

## Fehlinterpretation in der Speziellen Relativitätstheorie? Skalierungsfehler beim Zwillingsparadoxon

Hans Deyssenroth, Juni 2007

Die Lorentztransformationen bilden eine Lie-Gruppe, deren Elemente ein spezielles Koordinatensystem (Inertialsystem) in ein anderes Inertialsystem transformieren. Die weitere Anwendung mathematischer Regeln in diesem Kontext führt zur Speziellen Relativitätstheorie (SRT), mit der Schlussfolgerung, dass beim Zwillingsparadoxon in den bewegten Inertialsystemen (Hin- und Rückflug) die Zeit langsamer vergeht. Bei dieser Betrachtungsweise wird aber die Herleitung und der eigentliche Sinn der Lorentztransformation ignoriert, und aufgrund eines Skalierungsfehlers kommt eine falsche Interpretation zustande.

Die Lorentztransformation wurde eigentlich mit der Absicht entwickelt, die damalige Vorstellung vom Äther als Transportmedium für das Licht zu erhalten. Bei einem sich bewegenden Inertialsystem gilt in Bezug auf ein ruhendes Inertialsystem die Galilei-Transformation mit der Komponente  $x' = x - vt$  und  $x = x' + vt'$ . Ein Lichtstrahl hätte in diesem System mit dem Äther dann folgende Gleichung  $x' = (c - v)t = (c - v)t'$ . Der Lichtstrahl bewegt sich also im bewegten System nur mit der Geschwindigkeit  $c - v$ . Dann forderte aber Einstein, dass die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen gleich sein muss. Damit entstand ein Widerspruch, der korrigiert werden musste, und dies wurde durch die Lorentztransformation erreicht. Diese erzwingt nämlich die Gleichberechtigung der beiden Inertialsysteme und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit mit dem Korrekturfaktor

$\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ . In diesem Faktor ist aber nichts anderes als das geometrische Mittel der Komponenten  $(1 - v/c)$  und  $1 + v/c$  enthalten. Mit diesem Vorgehen werden also die relativistischen Effekte der beiden Inertialsysteme so ausgeglichen, dass die Lichtgeschwindigkeit in beiden Inertialsystemen gleich bleibt  $\gamma(v/c) = \gamma(-v/c)$ . Es gilt auch  $(ct + x)(ct - x) = (ct' + x')(ct' - x')$ , was bedeutet, dass die geometrischen Mittelwerte der Komponenten  $ct \pm x$  bzw.  $ct' \pm x'$  in beiden Inertialsystemen gleich gesetzt werden.

Mit der Wahl des geometrischen Mittels befindet man sich nun aber in einem ganz anderen mathematischen Operatoren-Raum als beim arithmetischen Mittelwert. Aus dem Additions- und Subtraktionsoperator wird der Multiplikations- und Divisionsoperator. Aus dem Divisionsoperator wird ein Wurzel-Operator usw. Alle weiteren Betrachtungen oder Berechnungen sollten nun mit diesem Operatoren-Set erfolgen, also keine Addition, und wenn doch, dann die logarithmierten Komponenten. Eine Mixtur dieser Operatoren aus den verschiedenen Operatoren-Ebenen führt zwangsläufig zu Fehlinterpretationen, ähnlich einer Berechnung von Werten aus unterschiedlich skalierten Koordinatensystemen ohne Berücksichtigung der Skalierung. Dieser Anfängerfehler kommt z.B. bei statistischen Auswertungen immer wieder mal vor und wird leicht übersehen.

Besonders deutlich wird dies beim Zwillingsparadoxon. Im Lehrbuch von Hubert Gönner über die SRT z.B. heben sich die relativistischen Zeitdilatationseffekte des Hinflugs und Rückflugs nicht auf, weil die folgenden Frequenz-Komponenten addiert werden, die von den Uhren mit der Grundfrequenz  $f_0$  in den beiden Inertialsystemen Z1 (zu Hause gebliebener Zwilling) und Z2 (hin- und zurückgereister Zwilling) gesendet werden und im anderen Inertialsystem empfangen werden. Hier die von Z1 empfangenen Frequenzen, die von Z2 mit  $f_0$  gesendet wurden:

$$f_{\text{hin}} = f_0 \sqrt{(1 - v/c) / (1 + v/c)} \text{ und } f_{\text{zurück}} = f_0 \sqrt{(1 + v/c) / (1 - v/c)}$$

Die Addition dieser Komponenten bzw. der arithmetische Mittelwert ergibt nicht  $2f_0$  bzw.  $f_0$  und führt dann zur Interpretation, dass die Zeit für den Zwilling im bewegten System langsamer verläuft.

