den Sitzungsberichten der Leibniz- Sozietät Berlin erscheinen wird, diesem Brief bei. Die Konsequenzen daraus sind überdurchschnittlich groß und werden den Gebrauch naturwissenschaftlicher Methoden wesentlich zugunsten **praxis cum theoria** verändern (siehe auch meine Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage). Als Absolvent der TU Dresden auf dem Gebiet der Mathematik im Jahre 1951 habe ich immerhin 55 Jahre intensiver wissenschaftlicher Arbeit benötigt, um diese Arbeit schreiben zu können. Und dabei sind die darin behandelten Probleme die Aufgabenstellungen, die unsere Absolventen nach ihrem Studium in Industrie und Forschungsinstituten vorfinden! Daher scheitert ein großer Teil der Wissenschaftler in den Anwendungen. Günstiger sieht es in den Ingenieurwissenschaften aus, wo man bekannte Teilsysteme zusammensetzt.

Genau vor 50 Jahren habe ich meine Doktorarbeit

Stetige Potentiale und deren Verwendung für einen Neuaufbau der Potentialtheorie

an der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der TU Dresden verteidigt (Urkunde vom 23. Dezember 1957). Mir war die natürliche Kopplung zwischen moderner Mathematik und Physik gelungen. Ich verwendete die leistungsfähigsten Methoden der Mathematik für die Physik (Gravitationsfeld, elektrische Felder), die nach 1923 entwickelt wurden. Meine Arbeit wurde zur Beurteilung an Prof. M. Brelot von der Universität Paris geschickt. Seine Antwort kam in Februar 1957: Nicht alles neu, aber ausbaufähig. Im Brief wurde mir auch ein Stipendium des CNRS an der Universität Paris zugesprochen, welches ich nach langen schwierigen Diskussionen an der TU Dresden im April 1958 antreten konnte. 1959 erhielt ich ein Angebot von der Universität Würzburg, in Zukunft dort arbeiten zu dürfen. Ich nahm dieses Angebot nicht an, da man von mir in Paris und Würzburg mathematische Wunder erwartete. Ich habe trotz intensiver Arbeit immerhin noch 50 Jahre gebraucht, um mit komplexen Systemen der Natur umgehen zu können. Meine Ergebnisse über komplexe Systeme zeigen die Richtigkeit meiner damaligen Entscheidungen. Nach 1951 waren relativ viele Stellen zu besetzen. Das bot die Möglichkeit, nicht eingefahrene Wege zu gehen. Außerdem konnten unsere Stellen

verlängert werden. Der von mir damals eingeschlagene Weg ist unter den jetzigen Bedingungen kaum möglich, da man in den Anwendungen immer sofort weitreichende Erfolge erbringen muss.

Da 1947 die Lehrstühle für Physik an der TU Dresden nicht besetzt waren, wählte ich als Nebenfach Elektronik bei Prof. Heinrich Barkhausen (1881 – 1957), der als Vater der Mikroelektronik gilt. Jetzt kann ich sagen, dass dieser Schritt für die Anwendungen der bestmögliche war. Er erklärte uns immer wieder, wie man mathematische Modelle bei elektrischen Schaltungen herleitet. Die in den Modellen vorhandenen Materialparameter waren meist bekannt, so dass die mathematischen Rechnungen sinnvolle Ergebnisse lieferten. In den Praktika lernten wir elektrische Felder, speziell von Dipolen kennen. Das war der Grund, dass ich mich später mit dem Gravitationsfeld und elektrischen Feldern beschäftigte. In diesen Feldern findet man tiefliegende lösbare mathematische Aufgabenstellungen (direkte Aufgaben), auch noch in Zukunft. Im Gegensatz dazu weiß man bis jetzt nicht, wie in komplexen biologischen Systemen der Natur inverse Probleme theoretisch zu behandeln sind. Sicherlich wird sich auf diesem Gebiet nicht zu viel theoretisch machen lassen. Derselben Meinung ist der Geodät Prof. Helmut Moritz von der TU Graz, dessen Tochter eine erfahrene Biologin ist.

Im Gegensatz zur Technik, wo viele Fakten bezüglich der Teilsysteme bekannt sind, hat man in den Naturwissenschaften oft Messwerte von unbekannter Materie (zum Beispiel in Geophysik und Medizin) zu interpretieren, um innere Materialparameter bestimmen zu können. Das ist wegen der Komplexität der Natur vollkommen anders als in der Technik. Wie bereits oben erwähnt, haben unsere Absolventen meist die Leistungsfähigkeit von Informationen physikalischer Systeme der offenen Natur zu interpretieren. Und dabei haben die jungen Wissenschaftler kaum Kenntnisse auf diesem Gebiet, weder für die Grundlagen der Mathematik als auch in den Anwendungen. Keiner meiner Kollegen (Mathematiker und Physiker) ist bereit, darüber zu sprechen. Man betreibt die theoretischen Untersuchungen in den Anwendungen wie vor 50 – 100 Jahren. Aus diesem Grund werden die Mediziner an den Universitäten nicht richtig ausgebildet.