Bleibt man jedoch im adäquaten Operatoren-Set und verwendet die Multiplikation anstatt der Addition oder das bei Frequenzen übliche geometrische Mittel anstelle des arithmetischen Mittels für die obigen Komponenten, so ergibt dieses den Faktor 1 für  $f_0^2$  bzw.  $f_0$  und somit die Interpretation, dass sich die Zeitdilatationseffekte des Hin- und Rückflugs doch kompensieren. Das geometrische Mittel für die in Z1 empfangen (von Z2 gesendeten) Frequenzen ist

$$\sqrt{f_0 \sqrt{(1 - v/c) / (1 + v/c)} * f_0 \sqrt{(1 + v/c) / (1 - v/c)}} =$$

$$\sqrt{f_0^2 * (1 - (v/c)^2) / (1 - (v/c)^2)} = \sqrt{f_0^2} = f_0.$$

$f_0$  ist aber auch die von der Uhr in Z1 gesendete Frequenz. Das bedeutet also: keine wirkliche langsamere Alterung des weggereisten Zwilling (die wird nur vom zu Hause gebliebenen Zwilling beobachtet) und somit auch kein Paradoxon. Die weitere Schlussfolgerung: Die Zeit ist absolut, aber aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit wird sie vom Beobachter des jeweilig anderen bewegten Inertialsystems jeweils verschieden wahrgenommen.

Zur Verdeutlichung des Skalierungsfehlers beim Zwillingparadoxon (ZP) habe ich mal nach dem Motto Zeit = Geld in den entsprechenden SRT-Formeln zum Zwillingparadoxon die Zeit durch Geld ersetzt und folgende Glosse konstruiert:

### Das Währungsparadoxon

Ein Amerikaner schickt D Geldeinheiten nach Europa. Als Beobachter in USA sieht er diese Geldmenge in Europa E jedoch durch den Währungsfaktor w (der z.Z. kleiner als 1 ist) vermindert:

$$E = w * D \quad (\text{entspricht im ZP der Anzahl Uhr-Signale von Z2 Hinflug}) \quad \text{Beispiel: } E = 0.7 * 1000 = 700$$

Nun holt er diese Geldmenge wieder zurück. Er beobachtet dann die Geldmenge

$$Z = w' * E \quad (\text{entspricht im ZP der Anzahl Uhr-Signale von Z2 Rückflug}) \quad \text{Beispiel: } Z = (1/0.7) * 700 = 1000$$

wobei  $w' = 1/w$  der Währungsfaktor für die Rückführung ist.

Den "Umsatz" U (Einnahmen + Ausgaben),

(entspricht im ZP der Anzahl Uhr-Signale vom Hin- und Rückflug von Z2, die in Z1 ankommen)

oder die Bilanz B (Einnahmen - Ausgaben) berechnet er dann, weil  $w * w' = 1$  ist zu

$$U = E + Z = w * D + w' * w * D = w * D * (1 + w') = D(1 + w) \quad \text{Beispiel: } U = 1700$$

$$B = Z - E = w' * w * D - w * D = D * (1 - w) \quad \text{Beispiel: } B = 300$$

Da  $w < 1$  ist, erkennt er, dass sich die Geldmenge aufgrund der Reise nach Europa vermindert hat; denn als Umsatz hat er  $2 * D$  und nicht  $2 * w * D < 2 * D$  erwartet. Dieses Resultat entspricht auch den fehlinterpretierten experimentellen Erfahrungen (Gebühren).

Von der Bilanz her gesehen, die ohne Berücksichtigung der Gebühren Null sein müsste, macht er allerdings sogar noch einen Gewinn, und die Marge (Gewinn pro Umsatz) hat sich erfreulich vergrößert. So kann man also wirklich reich werden!

Man erkennt sofort, dass da etwas nicht stimmt, weil wir es gewohnt sind, in Währungen zu denken. Bei der Zeit bemerkt man diesen Währungsumtausch-Fehler nicht. Es sei denn, man

würde der dilatierten Zeit eine eigene Zeit-Einheit zuordnen . Da die Beziehung  $w*w' = 1$  gilt, gibt es beim Addieren und Subtrahieren von E und Z einen Skalierungsfehler mit widersprüchlichen Interpretationen. Auch in der Theoretischen Physik sollte man die logisch fundierten Benimmregeln der Mathematik beachten (z.B. keinen Pythagoras in einem Kugeloberflächen-Koordinatensystem verwenden, oder in einem Polarkoordinatensystem nicht Radius und Winkel addieren usw.). Allerdings ist diese Forderung sehr problematisch: es gibt nämlich kein mathematisches Gesetz, das eine Addition mit unterschiedlichen Einheiten verbietet. Die Gleichung  $ax + bx = c$  ist mathematisch gesehen völlig in Ordnung. Wenn man aber weiß, dass  $a = \text{Äpfel}$  und  $b = \text{Birnen}$  bedeuten, gibt es Protest. Es ist mathematisch auch völlig in Ordnung, das geometrische Mittel z.B. von Frequenzen zu bilden und dann mit der auf den arithmetischen Mittelwert bezogenen Standardabweichung einen statistischen Test durchzuführen und eine daraus folgende Fehlinterpretation abzuliefern.

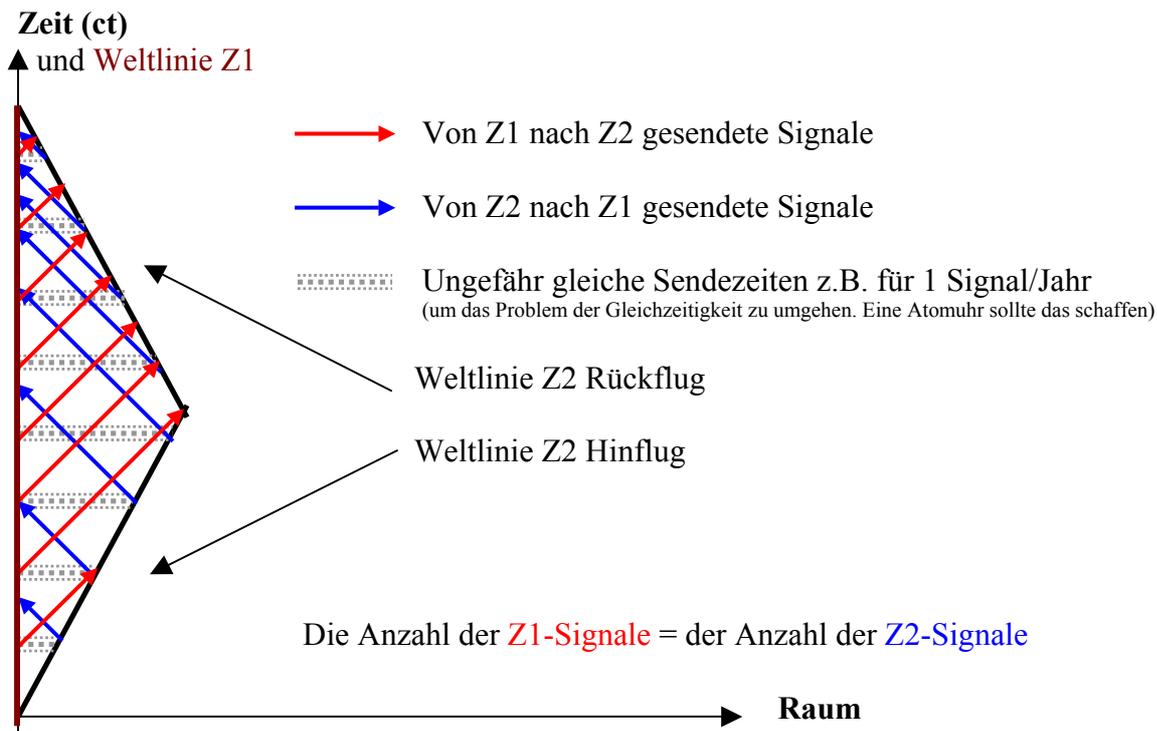
Es obliegt also allein der Verantwortung des Physikers, welche mathematischen Operationen er/sie zur Berechnung eines Vorgangs durchführt und inwieweit er/sie dabei die Skalierung des Datenraums berücksichtigt.