Nach meiner Zeit als Assistent an der TU Dresden (1952 – 1963) arbeitete ich am Institut für Reine Mathematik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin in Ost-Berlin. Der theoretische Physiker Prof. Hans-Joachim Treder (1928 – 2006) machte mich dort 1967 auf die grundlegenden inversen Probleme der Physik und Medizin aufmerksam. Er hatte in dem Buch von M. M. Lavrentiev (Novosibirsk 1962, englische Übersetzung im Springer-Verlag 1967) *Some Imporperly Posed Problems in Mathematical Physics* solche Aufgabenstellungen gefunden. Durch meine Tagung *Elliptische Differentialgleichungen* in Berlin im Jahre 1969 kam ich bei Gesprächen mit russischen Wissenschaftlern weiter an diese Probleme heran. Ich weilte 1972 drei Monate in Novosibirsk und lernte viele Wissenschaftler auf dem Gebiet der inversen Probleme dort kennen. Dieses kann man als den Beginn meiner Untersuchungen auf dem Gebiet der Anwendungen der Mathematik ansehen.

Meine Berufung an die Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg im Jahre 1972 ermöglichte es mir, die Erfahrungen von Biologen und Medizinern bezüglich komplexer Systeme kennenzulernen. Auf diese Weise wurde ich mit der Diagnostik vertrauter. Man kann praktisch nicht mit Mathematikern und Physikern über die zentralen Fragen der Naturwissenschaften (unseres Lebens) sprechen. Daher gibt es so viele elementare Lücken und Fehler auf dem Gebiet der Diagnostik, wo oft Informationen bezüglich Messwerte zu interpretieren sind.

Meine Ergebnisse über inverse Probleme (Diagnostik) sind während meiner Zeit an der Universität Halle (1972 – 1993) entstanden. Intensiv diskutierte ich mit anderen Kollegen die zentralen Probleme der Naturwissenschaften und Medizin. So veranstaltete ich 1978 gemeinsam mit Prof. Horst Rösler in Freiberg (Sachsen) eine Sommerschule über inverse Probleme, 1979 organisierte ich an der Universität Halle die erste internationale Tagung (zwischen Ost und West) über inverse Probleme. Die Beiträge wurden bereits zur Tagung im Akademie – Verlag Berlin 1979 publiziert. Mein Buch

(2) *Inverse Problems in Differential Equations*

erschien im März 1990 im Akademie-Verlag Berlin und bei Plenum Publishing, London, zum Preis von 30 Dollars. Dieses Buch wurde mehrfach nachgedruckt und kostet jetzt laut Internet 430 Dollars. Im Jahre 1993 organisierte ich mit Kollegen aus Potsdam und Prof. Helmut Moritz (TU Graz) die internationale Tagung

(3) *Inverse Problems: Principles and Applications in Geophysics, Technology and Medicine*

die im Akademie-Verlag Berlin zur Tagung publiziert wurde. Diese Publikation wurde ebenfalls mehrfach nachgedruckt. Wenn man im Internet bei www.google.de meinen Namen „Gottfried Anger“ eingibt, findet man ca. 900 Zitate bezüglich meiner Publikationen in Internet-Buchhandlungen in englischer Sprache, chinesischer Sprache, japanischer Sprache und arabischer Sprache. Eine solche Reaktion hatte ich nicht erwartet. Hieran sieht man, dass ich mich den zentralen Fragen der Naturwissenschaften zugewendet hatte. Aber die Bundesrepublik

Deutschland ist an diesen wichtigen Fragen nicht interessiert. **Unsere Kollegen betreiben die theoretischen Fragen der Naturwissenschaften wie vor 50 – 100 Jahren!!**

Seit 1990 mache ich die Bundesregierung und die Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen auf die geschilderte Situation aufmerksam in mehr als 80 Briefen. Es gibt aber keinerlei Reaktionen darauf.

Mein Weg, die Anwendungen der Physik zuerst auf dem Gebiet der Technik kennenzulernen, war damals der einzige richtige Weg. Da in der Technik viele Fakten bekannt sind, liefern mathematische Untersuchungen sinnvolle Ergebnisse. Hätte ich damals theoretische Probleme der Biologie und Medizin behandeln müssen, wäre ich mit großer Wahrscheinlichkeit gescheitert.

Sie sehen, dass wir im Verhältnis Theorie –Praxis wirklich wesentlich Veränderungen vornehmen müssen. Für Rückfragen stehe ich jederzeit gern zur Verfügung.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr Gottfried Anger.

47.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Bundesministerin
Frau Dr. Annette Schawan
Bundesministerium für Bildung und Forschung
Hannoversche Strasse 28 – 30
10115 Berlin

Berlin, den 12.12.2007

Sehr verehrte Frau Bundesministerin,
die Gesellschaft für Angewandte Mathematik informierte mich, dass das Jahr 2008 als

Jahr der Mathematik

ausgerichtet wird. Die Mathematik zählt zu den ältesten Wissenschaften. Bereits vor 4000 – 5000 Jahren wurden zum Beispiel im vorderen Orient Untersuchungen über spezielle Probleme der Mathematik angestellt. Solche Fragestellungen ergeben sich aus täglichen Problemen der Menschen.

Am 30. November 2007 hatten Sie an der TU Berlin die große **Mathe-Schau** im Rahmen des Sonderforschungsbereiches **Matheon** eröffnet. Diese Veranstaltung gab einen interessanten Überblick über spezielle Probleme der Mathematik, die für die anwesenden Schüler bestimmt von großem Interesse waren. Seit 1952 beschäftige ich mich mit der Mathematik und ihren Anwendungen. Zuerst habe ich 20 Jahre lang reine Mathematik (im Sinne der französischen Mathematiker) betrieben und danach mich Fragen der angewandten Mathematik im Sinne russischer Mathematiker zugewandt. Dabei bin ich auf sensationelle Lücken der Theorie gestoßen, die sich vor allem in der medizinischen Diagnostik sehr negativ auswirken. Physiker und Mathematiker haben fast vergessen, sich mit komplexen Systemen der Natur, speziell mit der Leistungsfähigkeit von physikalischen Feldern, auseinanderzusetzen. In der obigen Veranstaltung fiel kein Wort über unsere zentralen Fragen des Lebens. Die theoretischen Aufgabenstellungen der Physiker und Mathematiker sind diejenigen wie vor 50 Jahren, natürlich weiterentwickelt. **Und dabei spielt sich unser Leben ab in komplexen Systemen, wir selbst sind ein komplexes System und ernähren uns von komplexen Systemen**. Behandelt werden immer nur Teilfragen davon, oft wird nicht richtig auf das Gesamtsystem geschlossen. Für solche komplexe Systeme gilt nur **praxis cum theoria**. Und die praktischen Erfahrungen in der Medizin werden, speziell an den Universitäten, sträflich vernachlässigt!!

Im Mittelalter wandte man sich Fragen der Naturwissenschaften und der Technik zu. Von großer Bedeutung sind die Untersuchungen von Galileo Galilei (Discori 1638) und von Sir Isaac Newton (Principia 1687), der in seinem fundamentalen Werk bereits damals darauf hinwies, dass in der Experimentalphysik nur die Erscheinungsformen (Realität der Natur) und nicht Hypothesen von Bedeutung sind. Die heutige theoretische Physik beruht im Fall der offenen Natur und des Universums (keine Technik) zum großen Teil auf Hypothesen, deren Ergebnisse für die Natur selten nachgewiesen wurden und wegen der Komplexität der

Natur sich meist nicht nachweisen lassen. **Hier sind prinzipielle Veränderungen in Forschung und Lehre notwendig**!! Diskussionen über diese Fragen sind in der Wissenschaft nicht erlaubt und werden seit 1922 vollkommen unterdrückt. Man findet wichtige Bemerkungen dazu im Internet bei www.neundorf.de, www.ekkehard-friebe.de, www.bourbaki.de und meiner Homepage.

Die von Newton und Leibniz um 1700 entwickelte Differential- und Integralrechnung brachte einen großen Fortschritt bei der Beschreibung einzelnen physikalischer Vorgänge. Der englische Physiker James Clark Maxwell (1831 – 1879) beschrieb die elektrodynamischen Prozesse mit Hilfe mathematischer Modelle. Hieraus entwickelten sich weitreichende technische Prozesse, die unter anderem zur heutigen Mikroelektronik führten. Albert Einstein sprengte mit seinen Veröffentlichungen 1905 den engen Rahmen der Newtonschen Ideen. Allerdings war damals die Mathematik für diese tiefliegenden Probleme unterentwickelt. Viele Diskussionen über Einstein haben dieses als Ursache. Jetzt liegt eine hoch entwickelte Mathematik vor, die viele Probleme mit dem Verhältnis Theorie – Praxis klären kann. Allerdings sind die meisten Mathematiker und theoretischen Physiker nur an speziellen Teilfragen interessiert, die wenig Auswirkungen für das Verhältnis Theorie – Praxis haben. Außerdem ist die Erarbeitung der Mathematik für die komplexen Systeme der Natur überdurchschnittlich schwierig und arbeitsintensiv. Hier sind prinzipiell neue Organisationsformen notwendig, für die Ihr Bundesministerium zuständig ist.

Im Jahre 1951 schrieb ich meine Diplomarbeit mit Hilfe einer rein mechanischen Schreibmaschine, die auch einige mathematische Symbole enthielt. Die numerischen Berechnungen wurden damals mit Hilfe von Handrechenmaschinen durchgeführt. Danach entwickelte sich langsam die Mikroelektronik, die jetzt einen perfekten Zustand erreicht hat. So gestattet das Internet einen schnellen Austausch von Informationen weltweit. Hieran erkennt man den großen Fortschritt der Technik. Fast jeder Wissenschaftler beschäftigt sich aber nur mit Teilfragen der Naturwissenschaften. Der Schluss vom Teilsystem auf das komplexe Gesamtsystem wird außerhalb der Technik oft nicht richtig vollzogen. Und dabei sind in der Biologie und der Medizin solche Schlussweisen auf das Gesamtsystem von grundsätzlicher Bedeutung. **Daher gibt es in der Medizin wegen der Unkenntnis der Struktur komplexer Systeme viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang, die nicht notwendig sind, wenn der Schluss auf das Gesamtsystem mit Hilfe praktischer Erfahrungen vollzogen wird**. Von hervorragenden Medizinern, die viele praktische Erfahrungen besitzen, kann man dieses lernen, zum Beispiel von E. Buchborn (München) und B. Lown (USA). Die Universitäten sind bei der Betrachtung komplexer Systeme der offenen Natur vollständig umzubauen zugunsten **praxis cum theoria**. Im Fernsehen wird jetzt laufend auf diese Problematik hingewiesen, zum Beispiel in der Sendung *Visite* (NDR, 27. Nov. 2007, 20.15 Uhr). Aber die Universitäten verweigern jede Diskussion über die Probleme der Physik. (www.ekkehard-friebe.de). In meinem Berufsleben habe ich alles erfahren.