Die entscheidende Überlegung beim Zwillingsparadoxon beruht in der SRT auf der Addition der Anzahl von Z1 empfangener und von Z2 gesendeten Signalen:  $N_{2\text{hin}} = f_{\text{hin}}t$  und  $N_{2\text{zurück}} = f_{\text{zurück}}(T - t)$  und dem Vergleich zu den von Z1 während der Reise ausgesandten Signale  $N_1 = f_0T$ . Die Summe dieser Komponenten  $N_2 = N_{2\text{hin}} + N_{2\text{zurück}}$  ist in der SRT kleiner als  $N_1$ . Hier werden aber unterschiedlich skalierte Komponenten addiert. Beim Ausgleich der Skalierung mit dem geometrischen Mittel der Frequenzen ist hingegen  $N_2 = N_{2\text{hin}} + N_{2\text{zurück}} = f_0t + f_0(T - t) = f_0T = N_1$ .

Eine weitere Bestätigung der obigen Betrachtungsweise, wonach  $N_1 = N_2$ , erhält man bei der Darstellung des Zwillingsparadoxons in einem ct-skalierten Diagramm, bei dem Zeit und Raum in einer zweidimensionalen Darstellung gezeigt werden (Minkowski-Diagramm), wobei die Endlichkeit und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen durch gerade Linien im Winkel von  $+45^\circ$  oder  $-45^\circ$  repräsentiert werden. Die Äthertheorie wird also hier nicht berücksichtigt. Bei der SRT liefert das Minkowski-Diagramm die grafisch umgesetzte Sichtweise des zu Hause gebliebenen Beobachters und zeigt beim ZP die schiefwinkligen Koordinatensysteme von Z2 beim Hin- und Rückflug. Bei strikter Anwendung der beiden Postulate der SRT, kann man die Situation im Minkowski-Diagramm jedoch auch folgendermaßen darstellen:

Da in allen Inertialsystemen die gleichen physikalischen Gesetze herrschen (1. SRT-Postulat), gehen auch die Uhren gleich, egal in welcher Richtung sie sich bewegen. Somit kann man von der Zeitachse waagerechte Linien zu den Weltlinien Z1 und Z2 ziehen. Es handelt sich bei dieser Darstellung dann nicht um die in der SRT übliche Beobachter-Sichtweise eines sich bewegenden Inertialsystems, sondern um eine abstrakte übergeordnete Sichtweise, wobei die Weltlinien von Z1 und Z2 in einem gemeinsamen Koordinatensystem dargestellt werden. Die relativistischen Komponenten für den Beobachter fallen somit weg. Wenn die Uhren in den beiden Systemen (die nicht synchronisiert sein müssen) beim Schnittpunkt mit den Weltlinien einen Impuls ins gegenüberliegende Inertialsystem schicken (Linien im Winkel von  $+45^\circ$  und  $-45^\circ$ ), so erfolgt das Absenden in jedem Inertialsystem in äquidistanten Zeitintervallen, die in der Zeitachse festgelegt worden sind (z.B. 1 Signal/Stunde). Egal, in welchem Inertialsystem diese geschieht: für eine Atomuhr ist das kein Problem. Allerdings kommen diese N Impulse im anderen Inertialsystem mit unterschiedlichen Frequenzen an. Der Beobachter schließt daraus (wenn die Frequenz vorher vereinbart wurde), dass die Zeit im jeweils anderen Inertialsystem anders verläuft ( $t = N/f$ ).