Diesem Brief lege ich die Ausarbeitung meines Vortrages vom 3. Mai 2007

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

vor der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät Berlin bei (Anlage 1). Hier findet man wesentliche Bemerkungen zum Verhältnis Mensch – Natur, speziell zur Biologie und Medizin. Darin sind auch die notwendigen Literaturzitate, z. B. von E. Buchborn und B. Lown, zu finden. In meiner Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage (Anlage 2) sind in den Arbeiten 1 – 6 die Ergebnisse bezüglich des Verhältnisses Mensch – Natur (Leistungsfähigkeit der Naturwissenschaften) und die Probleme mit der theoretischen Physik weitgehend analysiert. Gegenüber der Mikroelektronik sind die Untersuchungen über komplexe Systeme in den letzten Jahrzehnten fast liegengeblieben, eventuell zurückgegangen. Das hat sehr schlimme Folgen für unser Leben und den Umgang mit der Natur.

In dem Brief an den Rektor der TU Dresden (Anlage 3) habe ich meine eigene Entwicklung seit 1951 aufgeschrieben. Die Wissenschaftler (speziell Physiker) haben fast vollkommen vergessen, sich mit komplexen Systemen der Natur auseinanderzusetzen. Wir sind selber ein komplexes System, leben in einem komplexen System und ernähren uns von komplexen Systemen. Diese Fakten sind in den Wissenschaften fast verlorengegangen. So sind viele der in komplexen Systemen vorhanden chemischen Verbindungen uns unbekannt und werden auch weiterhin unbekannt bleiben. Der Schluss von der speziellen Information gelingt meist nur mittels praktischer Erfahrungen. Große Teile des Universums werden uns in Zukunft unbekannt bleiben. Nach Meinung der Physiker wissen wir aber alles über den Urknall und über das Universum. Welch eine Hochstapelei. Wissenschaftler, die auf diese Problematik aufmerksam machen, werden einfach entlassen. Danach können die Physiker weiter ihren Unfug lehren! Ich selbst habe diese Dinge an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 1982 erlebt. In mein Buch *Inverse Problems in Differential Equations*, welches im März 1990 im Akademie-Verlag Berlin und bei Plenum Publishing in London erschien, schrieb ich auf der ersten Seite des Exemplars für die Universitätsbibliothek Halle folgendes: *Es war lebens-gefährlich an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, fast wie vor 350 Jahren, sich mit ungelösten Problemen der Wissenschaft zu beschäftigen.* Wissenschaftler, die die unhaltbaren Dinge in den Naturwissenschaften praktizieren (Verhinderung der Diskussion über die Probleme unseres Lebens), bleiben ungestraft. In der Suchmaschine www.google.de findet man unter den Namen „Gottfried Anger“ ca. 900 Hinweise, unter anderem von Buchhandlungen usw., auch in chinesischer Sprache, japanischer Sprache und arabischer Sprache. Mein obiges Buch wurde 1990 für 30 Dollar verkauft. Es wurde mehrfach nachgedruckt und kostet in Australien jetzt 430 Dollar. Für mein Buch erhielt ich 1990 ca. 1000 DM, für die vielen Nachdrucke kein Geld mehr.

Seit 1990 mache ich die meisten Politiker und Wissenschaftler in hohen Leitungsfunktionen (in mindestens 80 Briefen) auf die vielen Fehler beim Gebrauch von naturwissenschaftlichen Ergebnissen, die in ihrer Gesamtaussage oft sehr schwach sind, aufmerksam (Anlage 4, Anlage 5). Keiner hat sich bisher gerührt. Man findet meinen gesamten Schriftwechsel im Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften und Teile davon in meiner Homepage.

Das Verhältnis Mensch – Natur entwickelt sich wegen der Umweltverschmutzung (Wasser, Boden, Luft) dramatisch. Eigentlich sind diese Dinge schon lange bekannt. Seit 1951 habe ich diese Fakten laufend von Biologen und Chemikern erfahren. Hat die Menschheit wegen der tiefliegenden Probleme mit der Umwelt überhaupt noch eine Zukunft? Seit 1992 gibt es das Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung (PIK), dessen Direktor Prof. Schellenhuber unter anderem die Bundesregierung, den EU-Präsidenten Barosso, den früheren US-Vizepräsi-denten Al Gore und den englischen Prinz Charles berät. In der Berliner Zeitung DER TAGESSPIEGEL vom 1.12.2007 findet man auf der gesamten Seite 3 ein Gespräch mit Prof. Schellenhuber In Zukunft müssen wir wesentliche Korrekturen, auch bei der Auswahl der Forschungsprojekte, vornehmen. Dieses ist eine zentrale Aufgabe für Ihr Bundesministerium. **Meine persönlichen Erfahrungen mit Wissenschaftlern besagen, dass die meisten Wissenschaftler fachlich kaum in der Lage sind, sich umzustellen und auch eine Umstellung wegen der Schwierigkeit der Aufgabenstellungen nicht wollen**. Hier sind wirklich wesentliche Veränderungen notwendig. Die dazu notwendigen Bedingungen muss die Bundesregierung schaffen, vor allem Wissenschaftler berufen, die entsprechenden Kenntnisse haben.

Während meines Lebens habe ich zahlreiche Menschen kennengelernt und deren persönliche und berufliche Entwicklung verfolgt. Die Eltern spielen die zentrale Rolle bei der Entwicklung eines Kindes. Im Elternhaus lernt man wesentliche Dinge (praktische Erfahrungen) bezüglich des Umganges mit dem eigenen Körper, der Natur und die sozialen Strukturen. Auch der Beginn der beruflichen Entwicklung wird dabei mit geprägt. Die Wissenschaften zerlegen die komplexen Strukturen unseres Lebens in viele Teile, fügen diese Teile, auch die sozialen Strukturen, aber oft **nicht sinnvoll zusammen**. Das ist die

Situation unseres augenblicklichen Lebens. Viele aktuelle soziale Probleme beruhen ebenfalls darauf. Man vergleiche hierzu auch das Buch des österreichischen Biologen Rupert Riedl in Anlage 1

Strukturen der Komplexität – Eine Morphologie des Erkennens und Erklärens
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 2000.

Bereits in der Schule muss man die Schüler über das Verhältnis Natur – Mensch informieren. Hierzu gehört auch eine Information über die Entwicklung des menschlichen Körpers während der vergangenen vielen hunderttausend Jahre. Vor 8000 Jahren hat sich unsere Ernährung dramatisch verändert (Anbau von Getreide), eine weitere Veränderung erfolgt seit 100 Jahren (zu viel Zucker und Fett). Aber die chemische Arbeitsweise unseres Körpers ist fast gleich geblieben wie vor 8000 Jahren. Man findet alles in Anlage 1.

Nach dem Zweiten Weltkrieg begann man 1946 mit dem Wiederaufbau des Landes. Dazu wurden viele Menschen benötigt. Das bot die Möglichkeit, dass viele junge Menschen studieren konnten. Auch in den USA war diese Möglichkeit für ehemalige Soldaten vorhanden. In der Menge der Absolventen sind immer einige vorhanden, die überdurchschnittlich arbeitsam sind und dabei hervorragende Ergebnisse vollbringen. Allerdings setzt sich nach meinen persönlichen Erfahrungen oft das Mittelmaß durch, was auch nur Mittelmaß zulässt. Das gilt ganz besonders für das Verhältnis Theorie – Praxis. Die Beschäftigung mit solchen Problemen ist schwierig und wird wegen des hohen Arbeitsaufwandes praktisch nicht gefördert. Hier sind seitens des Bundesministeriums prinzipielle Veränderungen notwendig. Davon kann die Zukunft der Bundesrepublik Deutschland abhängen. Man muss dazu hervorragende Wissenschaftler berufen, die sich solchen Fragen zuwenden. Nur grundsätz-liche Entscheidungen, die die meisten Wissenschaftler nicht wünschen, können uns weiter helfen. Ich schätze, dass bei einer wissenschaftlich einwandfreien Organisation des Medizinbetriebes (praxis cum theoria) sich mindestens 20 Milliarden Euro einsparen lassen, bei einer richtigen Verwendung naturwissenschaftlicher Methoden (Leistungsfähigkeit physikalischer Felder) noch wesentlich mehr, denn die Leistungsfähigkeit der messenden Physik (und von Informationen) ist fast allen Ärzten (und Physikern) unbekannt. Ich habe wichtige Personen der Medizin laufend darüber informiert. Man findet alles in meiner Homepage.

Die letzten Vorsitzenden der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) wissen über die Problematik, die in diesem Brief geschildert wurde, voll Bescheid. Wer aber etwas zu den aufgeworfenen Problemen sagt, wird entlassen. Das ist die Situation unseres Wissenschaftsbetriebes.

Ihrem Bundesministerium stehen in der nächsten Zeit prinzipielle Entscheidungen bevor. Die hier angesprochenen Probleme sind eigentlich etwas für den Bundesgerichtshof in Karlsruhe.

Mit den Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

48.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Berlin, den 22. März 2008

Herrn
Professor Dr. Eberhard Umbach
Präsident der Deutschen Physikalischen Gesellschaft
Forschungszentrum Karlsruhe
Hermann-von-Helmholtz-Platz 1
76344 Eggenstein-Leopoldshafen

Sehr geehrter Herr Prof. Umbach,

mit großem Interesse habe ich das Interview

Wir wollen uns einmischen: Nobelpreise, Spitzenforschung, gesellschaftliche Debatte -
Eberhard Umbach über die Stellung der Physik

in der Berliner Zeitung DER TAGESSPIEGEL vom 25.2.2008 auf Seite 25, gelesen. Die Physik hat auf Teilgebieten, speziell im atomaren Bereich, hervorragende Ergebnisse erzielt. In den Ingenieurwissenschaften werden diese Teilergebnisse zu leistungsfähigen Maschinen zusammengesetzt.

Ganz anders sieht es bei physikalischen Problemen in der offenen Natur (Geophysik, Biologie, Medizin usw.) aus. Man will aus Messungen, die Mittelwerte über die atomaren Strukturen sind, auf die innere komplexe Struktur schließen. Die Materie besteht aus überdurchschnittlich vielen Atomen. So enthält ein Kubikzentimeter Wasser ca. 10^{22} Atome, ein Festkörper ca. 10^{23} Atome. Dabei ist die genaue Anzahl der verschiedenen Atome und deren Lage praktisch unbekannt. Außerdem können Computer solche große Systeme nicht berechnen. Daher ist der Wissenschaftler beim Umgang mit Materie auf praktische Erfahrungen angewiesen. Für Fragen der Natur ist die Wissenschaft zugunsten **praxis cum theoria** umzubauen. Dieses zieht in der Medizin wesentliche Veränderungen hinsichtlich praktischer Erfahrungen nach sich, die an den Universitäten zu wenig gelehrt werden. Physiker, Mathematiker und Informatiker können mathematische Untersuchungen nur dann für die Anwendungen verwenden, wenn die Modelle den Prozess voll beschreiben.