Die objektive Betrachtungsweise von außen zeigt jedoch, dass das nicht der Fall ist, denn sämtliche Impulse kommen aus geometrischen Gründen im anderen Inertialsystem an, und die Anzahl der empfangenen Impulse, die der Zeit im anderen Inertialsystem entsprechen, sind in beiden Inertialsystemen gleich. Somit gibt es bei dieser Betrachtungsweise kein Paradoxon. Dies steht im Widerspruch zur Aussage im Lehrbuch z.B. von Hubert Goenner, wonach die Anzahl der angekommenen Impulse in Z1 und Z2 verschieden ist. Auch bei dieser Überlegung wird klar, dass mit der Logik in der SRT etwas nicht stimmt; denn die Formeln zum Zwillingsparadoxon widersprechen dem 1. Postulat der SRT.



Wenn der Zwilling zurückgekehrt ist, ist er also in den unbeschleunigten Phasen im gleichen Maß gealtert wie sein zu Hause gebliebener Zwilling. Lediglich die Beschleunigungs- und Bremsphasen verursachten eine Verlangsamung der Uhren. Somit ist die geringere Alterung des gereisten Zwilling der ART und nicht der SRT zuzuordnen.

Die experimentellen Befunde widersprechen jedoch der obigen Auffassung. Da gibt es den auf der Zeitdilatation beruhenden verzögerten Myonen-Zerfall und die relativistischen Effekte bei den Teilchenbeschleuniger-Experimenten. Dann gibt es weitere Experimente mit Atomuhren, die die SRT scheinbar beweisen. Somit hat sich die Sache erledigt, könnte man argumentieren. Andererseits sollte man einen logischen Gedankengang nicht einfach ignorieren, auch wenn es schwerfällt.

Was wäre denn, wenn diese Phänomene nicht der SRT zuzuordnen wären, sondern auf bislang unbekanntem physikalischen Prozessen beruhen würden? Z.B. auf Wechselwirkungen der Myonen mit der Dunklen Energie oder mit der Dunklen Materie oder mit Gravitonen usw. Dann würde ausgerechnet die SRT die Forschung in dieser Richtung verhindern. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment beweist nicht, dass die physikalische Interpretation richtig ist. Es sei nur an die Epizyken-Theorie erinnert, die sich 1000 Jahre gehalten hat.

Darum sollten unbedingt weitere Grundlagenexperimente zur SRT durchgeführt werden. Ein neues Experiment mit der Hänsch'schen Frequenzkammtechnologie (Optische Uhr) könnte jedenfalls zuverlässigere Aussagen liefern als die bisherigen Atomuhr-Experimente, die für das Extrahieren der SRT-Effekte noch zu ungenau sind; denn es geistern immer noch mehrere Interpretationen der relativistischen Effekte in der Welt herum:

- die in den Lehrbüchern verbreitete Interpretation der SRT, nach der die Uhren in einem bewegten Inertialsystem auch in der Realität (in deren Eigenzeit) langsamer gehen, unabhängig von der Ost oder Westrichtung.
- die obige Interpretation, dass nur der Beobachter die relativistischen Effekte im anderen Inertialsystem wahrnimmt, die aber in Wirklichkeit gar nicht geschehen.
- die Interpretation, die SRT sei falsch, da die Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit der Lichtquelle abhängt. Bei einem von der Erde mitgeführten "Äther" müsste dann auch noch ein Unterschied zwischen den Bewegungen nach Osten und Westen festgestellt werden.

Eine Klärung dieser jahrzehntelang anhaltenden Konfusion wäre dringend nötig, auch um die ideologisch anmutenden Grabenkämpfe endlich mal beenden zu können.

Siehe auch:

"Die logischen Fehler der Relativitätstheorie" von Werner Lang:

<http://home.arcor.de/gruppederneuen/Seiten/Publikationen/Lang%20Fehler%20d%20Relativit%E4tstheorie.pdf>

"Neue Relativitätstheorie", von Günther Wehr, (1980): Verlag Peter D. Lang, Frankfurt-M./Bern/Cirencester, U. K.