Die Leistungsfähigkeit der mathematischen Modelle der theoretischen Physik ist kaum untersucht worden. Dabei hatte der berühmte englische Physiker Sir Isaac Newton in seinem Buch *Principia* 1687 bereits daraufhin gewiesen, dass in der Experimentalphysik nur die Erscheinungsformen (Realität) der Natur von Bedeutung sind und nicht Hypothesen. Man findet diese Bemerkungen in der deutschen Übersetzung der Principia von 1872, Seite 511. Allerdings beachten fast alle theoretischen Physiker diese grundlegenden Aussagen nicht. Vom mathematischen Standpunkt aus sind die Untersuchungen der Modelle korrekt. Ohne den Nachweis der Gültigkeit der Ergebnisse in der Natur bleiben diese Ergebnisse ohne Bedeutung für die Experimentalphysik. Daher gibt es weitreichende Kritik an den Ergebnissen der theoretischen Physik und das vollkommen zu recht. Man kann alles nachlesen in www.ekkehard-friebe.de, www.neundorf.de und meiner Homepage http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage.
Der Physiker Wolfgang Neundorf schreibt im Internet

Das Fatale an der etablierten Wissenschaft ist nicht so sehr, dass sie sich irrt, das ist menschlich. Fatal ist, dass die amtierenden Wissenschaftspäpste ihr Vermutungen als ‚Wissen' und ihre, größtenteils waghalsigen, Theorien als ‚Gesetze' ausgeben. Noch schlimmer wird das Ganze dadurch, dass jeder Wissenschaftler, der den manchmal höchst abenteuerlichen Thesen widerspricht, seine Kariere und oft seine Existenz riskiert. Wie

abenteuerlich und in weiten Teilen lächerlich und gerade zu grotesk zum Beispiel die theoretische Physik ist, die Anfang und Ende des Universums zu erklären versucht.

Diesem Brief lege ich meine letzte Arbeit

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

sowie einige frühere Briefe an die Deutsche Physikalische Gesellschaft von 1995 und 2000 bei. Weiter erhalten Sie meinen Brief an die Bundesministerin für Bildung und Forschung Dr. Anette Schawan vom 12.12.2007 sowie an den Rektor der TU Dresden vom 12.9.2007. Letzterer Brief enthält meine persönliche fachliche Entwicklung seit meiner Doktorprüfung im Jahre 1957. Immerhin brachte mir meine Doktorarbeit, die zur Beurteilung nach Paris geschickt wurde, ein Stipendium der Universität Paris ein. Das war für die damalige Situation in der DDR eine Sensation! Die Pariser Mathematiker schrieben in ihrer Antwort, dass die Ideen meiner Arbeit sehr ausbaufähig sind.

In meiner Homepage (310 Seiten) ist das Verhältnis zur Physik genau analysiert. Ich habe immerhin 55 Jahre intensiver Arbeit benötigt, um das Verhältnis Physik – Mathematik einigermaßen zu verstehen. Die Journalistin Rosemarie Stein schrieb am 16. Juni 1996 in der Berliner Zeitung DER TAGESSPIEGEL, dass mindestens 10% der Todesfälle auf Fehldiagnosen seitens der Ärzte zurückzuführen sind. In dieser Zeitung findet man am 18 Januar 1995 die Bemerkung des Rechtsmediziners Prof. Hans-Joachim Wagner, dass in Deutschland von den 900.000 jährlichen Sterbefällen ca. 40% auf Fehldiagnosen zurückgehen (siehe Brief an Bundesminister Norbert Blüm, Anlage 22 meiner Homepage). Bei einer richtigen Ausbildung der Ärzte sind diese negativen Dinge nicht notwendig (siehe obige Arbeit von mir).

Die Bundesrepublik Deutschland muss im Verhältnis Theorie – Praxis zum Teil radikale Veränderungen vornehmen. Seit 1990 habe ich in mindestens 100 Briefen an alle Wissenschaftler und Politiker in hohen Leitungsfunktionen auf diese Situation hingewiesen, allerdings bisher ohne jeden Erfolg.

Die Deutsche Physikalische Gesellschaft muss sich diesen Fragen unbedingt stellen, um die Bundesrepublik Deutschland im internationalen Rahmen konkurrenzfähig zu erhalten.

Mit den besten Grüßen Ihr

49.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Präsidium der
Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina
Emil-Aberhalden-Strasse 37
06108 Halle (Saale)

Berlin, den 16.5.2008

Sehr geehrte Damen und Herren,

sehr herzlich bedanke ich mich für das Zuschicken von *Leopoldina aktuell 03/2008.* Man kann der Leopoldina zur Ernennung zur Nationalen Akademie der Wissenschaften gratu-lieren. Besonders interessant finde ich, dass der Bundespräsident Prof. Dr. Horst Köhler die Schirmherrschaft für die Nationale Akademie übernommen hat. Mit großer Wahrscheinlich-keit werde ich zu dieser Feier am 14. Juli nach Halle kommen. Immerhin habe ich von 1972 – 1993 an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg als Mathematikprofessor gearbeitet und viel von den Veranstaltungen der Leopoldina profitiert.

Ich begrüße es sehr, dass Halle „Ein Zentrum für Geistes- und Sozialwissenschaften (GSZ)“ wird. Man hat in der Vergangenheit die Bedeutung von Halle für die Geisteswissenschaften wesentlich unterschätzt.

Wir leben in einer Zeit, wo die Komplexität unserer Natur hochaktuell ist (siehe auch www.3sat.de/scobel vom 15.5.2008). Die Vergangenheit hat sich mit solchen Fragen kaum auseinandergesetzt. Unser Leben spielt sich in komplexen Systemen ab. Die Physik hat in der Vergangenheit immer nur Teilfragen studiert und sich in der Theorie meist auf Hypothesen verlassen. Selbst der berühmte englische Physiker Sir Issac Newton schrieb in seinem Buch *Principia* von 1687, dass in der Experimentalphysik Hypothesen nichts zu suchen haben. Man findet alles in der Beilage

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft.

Außerdem lege ich diesem Brief meinen Brief an die Bundesministerin für Bildung und Forschung Frau Dr. Anette Schawan vom 12.12.2007 bei. Wir haben im Verhältnis Theorie – Praxis wirklich grundsätzliche Veränderungen vorzunehmen. Diese Ergebnisse wurden während meiner Tätigkeit in Halle erzielt (siehe auch beiliegendes Inhaltsverzeichnis der Homepage).

Mein Buch *Inverse Problems in Differential Equations* wird in der gesamten Welt vertrieben und laufend nachgedruckt. Wenn man in der Suchmaschine www.google.de den Namen „Gottfried Anger“ eingibt, findet man ca. 1000 Zitate aus allen Ländern.

Ich hoffe, meine Ausführungen sind für Sie von Interesse.

Mit freundlichen Grüßen Ihr

50.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Herrn
Prof. Dr. T. Riedrich
Heubnerstr. 6
01309 Dresden

Berlin, den 20.5.2008

Lieber Herr Riedrich,

sehr herzlich bedanke ich mich für Ihre freundlichen Grüße aus Anlass meines 80. Geburtstages. Wir haben diesen Tag im Rahmen des Verwandten- und Bekanntenkreises in der Rathausstrasse 13 gefeiert.

Als Rentner hat man genügend Zeit, um über die Vergangenheit nachzudenken. Insgesamt kann ich mit meiner Entwicklung zufrieden sein. Im Elternhaus hatte ich immer einen ruhenden Pol, so dass man sich fachlich entwickeln konnte. Das Haus, in dem wir wohnten, war im Krieg nicht zerstört worden, wir waren auch keine Flüchtlinge aus dem Osten. So konnte ich mich vollständig der beruflichen Entwicklung widmen. Für einen jungen Menschen ist es wichtig, dass er gefordert wird und sich entwickeln kann. Trotz mancher Probleme mit meinen Chefs habe ich mich fachlich trotzdem international durchsetzen können.

Diesem Brief lege ich meine letzte Arbeit

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

und einige weitere Materialien bei. Obige Arbeit zieht wesentliche Veränderungen im Verhältnis Theorie – Praxis nach sich. Das betrifft vor allem die Medizin. Aber fast alle Wissenschaftler und Politiker wollen davon nichts wissen. In meiner Homepage

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage

sind diese Dinge vollständig dargestellt.

Zu dem geplanten Schiffsausflug am 3. Juni 2008 werde ich kommen. Wir können uns dann über die vergangene Zeit ausführlich unterhalten.

Mit freundlichen Grüßen

Ihr

51.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Monssieur le Directeur
du Service Cultural
Pariser Platz 5
10117 Berlin

Berlin, den 4.6.2008

Sehr geehrter Herr Direktor,

genau vor 50 Jahren weilte ich als Mathematiker der Technischen Universität Dresden (von April 1958 bis Juli 1958) am Mathematischen Institut Henri Poincaré der Universität Paris. Der dortige Mathematiker Prof. Marcel Brelot (1903 – 1987) hatte mir ein Stipendium des Centre National de la Recherche Scientifique beschafft. Er hatte meine Doktorarbeit Ende 1956 zur Beurteilung erhalten. Diese Arbeit wurde auch von dem dortigen Mathematiker Prof. Gustave Choquet (1915 – 2006) durchgesehen. Die Antwort war: nicht alles neu, aber ausbaufähig. In meiner Doktorarbeit war mir die natürliche Koppelung zwischen physikalischem Feld und moderner Mathematik gelungen.

Diesem Brief lege ich meine letzte Arbeit

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

bei. Die Wissenschaftler beschäftigen sich meist nur mit Teilfragen. Der Schluss auf das Gesamtsystem wird oft nicht richtig vollzogen. Das zieht in der Medizin viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang nach sich. Dabei sind die meisten Fehldiagnosen aber nicht notwendig, wenn bei einer Diagnose zuerst eine Anamnese erstellt wird, d.h. alle vom menschlichen Körper verfügbaren Informationen gesammelt werden. Dies hatte der berühmte griechische Arzt Hippokrates bereits vor 2400 Jahren gelehrt. Diesem Brief lege ich weiterhin eine Kopie des Briefes an die Bundesministerin für Bildung und Forschung, Frau Dr. Anette Schawan, bei. Die genannte Arbeit und der Brief an die Bundesministerin dürften für die französische Wissenschaft ebenfalls von großem Interesse sein.

Die mathematische Grundlagenforschung hat in Frankreich immer ein hohes Niveau gehabt. Allerdings ist der Bezug zu den Anwendungen oft unterentwickelt gewesen. Das sagte mir 1958 Prof. Brelot. Nach 1958 wurden gewisse Teile der angewandten Mathematik aufgrund der Anforderungen aus der Rüstungsindustrie ausgebaut (zum Beispiel Prof. J.-L. Lions). Allerdings wurden die wichtigen Ergebnisse der sogenannten *feinen Analysis* von M. Brelot und G. Choquet nicht für die Anwendungen aufbereitet. Diesen Weg habe ich in den letzten Jahrzehnten systematisch verfolgt. Die französischen Wissenschaftler müssen sich diesen Fragen unbedingt stellen, da hier für die Anwendungen wesentliche neue Ergebnisse zu erwarten sind.

Meine wissenschaftliche Aufwertung durch die Universität war für meine weitere Entwicklung entscheidend. Wissenschaftler mit neuen Ideen werden oft an die Wand gedrängt. Ich glaube nach 50 Jahren sagen zu können, dass ohne die moralische Unterstützung der Universität Paris meine jetzigen Ergebnisse nicht möglich gewesen wären. Deshalb nochmals vielen vielen Dank an die französische Regierung für die Unterstützung meine Ideen.

Mit dem Ausdruck meiner vorzüglichen Hochachtung

Ihr sehr ergebener Gottfried Anger

52.

Prof. Dr. habil. Gottfried Anger
Rathausstrasse 13, Whg. 11/09
D-10178 Berlin
Tel. 0049/30/2411779
E-Mail GottfriedAnger@aol.com
Homepage
http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage
http://www.inas.tugraz.at/forschung/InverseProblems/AngerMoritz.html

Herrn
Prof. Dr. med. Gert Baumann
CharitéCentrum für Innere Medizin
Schwerpunkt Kardiologie
Station 132
10098 Berlin

Berlin, den 19.6.2008

Sehr geehrter Herr Prof. Baumann,

vom 9.6.2008 bis 11.6.2008 war ich wegen eines Vorhofflimmerns in Ihrer Klinik. Nach erfolgreicher elektrischer Kardioversion am 10.06.2008 geht es mir wieder gut. Für diesen erfolgreichen Eingriff möchte ich mich bei Ihren Mitarbeitern vielmals bedanken. Anbei erhalten Sie den von mir ausgefüllten Fragebogen zurück. Insgesamt war mein erster Aufenthalt in der Charité interessant. Viele qualitativ gute ausgebildete Mediziner beherrschen ihr Fachgebiet sehr gut.

Allerdings gibt es in der medizinischen Diagnostik überdurchschnittlich viele Fehldiagnosen mit tödlichem Ausgang. Ursache dafür ist die einseitige Verwendung naturwissenschaftlicher Messwerte ohne vorherige Anamnese. Ich habe diese Fakten an meinem Körper von 1945 – 1982 erlebt (Anlage 5). Aus diesem Grund habe ich mich als Mathematiker nach 1983 mit komplexen Systemen der Natur beschäftigt. Meine Ergebnisse sind in den Publikationen ab 1985 niedergeschrieben. Ein Teil davon ist in meiner Homepage

http://members.aol.com/GottfriedAnger/myhomepage

vorhanden. Diesem Brief lege ich meine letzte Arbeit

Komplexität und Interpretation der Natur – Konsequenzen für die Zukunft

bei. Obige Arbeit erscheint in den Publikationen der Leibniz-Sozietät zu Berlin. Weiter lege ich diesen Brief einen Brief an die Bundesministerin für Bildung und Forschung, Frau Dr. Anette Schawan, bei (Anlage 1). Nach 6 Monaten kam eine Bestätigung meines Briefes (Anlage 2).

Der Bundespräsident Prof. Horst Köhler forderte in seiner Rede am 17. Juni 2008 wesentliche Veränderungen in unserem Land. Hierzu gehört vor allem die Anwendung der Wissenschaft. Der neue Charité-Chef Prof. Karl Max Einhäupl verlangt eine Gesundung des Universitätsklinikums Charité (DER TAGESSPIEGEL vom 17. Juni 2008). Auf dem Gebiet der Medizin betrifft das vor allem eine Neuordnung des Verhältnisses Theorie – Praxis zugunsten praktischer Erfahrungen. Schuld an dieser Misere sind die Physiker, die die Leistungsfähigkeit der Theorie praktisch nicht untersucht haben, aber trotzdem als Realität ausgegeben. Bereits der berühmte englische Physiker Sir Isaac Newton hatte in seinen Buch *Principia* von 1687 vermerkt, dass in der Experimentalphysik nur die Erscheinungsformen von Bedeutung sind und nicht Hypothesen. Die Physiker leben aber zum großen Teil von Hypothesen, deren Ergebnisse an der Realität nicht nachgeprüft wurden (Anlage 6).

Für Rückfragen stehe ich jederzeit gern zur Verfügung.

Mit freundlichen Grüßen Ihr G. Anger